MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO

S. 1104. E. 7.

MEMORIE

DELL'I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI

VOLUME SECONDO

MILANO
DALLA TIPOGRAFIA BERNARDONI
1845

HISTORY.

ELENCO

DEI

MEMBRI ATTUALI

DELL'I. R. ISTITUTO LOMBARDO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

PRESIDENTE.

Piola nobile Gabrio, matematico, membro di varie Accademie scientifiche.

VICE PRESIDENTE.

Zambelli nobile Andrea, professore ordinario di scienze e leggi politiche nell'I. R. Università di Pavia, socio corrispondente dell'Ateneo Italico, dell'Accademia dei Georgofili di Firenze, ec.

SEGRETARIO.

Labus dottor Giovanni, cav. del Real Ordine Sardo de' ss. Maurizio e Lazzaro, e dell'Ordine Pontificio di s. Gregorio Magno, I. R. epigrafista aulico, socio del R. Istituto di Francia (Accademia delle iscrizioni e belle lettere), dell'Accademia delle scienze di Berlino, di Lilla e di Praga e membro di molte altre Accademie scientifiche, letterarie e di belle arti.

VICE SEGRETARIO.

De Cristoforis nobile Luigi.

MEMBRI ONORARJ.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Francesco Carlo Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Carlo Luigi Giovanni Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa (in brillanti), ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giuseppe Antonio Giovanni, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria. Croce d'oro dell'Onor civile, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Giovanni Battista Giuseppe Fabiano Sebastiano, Principe Imperiale, Principe Reale d'Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine militare di Maria Teresa, dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Ranieri Giuseppe Giovanni Michele Francesco Girolamo, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria, e dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro (in brillanti), dell'Ordine Imp. Russo di s. Andrea e del R. Ordine Sardo dell'Annunziata, Vice Re del Regno Lombardo Veneto, ec.

S. A. I. R. l'Arciduca d'Austria Luigi Giuseppe Antonio, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d' Ungheria, ec.

S. A. S. il Principe Clemente Vencislao Lotario di Metternich-Winneburg, ec., Grande di Spagna di prima classe, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Reale di s. Stefano d'Ungheria (in brillanti), Gran Croce dell'Onor civile, I. R. Consigliere intimo, Cancelliere della Casa, della Corte e dello Stato, ec., Ministro di Stato e delle conferenze.

S. Eminenza Reverendissima Carlo Gaetano conte di Gaisruck, Cardinale prete della S. R. C., Gran Croce del R. Ordine di s. Stefano d'Ungheria, cav. di prima classe e prelato dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Consigliere intimo, ec., Arcivescovo di Milano.

S. E. il signor conte Francesco Antonio di Kolowrat-Liebsteinsky, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Croce d'oro dell'Onor civile, Balio onorario e Gran Croce dell'Ordine sovrano di s. Giovanni di Gerusalemme, I. R. Consigliere intimo, Ministro di Stato e delle conferenze, ec.

S. E. il signor conte Francesco di Hartig, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, ec.. I. R. Consigliere intimo, I. R. Ciambellano, ec., Capo sezione nell'I. R. Consiglio di Stato e delle conferenze per gli affari interni.

S. E. il signor conte Giovanni Battista di Spaur, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro ec., I. R. Consigliere intimo, I. R. Ciambellano, ec., Governatore della Lombardia.

Vacani Camillo, cav. di Fort'Olivo, cav. di più Ordini, Generale maggiore presso la Direzione generale del Genio, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano.

De Capitani nobile Paolo, barone di Vimercato, cav. di seconda classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, socio onorario delle II. RR. Accademie di belle arti di Milano e di Venezia.

Di Hammer-Purgstall barone Giuseppe, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, e Cav. e commendatore di più altri Ordini, membro di molte Società scientifiche e letterarie.

S. E. il signor conte Vitaliano Borromeo, Grande di Spagna di prima classe, I. R. Consigliere intimo, I. R. Ciambellano, cav. dell'Ordine Sardo de' ss. Maurizio e Lazzaro, Gran Coppiere del Regno Lombardo-Veneto, ec.

Aporti sacerdote Ferrante, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, e di prima dell'Ordine di s. Lodovico di Lucca, membro di varie Accademie scientifiche e letterarie, Direttore dell'I. R. Scuola elementare maggiore maschile in Cremona.

Cairoli Carlo, dottore in medicina, professore e Direttore emerito dello studio Medico-Chirurgico-Farmaceutico nell'I. R. Università di Pavia.

Manzoni nobile Alessandro, membro onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano.

MEMBRI EFFETTIVI PENSIONATI.

Carlini Francesco, cav. dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, del Real Ordine Sardo de' ss. Maurizio e Lazzaro, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti, e di altre Società scientifiche e letterarie, primo astronomo e Direttore dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano.

Fantonetti Giovanni Battista, cav. del Real Ordine Sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, dottore in medicina delle Facoltà di Pavia e di Torino, medico pratico e primario dell'Orfanotrofio de' maschi e della Pia Casa degli esposti, consulente di altri pubblici stabilimenti in Milano, e membro di varie Accademie nazionali e straniere.

Litta conte Pompeo, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, Commendatore del Reale Ordine Sardo de' ss. Maurizio e Lazzaro, cav. della Legion d'onore, Consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano.

Bordoni Antonio, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, Direttore provvisorio dello studio matematico e professore ordinario di geodesia ed idrometria nell'I. R. Università di Pavia.

Panizza cavalier Bartolomeo, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, professore ordinario d'anatomia umana ed Anziano dello studio medico-chirurgico-farmaceutico nell'I. R. Università di Pavia, socio di varie Accademie scientifiche nazionali e straniere.

Belli Giuseppe, professore ordinario di fisica e Rettore Magnifico nell'I. R. Università di Pavia, socio di varie Accademie.

Balbi nobile Adriano, I. R. consigliere, cav. del Real Ordine Sardo de' ss. Maurizio e Lazzaro e dell'Ordine Imperiale Russo di sant'Anna, cav. di seconda classe di quello lucchese di s. Lodovico, cav. dell'Ordine Pontificio di s. Gregorio Magno, Croce d'oro del Real Ordine greco del Salvatore, e del Real Ordine del Leone Neerlandese, membro di varie Accademie nazionali e straniere.

Rusconi dottor Mauro, membro di varie Accademie nazionali e straniere.

Ferrario Padre Ottavio, ex provinciale dei PP. Ospitalieri in Milano, membro di varie Accademie scientifiche.

Labus dottor Giovanni, *antidetto.*

Catena dottor Bartolomeo, sac. Prefetto della Biblioteca Ambrosiana in Milano.

Moretti dottor Giuseppe, professore ordinario di botanica nell'I. R. Università di Pavia, socio di varie Accademie scientifiche.

Saleri avvocato Giuseppe, cav. di terza classe dell'Ordine Imp. Austriaco della Corona di ferro, e di seconda dell'Ordine Ducale Lucchese di s. Luigi e del Pontificio di s. Gregorio Magno, socio di varie Accademie e Presidente del Bresciano Ateneo.

Balsamo Crivelli nobile Giuseppe, dottore in medicina e zoojatria, professore di storia naturale negli II. RR. Licei di Milano, socio di varie Accademie.

Bellani canonico Angelo, membro di varie Accademie scientifiche.

Ferrario dottor Giulio, sac., cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, socio dell'Accademia della Valle Tiberina Toscana.

Zambelli nobile Andrea, *antidetto.*

De Cristoforis nobile Luigi, *antidetto.*

MEMBRI EFFETTIVI NON PENSIONATI.

Castiglioni conte Carl'Ottavio, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Ciambellano, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano.

Piola nobile Gabrio, *antidetto.*

Acerbi cavaliere Giuseppe, cav. di terza classe dell'Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro, I. R. Consigliere di Governo.

De Kramer nobile Antonio, professore di Chimica tecnica.

Gherardini dottor Giovanni.

Frisiani nobile Paolo, secondo astronomo dell'I. R. Osservatorio di Brera in Milano.

Ambrosoli dottor Francesco, professore ordinario di filologia latina e greca, di letteratura classica e di estetica nell'I. R. Università di Pavia.

Borgnis dottor Giuseppe Antonio, professore ordinario di matematica applicata nell'I. R. Università di Pavia.

Cattaneo dottor Carlo.

Lombardini Elia, ingegnere di prima classe presso l'I. R. Direzione generale delle Pubbliche Costruzioni in Milano.

Rossi dottor Francesco, bibliotecario dell'Imperiale Regia Biblioteca di Brera in Milano.

Vittadini dottor Carlo, assistente all'I. R. Scuola d'Ostetricia in Milano, membro di varie Accademie.

Bassi nobile dottor Paolo.

Cadolini Giuseppe, ingegnere presso l'I. R. Delegazione Provinciale di Milano.

De Filippi dottor Giuseppe, cav. di terza classe dell'Ordine della Corona di ferro.

Curioni nobile dottor Giulio.

Brugnatelli dottor Gaspare, professore ordinario di storia naturale generale ed anziano dello studio filosofico nell'I. R. Università di Pavia, membro di varie Accademie nazionali e straniere.

SOCJ CORRISPONDENTI IN LOMBARDIA.

Arrivabene ingegnere Antonio, in Mantova.

Bassi dottor Agostino, cav. del R. Ordine francese della Legion d'onore, agronomo, in Lodi.

Beccaria nobile Giacomo, I. R. consigliere di Governo pensionato, in Milano.

Billi dottor Felice, nobile di Sandorno, I. R. professore d'ostetricia, membro di varie Accademie scientifiche, in Milano.

Biondelli dottor Bernardino, membro di varie Accademie scientifiche, in Milano.

Bonicelli sac. Vincenzo, professore nel Seminario vescovile di Bergamo.

Cattaneo dottor Francesco, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Como.

Cenedella dottor Attilio, chimico-farmacista, in Lonato (Provincia di Brescia).

Cesati barone Vincenzo, relatore presso la Congregazione provinciale di Brescia, membro di varie Accademie.

Colombani ingegnere Francesco, in Lodi.

Cossa nobile Giuseppe, dottore in matematica, sotto-bibliotecario della I. R. Biblioteca di Brera, professore di paleografia e di diplomatica, in Milano.

Geromini Felice, dottor fisico, in Cremona.

Grossi Tomaso, dottore in ambe le leggi, Notajo, ec., in Milano.

Krentzlin nobile Galeazzo, ispettore dei canali navigabili, in Milano.

Magrini dottor Luigi, professore di fisica nell'I. R. Liceo di Porta Nuova, membro di varie Accademie, in Milano.

Pezza Rossa sacerdote Giuseppe, professore nel Seminario vescovile di Mantova.

Piantanida Carlo, dottor fisico, socio corrispondente della Società medica di Vienna, in Milano.

Polli Giovanni, dottor fisico, segretario della Commissione di chimica tecnica presso la Cassa d'incoraggiamento per le arti e pei mestieri, membro di varie Accademie, in Milano.

Porta Luigi, dottor fisico, professore di clinica chirurgica e di terapia speciale nell' I. R. Università di Pavia.

Possenti ingegnere Carlo, in Milano.

Restelli avvocato Francesco, in Milano.

Rezzonico avvocato Francesco, I. R. consigliere di Governo, rappresentante fiscale presso la Commissione liquidatrice del debito pubblico, in Milano.

Rusca conte Luigi, I. R. consigliere di Governo, membro di varie Accademie, in Milano.

Sartorelli Giambattista, ispettore dei Boschi nella provincia di Bergamo, in Bergamo.

Strambio Giovanni, dottor fisico, medico municipale, socio corrispondente della Società medica di Livorno, in Milano.

Forti Giovanni, segretario presso l' I. R. Ispettorato delle Scuole elementari in Milano.

Trinchinetti Augusto, dottor fisico, in Milano.

Turroni Girolamo, professore di storia universale ed austriaca nell' I. R. Università di Pavia.

Ugoni nobile Camillo, in Brescia.

Veladini ingegnere Giovanni, professore di matematica nell'I. R. Liceo di s. Alessandro in Milano.

Verga Andrea, dottor fisico, in Milano.

Zardetti dottor Carlo, consigliere straordinario dell' I. R. Accademia di belle arti di Milano, Direttore dell' I. R. Gabinetto numismatico, in Milano, membro di varie altre Accademie.

SOCJ CORRISPONDENTI FUORI DI LOMBARDIA.

Alessandrini dottor Antonio, professore di matematica comparata nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Amici cavalier Giambattista, professore d'astronomia nell'I. R. Museo di storia naturale in Firenze, ec. - Firenze.

Avogadro di Quaregna conte Amedeo, professore emerito di fisica sublime nella R. Università di Torino, ec. - Torino.

Berghaus professore Enrico. - Gota.

Bertoloni cavalier Antonio, professore di botanica nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Biot cavalier professore Giovanni Battista. - Parigi.

Bonaparte Carlo Luciano, principe di Canino e di Musignano. - Roma.

Bufalini cavalier Maurizio, professore di clinica medica nell'I. R. Arcispedale di santa Maria Nuova a Firenze, ec. - Firenze.

De Buch barone Leopoldo. - Berlino.

De la Rive Augusto, professore di fisica nell'Accademia di Ginevra, ec. - Ginevra.

De Notaris cavalier Giuseppe, professore di botanica nella R. Università di Genova. - Genova.

Ferrero della Marmora conte Alberto, maggiore generale, comandante la R. Scuola di marina, ec. - Genova.

Gazzera abate cavalier Costanzo, professore di filosofia, segretario della R. Accademia di scienze di Torino, ec. - Torino.

Gené cavalier Giuseppe, professore di zoologia, segretario della R. Accademia delle scienze di Torino, ec. - Torino.

Giorgini cavalier Gaetano, soprintendente agli studj del Granducato di Toscana, professore onorario e provveditore generale dell'I. R. Università di Pisa, ec. - Pisa.

Hallaschka dottore consigliere Francesco Cassiano, presidente della Facoltà filosofica dell'I. R. Università di Vienna, ec. - Vienna.

Humboldt barone Alessandro. - Berlino.

Inghirami P. Giovanni, professore d'astronomia nel collegio di s. Giovannino delle Scuole Pie di Firenze, ec. - Firenze.

Jacobi cavalier M. H. - Pietroburgo.

Kreil Carlo, direttore dell'I. R. Osservatorio di Praga, ec. - Praga.

Liebig cav. professore Giusto. - Giessen.

Magistrini Giovanni Battista, professore di matematica superiore nella pontificia Università di Bologna. - Bologna.

Mai S. Eminenza il cardinale Angelo. - Roma.

Marianini cavalier Stefano, professore di fisica nella ducale Università di Modena, presidente della Società Italiana delle scienze, ec. - Modena.

Matteucci cavalier Carlo, professore di fisica nell'I. R. Università di Pisa, ec. - Pisa.

Mazzarosa marchese Antonio, direttore della pubblica istruzione nel ducato di Lucca, ec. - Lucca.

Medici dottor Michele, professore di fisiologia nella pontificia Università di Bologna, ec. - Bologna.

Melloni cavalier Macedonio, direttore dello Stabilimento fisico-meteorologico di Napoli, ec. - Napoli.

Mezzofanti S. Eminenza il cardinale Giuseppe. - Roma.

Moris cavalier Giuseppe Giacinto, professore di materia medica e botanica nella R. Università di Torino. - Torino.

Mossotti cavalier Ottaviano Fabrizio, professore di fisica e meccanica celeste nell'I. R. Università di Pisa. - Pisa.

Oken Lorenzo, professore di storia naturale, ec. - Zurigo.

Orioli professore Francesco. - Corfù.

Pareto marchese Lorenzo. - Genova.

Pezzana cavalier Angelo, bibliotecario della ducale Biblioteca di Parma, ec. - Parma.

Pilla Leopoldo, professore di mineralogia e geologia nell'I. R. Università di Pisa. - Pisa.

Plana commendatore Giovanni, professore d'analisi nella R. Università di Torino, ec. - Torino.

Prechtl consigliere Gio. Giuseppe, direttore dell'I. R. Istituto politecnico in Vienna, ec. - Vienna.

Promis Carlo, regio archeologo, professore di architettura civile nella R. Università di Torino. - Torino.

Quetelet Adolfo, direttore dell'Osservatorio astronomico e segretario perpetuo della R. Accademia delle scienze di Brusselles, ec. - Brusselles.

Raumer Federico, prof. di scienze storico-filosofiche nella R. Università di Berlino, ec. - Berlino.

Repetti Emanuele, bibliotecario e socio ordinario dell'I. R. Accademia dei Georgofili di Firenze, ec. - Firenze.

Ridolfi marchese Cosimo, professore di agraria e pastorizia nell'I. R. Università di Pisa, ec. - Pisa.

Saluzzo (di) S. E. conte Alessandro, ministro di Stato, presidente della R. Accademia delle Scienze di Torino. - Torino.

Selys de Longchamps Edmondo. - Liegi.

Serra di Falco duca don Domenico. - Palermo.

Spinola marchese Massimiliano. - Genova.

Studer Bernardo, professore di geologia nell'Università di Berna. - Berna.

Tommasini cavalier professore Giacomo, direttore della clinica medica nella ducale Università di Parma, protomedico dello Stato, ec. - Parma.

Venturoli cavalier Giuseppe, professore emerito di matematica applicata nella pontificia Università di Bologna, ec. - Roma.

MEMORIE

STORIA DEL GENERE *GORDIUS*

E

D'UN NUOVO ELMINTO *AUTOPLECTUS PROTOGNOSTUS*

DETTO VOLGARMENTE *GRINGO* O *FILO* DAI CONTADINI LOMBARDI.

Memoria

DEL PROFESSORE GIUSEPPE BALSAMO CRIVELLI.

(Letta nell'adunanza del giorno 20 Luglio 1843.)

Nell'anno 1840 io aveva inserito nella *Biblioteca Italiana*, tomo 96, una Nota sovra una specie di verme detto dai contadini lombardi *Gringo* o *Filo*. In questa Nota conchiudeva colle seguenti parole: *Possano queste poche notizie servire di stimolo a qualche naturalista più di me sperimentato, per istudiare gli indicati esseri singolari, proponendomi d'approfondire le mie osservazioni sovra quest'argomento, quando la stagione più avanzata sarà per fornirmi copia degli esseri medesimi.* Nessuno, per quanto io sappia, corrispose all'invito, ed io stesso non me ne sono più in quell'anno e nei susseguenti occupato, avendo dovuto dirigere ad altri oggetti i miei studj. Verso la fine dello scorso anno, nel leggere una Memoria del chiarissimo signor F. Dujardin, inserita nel fascicolo di settembre degli *Annales des sciences naturelles* (1), sulla struttura anatomica dei Gordj, e d'un altro

(1) Tom. 18. Seconda serie. Parte Zoologica, pag. 129 e seg.

Elminto detto *Mermis*, che con essi venne confuso, mi si risvegliò il desiderio di nuovamente studiare il Gringo o Filo, che mi sembrava non avere somiglianza alcuna nè coi Gordj, nè col nuovo Elminto del Dujardin; e tanto più mi rinfrancai nel proposito, leggendo quanto lo stesso Dujardin pubblicava nella sua classica opera, intitolata l'*Observateur au Microscope*, ove trattando delle microscopiche osservazioni sui vermi, così si esprime: *l'Observateur, qui à l'aide du microscope s'attache à la recherche des plus petits annélides, est sûr de trouver chaque jour des objets nouveaux et par leur forme, et par leur structure intérieure.*

Prima di poter ben determinare la natura d'un essere e rilevarne le analogie, il che è lo scopo che devesi proporre il naturalista, è necessario premettere la storia degli esseri che con quello offrono qualche rassomiglianza. Il Dujardin nell'introduzione alla sua Memoria espose la storia di quanto fu fatto sovra i Gordj, la quale avendo io trovata molto incompleta, mi sono proposto riformarla con quelle aggiunte ed osservazioni che ho creduto opportuno introdurvi per meglio illustrare l'argomento.

Vermi esilissimi di indeterminata lunghezza, che ad un filo rassomigliano ravvolto in nodi, erano conosciuti anche dagli antichi naturalisti. Il *Vitulus aquaticus* del Gesner, dell'Aldrovandi, del Planco sembra certamente riferirsi ad uno di questi esseri, e probabilmente, come opinava lo Gmelin, al Gordio acquatico. Chi pel primo diede il nome di Gordio ad un verme filiforme fu il celebre Linneo, il quale però in seguito modificò la frase generica del *Gordius*, probabilmente dietro esame di alcune altre specie da lui osservate. Nella decima edizione del suo *Systema Naturæ* assegnava al genere *Gordius* i seguenti caratteri: *Corpus filiforme, teres simplicissimum, os bifidum, maxillis orizontalibus obtusis,* e vi comprendeva il Gordio acquatico, che denominava *Seta aquatica*, al quale come varietà riuniva la *Vena Medinensis*. Nell'edizione XII trovasi all'incontro il genere *Gordius* così definito: *Corpus filiforme, æquale, lævе,* e ne annoverava cinque specie, cioè il *G. aquaticus*, il *G. argillaceus*, il *G. Medinensis*, il *G. marinus* ed il *G. lacustris*. La prima e la seconda specie, probabilmente, sono veri

Gordj, la terza e la quinta sembrano che realmente debbansi riferire al genere Filaria, mentre la quarta è quella che il signor Eudes Deslongchamps denomina *Filocapsularia communis*. Müller fu il primo che stabilì il genere Filaria, le specie del quale erano state in parte riportate alle Ascaridi, ed in parte ai Gordj. Gmelin adottò anch' egli il genere Filaria, e vi riportò giustamente la *Filaria Medinensis* che Müller riteneva tra i Gordj; ma in realtà la separazione della specie del genere *Gordius* vivente entro animali, dalle specie che esclusivamente vivono nell' acqua e nella terra umida, venne presentita dal chiarissimo Goeze. Il dottor Federico Treutler di alcune specie di Filarie ne aveva fatto un nuovo genere che chiamò *Hamularia*, che fu riferito dallo Zeder, e che lo stesso Rudolphi aveva adottato, ma che soppresse in seguito, essendosi accorto, dietro accurate osservazioni, che le pretese specie, le meglio caratterizzate di questo genere, non erano che maschi di Filarie. Anche Lamark, nella sua Storia degli animali invertebrati, aveva ancora ristabilito questo genere *Hamularia*; ma nella terza edizione di quest'opera dei signori Deshayes e Milne Edwards, questi dichiarano doversi tal genere, come è indicato, sopprimere, giacchè le due prime specie compresevi son dubbie, e la terza doversi riferire al genere *Trichosoma*. Nuove modificazioni subì poi sino dal principio del presente secolo il genere Filaria. Giovanni Giorgio Zeder adottò anch'egli il genere Filaria per alcuni Elminti parassiti, ma ne separò da queste alcune specie che riscontransi tra il peritoneo d'alcuni pesci, riunendole in un genere che denominò *Capsularia*, genere che venne poi dal Rudolphi abolito, riportandone alcune specie al genere Filaria, ed altre alle Ascaridi. Il Rudolphi però non ne aveva studiata l'interna organizzazione, ciò che all' incontro fece Eudes Deslongchamps, che ristabilì il genere dello Zeder cangiandone il nome in quello di *Filocapsularia*; giacchè, come egli asserisce, offre un tal verme il corpo cilindrico allungato, elastico, ravvolto in disco, e contenuto in una membrana, e vi riporta il *Gordius marinus* di Linneo, due Filarie, e l'*Ascaris capsularis* di Rudolphi, ec. in una sola specie compresi, che denominò *Filocapsularia communis*, specie nella quale non potè mai osservare gli organi riproduttori. Il Lamark, nella sovracitata opera separò ancora

il genere *Gordius* dal genere Filaria, riponendolo però nel suo secondo ordine dei vermi che chiamò rigiduli, i quali corrispondono ai Nematoidi del Rudolphi. Parlando poi del genere *Gordius*, nelle sue Osservazioni dichiara, che probabilmente i Gordj non sono che Filarie, giacchè le differenze di dimora non equivalgono a quelle desunte dall'organizzazione, e non potrebbero offrire un carattere assolutamente generico; ed in seguito soggiunge, che fu solo per adattarsi all'uso, che egli separò i Gordj dalle Filarie, e nello stesso tempo per far comprendere che il carattere stesso della classe dei vermi non deve desumersi dal luogo d'abitazione. In seguito dichiara avere i Gordj il corpo filiforme, gracile, liscio, quasi uguale in tutta la sua lunghezza, ed in generale trasparente; indica che la maggior parte non offrono apparenza alcuna di bocca o d'ano, senza dubbio per la picciolezza di tali aperture, che d'altronde sono in uno stato di contrazione, quando si osservano questi animali. Due sono le specie di Gordj annoverate dal Lamark, l'uno il *Gordius aquaticus* di Linneo e di Gmelin, che così lo definisce; *G. filiformis, longissimus, pallidus, una extremitate subbifida*, e del quale ne cita la fig. dell'Enciclopedia (tav. 29, fig. 1). L'altra specie è il *Gordius cinctus* di Ottone Fabrizio (*Fauna Groenlandica*, pag. 270, fig. 5. *Encycl. method.*, tav. 29, fig. 2.), del quale ne dà la seguente frase: *G. cinctus, albus, dorso, cingulove antico griseis*, che accenna essere lungo quattro linee. Oltre queste due specie vi si trovano citati i Gordj descritti dal signor Charvet, dei quali parleremo in seguito.

Bose, nella sua Storia dei vermi, che fa seguito a Buffon, separò affatto i Gordj dalle Filarie; tra le specie che però annovera con certezza solo vi riferisce il Gordio acquatico, ed il Gordio di Medina, che egli dalle Filarie tenne distinto.

Del genere *Gordius* trattò pure il professore Valeriano Luigi Brera nella sua opera sopra i principali vermi, ec. Esaminando la classificazione del Brera si riscontra che il quarto ordine che egli stabilì pei vermi umani, da lui denominato dei *Linomorfi*, comprende due generi: l'uno lo denomina degli *Anchilocefali*, al quale riferisce l'*Hamularia linfatica*, che è poi la *Filaria bronchialis* di Rudolphi; il secondo ge-

nere lo denominò dei *Foxocefali,* ossia vermi filiformi a testa guarnita d'un' appendice appuntata, al qual genere riporta il Gordio acquatico, che nella frase specifica descrive avere la bocca rotonda, e più non ricorda l'appendice appuntata che dà per carattere del suo genere Foxocefalo. Da quanto ho esposto, mi sembra poter asserire che il Brera non conosceva il Gordio acquatico, e che quindi non sono ammissibili le opinioni che riporta onde comprovare quest' essere poter divenire parassitico dell'uomo, penetrando in questo il seminio per mezzo delle acque, o dell' uso delle carni dei pesci. Un' altra prova che il Brera non avesse forse mai veduto i Gordj, si ha nell' esame delle sue figure V, VI e VII della tavola quarta, che a me sembrano rappresentare non Gordj, ma bensì esseri non solo di specie, ma ben anche di diverso genere. Io sono d'avviso che la figura V, più alla testa d'un Echinorinco rassomigli che a quella d'un Gordio, e le altre due non rappresentano certamente la figura del *Gordius aquaticus*, ma, p. es., la settima può esser forse quella d'un Tricocefalo che fu male eseguita. Il chiarissimo Cuvier, tanto nella sua prima edizione del Regno animale, quanto nella seconda, annovera il genere *Gordius* nella classe degli Annellidi, nell' ordine degli Abranchi, e nell' esposizione dei caratteri del genere dichiara avere il Gordio un corpo in forma di filo, che offre delle leggiere pieghe trasversali che ne marcano le articolazioni, che non vi si scorgono piedi, branchie o tentacoli, ma che però offre nel suo interno un sistema nervoso a cordone nodoso. Qui io credo opportuno il far osservare che non era assoluta l' opinione del Cuvier pel collocamento sistematico dei Gordj nella classe degli Annellidi, giacchè lo stesso soggiunge che forse tal genere dovrà essere annoverato tra i vermi intestinali cavitari, come vengono annoverate le Nemerti. Il Dujardin però fa rimarcare che il sistema nervoso nel *Gordius* non si riscontra, e che le Nemerti per molte speciali circostanze diversificano dai Gordj. La classificazione del Cuvier, per riguardo al collocamento dei Gordj tra gli Annellidi, venne dai seguaci del suo sistema adottata. Altri però, ritenendo la frase generica data dallo stesso autore, opinarono il *Gordius* doversi riportare alle Filarie, tra i quali specialmente Audouin, senza però aggiungervi proprie speciali osservazioni; ed alle Filarie riportò pure il Gordio il

Blainville. Nella Filosofia zoologica del Flemming, tradotta e con note illustrata dal chiarissimo professore Zendrini, i Gordj trovansi annoverati tra gli Annellidi a corpo nudo, e vi formano una famiglia a parte, denominata delle *Gordiuside*, alla quale riporta il genere Lineus del Sowerby, che è la Nemertis del Cuvier. Il Flemming, parlando dei Gordj, asserisce che forse è probabile che alcune specie di Filaria, che si sono trovate nelle terre separate dagli animali ne' quali hanno d'ordinario dimora, possano essere state a questo genere riportate. Il signor Eudes Deslongchamps, che nell'Enciclopedia metodica, coi chiarissimi Lamouroux e Bory S. Vincent, trattò dei Zoofiti animali raggiati, ed in particolar modo dei Vermi intestinali, nel volume pubblicato nell'anno 1829, all'articolo Filaria, espone la struttura anatomica degli animali di tal genere, ponendovi in confronto quella del *Gordius aquaticus*. Dietro quanto asserisce Eudes Deslongchamps molto le Filarie dai Gordj differiscono, e per riguardo al loro integumento, e pei loro organi intimi, e nelle femmine ben distinte sono le ovaje, nel maschio marcatissimi gli organi riproduttori. Nei Gordj vide la bocca, non vi potè scorgere esofago distinto; l'intestino allungato gli si offrì pieno d'una materia bianco-polposa, e l'ano consisteva in un'apertura rotonda molto visibile, collocata al centro dell'estremità posteriore, e non vi potè osservare parte alcuna destinata alla riproduzione. Indica il Deslongchamps vivere i Gordj nell'acqua o nella terra umida, ma egli assicura pure aver veduto uno di questi vermi introdotto per metà tra le valve d'una *Cyclas cornea*, ed un altro inserito per alcune linee nell'ano d'un insetto: ed avendo esaminato tal verme, osservò non essere una vera Filaria, ma bensì il Gordio acquatico.

Nell'anno 1834 vennero dal Charvet pubblicate negli *Annales du Museum d'Hist. Naturelle* (tom. 3, pag. 37) le sue osservazioni sopra due specie del genere *Gordius*. L'autore non accompagna la sua Memoria nè con dettagli accurati, nè con figure; e quantunque il Dujardin sembri che inclini a ritenere come di grande importanza le osservazioni del Charvet, non si è fatto però carico alcuno di riferire che anche Charvet opina che possano i Gordj ritenersi e come animali esterni, e come parassiti d'insetti, ossia veri vermi intestinali. Due sono le spe-

cie che vennero dal Charvet descritte: in ambedue distinse i sessi, ma solo per la forma della coda, giacchè non potè mai nei maschi constatare l'esistenza di organo maschile distinto.

Dopo il Charvet, nel susseguente anno, venne dal Gervais pubblicato il suo articolo *Filaria* nel Dizionario del Guerin, nel quale si occupò pure del genere *Gordius* Per riguardo ai dettagli anatomici dei Gordj, il Gervais ripete quanto venne asserito dal Charvet. Oltre accennare poi trovarsi i Gordj nell' acqua fredda e corrente, assicura di aver trovato un verme nel *Blaps mortisaga,* che, dietro l'anatomia dello stesso fatta da Carlo Leblond, opina doversi assolutamente ritenere per un Gordio. Dujardin, nella sua Memoria già altre volte citata, accennando l' opinione dei signori Leblond e Gervais, dichiara avere questi autori voluto riunire ai veri Gordj dei vermi filiformi, Filarie o Mermis, che trovansi talora nel corpo degli insetti o delle loro larve, e che tale opinione venne combattuta da Leon Dufour, che osservò però molti di questi Elminti, senza averne studiata l'anatomica loro struttura. A me sembra però che Leon Dufour non abbia bastantemente combattuta l' opinione dei signori Leblond e Gervais; difatto, ecco quanto asserisce Dufour: *Io non saprei ancora abbracciare l'opinione di alcuni naturalisti che vogliono in uno stesso genere confondere le Filarie ed i Gordj, e nemmeno la recente convinzione del signor Gervais, relativa all'identità specifica d'una Filaria del Blaps mortisaga con il Gordius aquaticus. Le Filarie appartengono all'ordine degli Entozoarj o vermi che vivono nell'interno del corpo degli animali, ed i Gordj a quello degli Annellidi che abitano le acque ed i luoghi umidi. La rassomiglianza*, dice lo stesso Dufour, *è più apparente che reale, e forse la stessa che vi è tra il lombrico terrestre e l'ascaride lombricoide. All'anatomia spetta giudicare tal quistione.* Da ciò ben si può comprendere che le obbiezioni fatte a Gervais e Leblond da Dufour non erano appoggiate che alla materiale classificazione adottata dal Cuvier, mentre per Gervais e Leblond militavano in favore le opinioni di Lamark, ed in parte quella accennata, come abbiamo più sopra esposto, del Cuvier.

Il chiarissimo Siebold più volte trattò dei Gordj in varie Memorie inserite negli *Archivj di storia naturale* del Wiegmann. Nell' anno

1837 trattando degli Entozoarj, riferisce che Beaumont trovò nel *Blaps mortisaga* un verme, che visse, come riferisce Frorieps, due mesi nell'acqua pura, e che Leblond asserì avere la struttura del Gordio. Siebold stesso, nella cavità intestinale d'una *Succinea amphibia*, osservò un verme, che visse molte settimane nell'acqua pura, e che era più somigliante ad un Gordio che ad una Filaria. Però nell'anno 1838 pubblicò una Memoria sui Nematoidi, ove, dopo aver accennata l'opinione del Burmeister, che asserisce essere il *Gordius* simile alle Filarie, e che perciò devesi tra i Nematoidi annoverare, dichiara lo stesso Siebold, che il Gordio non può riferirsi nè ai Nematoidi, nè agli Annellidi, e soggiunge poi di aver più volte anatomizzato questo verme enigmatico, e di aver talmente riscontrata strana la sua struttura, che, dopo averne fatto l'anatomia, era per lui divenuto ancora più enigmatico di prima. Egli assicura che la struttura del Gordio di molto s'allontana da quella dei Nematoidi. Nel *Gordius aquaticus* non potè mai riscontrare nè bocca, nè ano; non potè decifrare quali de'suoi organi interni sieno i digestivi, e non vi riconobbe organi respiratorj, vasi sanguigni, e sistema nervoso. Osservò avere il Gordio un sistema integumentario molto complicato, un apparecchio muscolare ben distinto, senza fibre trasversali, e vide molto sviluppati gli organi sessuali con nova e spermatozoarj. Riconobbe Siebold degli individui solo forniti d'organi sessuali maschili, altri al contrario di soli femminei, ed assicura che il sesso dei Gordj si può facilmente riconoscere per la forma dell'estremità caudale, giacchè hanno i maschi la coda fessa o bifida, mentre l'estremità posteriore delle femmine è un po' rigonfia, rotondata ed ottusa, ed indica essere i maschi più delle femmine abbondanti. Nello stesso anno 1838, nel secondo volume del Giornale sovracitato, nella Relazione sopra quanto fu fatto per l'Elmintologia nell'anno 1837, il Siebold, dopo aver esposto ciò che dice Burmeister, per riguardo alla collocazione del Gordio tra i Nematoidi, riferisce pure l'opinione che aveva ammessa l'Ehrenberg nella sua Memoria sugli Acalefi, ove asserisce che il Gordio per la separazione de'sessi, per la posizione degli organi femminei alla metà del corpo, e per l'organo maschile, essere molto somigliante alle Ascaridi, e che per la forma del suo

intestino cieco ha il Gordio molta analogia cogli Echinorinchi. Lo stesso Ehrenberg però nella sua *Simbolæ Physicæ* è certo che aveva un' opinione diversa. In quest' opera Ehrenberg propose di separare le Naidi, le Planarie e molti altri animali vermiformi dalla Sezione dei Vermi, ciò che aveva già fatto il chiarissimo Oken, e di formarne una classe affatto particolare col nome di Turbellaria. In questa classe, nel suo secondo ordine, cioè delle Turbellarie ad intestino semplice, cilindrico e conico che chiama *Rhabdocœla*, colloca il chiarissimo Ehrenberg il Gordio. Per seguire approssimativamente un ordine cronologico, io deggio qui accennare che nell' anno 1840 il dottore Francesco Orazio Scortegagna pubblicò nella Gazzetta di Milano, del giorno 10 agosto N. 223, alcune sue considerazioni sopra una specie di Dragoncello (*Gordius aquaticus*). Nulla egli aggiunse di nuovo all' argomento, ed anzi io trovo inconcludente la critica che fa al Charvet, perchè chiama due specie di vermi i Gordj da lui scoperti; giacchè, come egli dice, *fino dall' anno* 1817 *li moderni naturalisti trasportarono li Dragoncelli dalla classe dei Vermi a quella degli Annellidi.* Per riguardo poi alla specie trovata dallo Scortegagna, farò rimarcare che dopo d'aver data la descrizione della *piccola biscia*, così egli la caratterizza, trovata a Lonigo, dice che *da questa descrizione apparisce che questo animaletto appartiene al Gordio acquatico di Gmelin*, mentre poi dopo aver riportato le descrizioni dei Gordj del signor Charvet, ed altre inutili riflessioni, chiude la sua relazione col porre il nome specifico all' *individuo* da lui descritto, denominandolo Dragoncello di Lonigo o Leoniceno, dal luogo in cui fu rinvenuto.

Nello scorso anno il Dujardin pubblicò, negli *Annales des sciences naturelles*, una Memoria sulla struttura anatomica dei Gordj, e d'un altro Elminto, il Mermis, che con essi venne confuso. Quest' ultimo Elminto trovasi, come dice l' autore, abbondante sulla terra umida subito dopo la pioggia, o il mattino dopo una forte rugiada, talora sulle ajuole da poco tempo lavorate, o sovra i vegetabili che circondano le ajuole, specialmente sul *Buxus sempervivens*, d' intorno al quale si ravvolge come un filo biancastro più o meno macchiato di nero internamente. Il Dujardin opina essere quest' Elminto quello che Goeze confuse col

Gordius aquaticus, e che asserì aver riscontrato nel suo giardino. Al Mermis riporta pure quell' Entozoario trovato da Audouin nelle larve della *Melolontha*, ed inclina a credere che molti vermi filiformi, lunghi da 10 a 20 centimetri, che furono indicati trovarsi nel corpo di molti bruchi, grilli, forficule e Blaps e Carabi forse possano essere stati dei Mermis, che vennero coi Gordj confusi. Il Mermis, come risulta dalle osservazioni ed indagini del Dujardin, distinguesi dai Gordj e da tutti gli altri Elminti: 1.° Per il suo integumento, che consta d' una epidermide omogenea, la quale copre un doppio strato di fibre obblique incrociechiate, ed un tubo cartilagineo a grosse pareti, formato da quindici a trenta strati sottili concentrici. 2.° Pel modo di sviluppo delle sue uova solitarie in altrettante capsule, che hanno la struttura d' una pisside, portanti ai poli fascicoli fibrosi. Sembra che Dujardin non abbia sino ad ora riscontrato che individui femminei: egli ebbe campo di osservare lo sviluppo dell' embrione racchiuso nelle uova del Mermis, ed assicura che rassomiglia alle Anguillule abbondanti nella terra umida e tra i Muschi, come pure nella cavità viscerale dei Lombrici, dei Limaci, degli insetti e loro larve. L' embrione del Mermis, assicura lo stesso Dujardin, offre l' intestino distinto, mentre nell' adulto diviene incompleto per lo sviluppo straordinario del sistema integumentario, e degli organi riproduttori. Dall' esposto sembra si possa credere che questo stato possa essere l' ultimo termine dello sviluppo d' un Elminto diverso da tutti i Nematoidi fino ad ora conosciuti, che molti cambiamenti subisca con l' età, e che a quest' ultimo termine non vi giunga che nelle larve o negli insetti, la di cui vita sia sufficientemente prolungata.

Il Mermis adunque, secondo Dujardin, non verrebbe alla luce che per deporre le uova, come fanno le Tenie dei Cani, che, espulse anche in frammenti, conservano ancora bastante vitalità per trascinarsi a deporre le uova ad una data distanza.

Dall' esposto ne verrebbe la conseguenza che i Mermis non sarebbero vermi terrestri o acquatici, ma bensì veri intestinali, affatto diversi dai Gordj e dalle Filarie, e dagli altri Nematoidi, per la rimarchevole struttura del loro integumento, e specialmente pel modo singolare dello

sviluppo delle loro uova. Per questo singolare Elminto, Dujardin opina che si dovrà ammettere un nuovo ordine intermedio tra i Nematoidi e gli Acantocefali, i quali pure hanno un apparecchio digestivo incompleto, ed uova isolate ravvolte in un doppio o triplo involucro. Due poi sono i Gordj esaminati dal Dujardin, l'uno il *Gordius aquaticus*, che crede essere quello descritto dal Charvet sotto il nome di *Dragonneau di Claix*, l'altro il *Gordius Tolusanus*, distinto dal *Gordius aquaticus* per essere fornito d'un'epidermide squisitamente areolata. Anche Dujardin accenna avere i maschi d'ambedue le specie la coda bifida, e semplice ed ottusa esser quella delle femmine.

Approfittando del riassunto fatto nella sua Memoria dal signor Dujardin, dopo di aver trattato delle due specie di Gordj, faremo rimarcare che egli ritrovò essere privi di bocca e di ano, d'intestino, di veri nervi e di vasi; che l'epidermide si scorge sul loro integumento solo in una specie, e che questo integumento è formato da sedici a ventiquattro piani di fibre obblique, incrocicchiate o alternativamente dirette da destra a sinistra, e da sinistra a destra, circondante tutto il corpo come un'elice da un'estremità all'altra. All'interno offrono un tubo carnoso, muscoloso, a grosse pareti, di struttura raggiata, cioè colla parete del tubo composta di lamine longitudinali, collocate nella direzione dell'asse, ed evidentemente molto contrattili. In questo tubo hanno un tessuto a maglie poliedriche, del quale ogni cellula racchiude una sostanza semifluida, o una massa rotonda con un globulo, che prender si potrebbe per un uovo. Questo tessuto areolare è attraversato in tutta la lunghezza del tubo da un trammezzo proveniente dal ravvicinamento della lamina che separa le cellule, nello spessore delle quali veggonsi scavate a ciascun lato uno o due canali. Finalmente questi animali non hanno che una sola apertura posteriore, che serve, senza dubbio alcuno, alla generazione.

I Gordj mancano adunque anch'essi di organi destinati alla conservazione dell'individuo, per il che si è quasi indotti a credere che, come il Mermis, non siano che l'ultimo termine dello sviluppo d'un Elminto, presso il quale gli organi nutrienti si sarebbero atrofizzati per effetto dell'eccessivo accrescimento del sistema integumentario e degli organi

destinati a riprodurre la specie. Se ciò è probabile, il signor Dujardin opina che si potranno facilmente riscontrare dei giovani Gordj nelle larve essenzialmente acquatiche, e più ancora nelle Ninfe degli Idrofili e dei Ditischi.

Da quanto asserisce il Dujardin si può rilevare, che egli sia dell'opinione essere il Gordio ora un Elminto entozoario, ora un Elminto esterno, e perciò non si può concepire come questo autore nell'introduzione della sua Memoria abbia sempre insistito nel cercare di abbattere l'opinione di quelli che ritenevano essere il Gordio acquatico ora un Elminto esterno, ora un entozoario.

I Gordj, per la loro semplicità e forse enigmatica struttura tra gli animali inferiori, non isfuggirono agli occhi del volgo, che generalmente crede essere tali animali infesti. Linneo asseriva essere opinione dei villici che la morsicatura del Gordio potesse produrre il patereccio, e dice pure che Rinmann aveva confermato questo fatto. I Gordj però non possono certamente morsicare, non avendo, come abbiamo detto, nè Siebold, nè Dujardin riscontrata apertura che dir si possa la bocca, ed è probabile che Linneo abbia descritta la coda d'un Gordio maschio per la testa, nel carattere generico ch'espone nella decima edizione del suo *Systema Naturæ,* ove dice avere il Gordio *os bifidum, maxillis horizontalibus obtusis.*

Il signor Gmelin ripete anch'egli che il Gordio possa produrre il patereccio, e riferisce l'opinione che possa pure essere causa di morte pei pesci, ed all'uomo dannoso. Per la facoltà che hanno i Gordj di trascinarsi per l'argilla e passar quindi facilmente da un luogo all'altro in un terreno molle, Gmelin gli attribuisce la proprietà di poter dar origine a molte fonti. In alcuni paesi esistono anche presentemente delle fallaci opinioni per riguardo ai Gordj, tra le quali quella che i bestiami bovini che bevono acqua ove trovansi i Gordj possano essere attaccati da quella forma di malattia antracica detta *Anticuore.* Ciò che poi deve rimarcarsi si è che il volgo ritiene che alcuni vermi che escono dal corpo di alcuni insetti siano Gordj, ed opina che possano pure avere questi vermi la proprietà d'introdursi nel corpo degli insetti. Sono queste opinioni che noi abbiamo vedute emmesse da cele-

bri autori, e di cui il fatto che probabilmente sieno Elminti esterni, ed anche entozoarj, venne quasi dimostrato interamente dalle osservazioni del signor Dujardin, per riguardo al Mermis da lui esattamente descritto. Ai Gordj venne pure attribuita la facoltà di rivivere dopo essere stati disseccati per alcuni giorni e persino alcuni mesi ed anni, quando siano riposti nell'acqua. Il signor Bose, per verificare se i Gordj sieno di questa facoltà forniti, eseguì moltissime esperienze, dalle quali fu indotto a conchiudere, che i Gordj perfettamente essiccati anche all'ombra non sono più suscettibili, riposti nell'acqua, di ritornare alla vita. Queste esperienze e l'opinione del Bose vennero in seguito confermate dalle nuove esperienze istituite dal Charvet. Quest'ultimo assicura che se talora un Gordio essiccato, riposto nell'acqua offre alcuni movimenti, questi deggionsi attribuire all'acqua che, per la facoltà igrometrica della pelle del Gordio, penetra nella loro cavità e la fa gonfiare.

Egli è noto dall'esperienze di alcuni dotti naturalisti che i diversi pezzi staccati delle Naidi ed altri Elminti possono per qualche tempo sopravvivere, ed anche riprodurre la loro parte talora in modo di formare nuovi individui. Il signor Charvet volle ripetere lo stesso esperimento sui Gordj, ma osservò che i pezzi staccati dai Gordj non hanno la facoltà nè di sopravvivere, nè di acquistare nuove parti, e nemmeno riparare alle perdute.

Ecco così terminata la storia del genere dei Gordj di Linneo nel modo migliore che mi fu possibile, e coi pochi mezzi che vengono forniti dalle nostre pubbliche biblioteche. Devo però qui avvertire che per completare la Storia di quanto si conosce sui Gordj avrei dovuto esporre anche l'analisi d'una Memoria pubblicata nell'anno 1842 dal Bertholdt, che forse avrebbe potuto giovarmi nelle indagini ch'io ho praticato su di una nuova specie d'Elminto, che non è raro nel Basso Milanese, e della quale verrò qui esponendo quanto ho potuto osservarne.

Il singolare Elminto, di cui intendo parlare, trovasi di solito nella terra di natura argillosa, sparso qua e là nelle campagne del Basso Milanese, e più frequentemente in quegli ammassi o cumuli di terra,

che vengono a bella posta formati per essere mescolata al concime, e sparsa in seguito sovra i prati. Io riteneva dapprima che nel solo estate si ritrovasse questo verme, ma in quest'anno ne ho potuto avere alla metà di gennajo, e ne' susseguenti mesi fino ad oggi: alcuni anzi ne conservo ancora vivi avuti sino dal mese di maggio.

Il nome di Gringo o Filo gli fu forse dato dai nostri contadini per essere bianco come la neve, per la sua grossezza che rassomiglia ad un filo di refe ordinario, lunghissimo e ravvolto sovra sè stesso, o con altri in gruppi o nodi. La lunghezza degli individui è varia: quelli che dal mio esame risultano essere femmine giungono sino a cinquantasei centimetri, di più lunghi non ne ho riscontrati. I maschi sono più esili e più corti, cioè li trovai lunghi al più dodici centimetri, e per riguardo al numero dei loro individui, sempre minore di quello delle femmine.

Tanto il maschio che la femmina del Gringo offrono la loro estremità anteriore che si assottiglia dalla parte inferiore all'insù terminando alla testa, la quale offre sempre movimenti più vivaci, e che distinguesi per avere un'apertura non perfettamente rotonda ma bensì ovale, che è la bocca, limitata da due sporgenze tondeggianti non sempre visibili, e che comunica con un sottil tubo che termina spesso serpeggiando con una parte che sembra più oscura all'esterno, che è un tubo membranoso contenente una materia granulare d'apparenza adiposa. Al di sotto delle due ora leggieri, ora marcate prominenze scorgesi un altro tubo, che, come diremo, è fibroso, e che termina non molto lungi dalla coda in forma d'un intestino cieco, forma che pure offre il tubo membranoso adiposo, che termina un po'più superiormente del tubo fibroso; nei maschi è più distante dall'apice della coda, e termina prima dell'origine degli organi riproduttori. L'estremità posteriore è molto più ottusa in proporzione nelle femmine che nei maschi, e per quanta diligenza io abbia usata per scorgervi qualche apertura, non sono mai riuscito a riscontrarvene traccia. La superficie esterna o l'integumento dei Gringhi, allorchè sono vivi, compare interamente liscia; quando però sono morti, o tagliati in piccoli pezzi per assoggettarli ad esame, si corruga simulando degli anelli. L'involucro

del Gringo è formato da due strati di fibre le une trasversali obblique, le altre longitudinali. Quando tagliasi trasversalmente uno di questi animali, di qualunque sesso egli sia, la pelle immediatamente e con veemenza corrugasi, e spiccia fuori dall' interna sua cavità un budello adiposo, che con difficoltà si può rilevare essere realmente racchiuso in un esilissimo tubo membranoso. Schiacciando poi ancora l'integumento di quel pezzo di verme dal quale è uscito il sovracitato budello, tanto nella femmina che nel maschio, ne esce un tubo fibroso formato da fibre argentine longitudinali, molto dilatabili. Questo tubo sembra essere quello che continua sino alla testa del Gringo, e che non ha comunicazione alcuna coll' esofago che continua, come abbiamo detto, serpeggiando, col budello contenente materia che sembra adiposa. Per riguardo alla materia adiposa contenuta nel sovracitato tubo si osserva ora molto appressata in modo di offrire un vero budello, ora offrire qua e là delle cavità, ora prendere l'aspetto d' un tessuto cellulare più o meno marcato, ma le di cui pareti o maglie presentano una struttura granulare.

Se attentamente si osservano gl'individui che alla parte posteriore non offrono appendice alcuna, e che ritengo essere femmine, scorgonsi quattro cordoni collocati ai lati del corpo, due per ogni lato, l'uno superiore, l'altro inferiore. Questi cordoni sono aderenti alla superficie interna dell'integumento. Osservati in questo inverno tali cordoni offrivano i loro globuli pochissimo sviluppati, ed all'incontro molto di più gli ho potuti scorgere nel mese di giugno. I globuli però di tali cordoni sono sempre più voluminosi di quelli del tessuto contenuto nel tubo membranoso, e che rassomigliano a granuli adiposi. Io però non posso con certezza affermare da qual punto partono questi cordoni, e dove hanno fine: mi sembra però probabile che abbiano principio alla testa, a fianco del tubo fibroso, e che terminino non molto distante dall'estremità posteriore.

Gl'individui maschi offrono, appena terminato il tubo membranoso contenente materie adipose, due appendici, ora ricurve ora rette, che rassomigliano a quelle che scorgonsi nelle Filarie, nei Cucullani, nelle Ascaridi, ed altri vermi intestinali, e che furono riconosciute per gli

organi maschili. Alcuni individui offrono l'apparenza d'avere una sola di queste appendici, e talora due ben distinte. Un individuo però chiaramente mi dimostrò avere questi vermi la facoltà di allontanare e ravvicinare le due appendici, ed in quest'ultimo caso in modo che difficilmente distinguer potevasi la linea di contatto. Questo fatto mi sembra poter spiegare come alcuni vermi intestinali, tra i quali, p. es., la *Filaria papillosa*, possano talvolta presentare l'aspetto d'avere una verga semplice, mentre in altre specie dello stesso genere due verghe sempre riscontransi. Nel nostro Elminto io non ho mai potuto scorgere che queste appendici possano ritirarsi in una guaina, come si osserva nelle Filarie ed in altri vermi intestinali.

Per riguardo all'interna struttura degli organi, che sembrano probabilmente essere quelli della nutrizione, gl'individui maschili non differiscono dagli individui femminei sovraccennati. Nei maschi però non ho mai potuto scorgere l'esistenza dei quattro cordoni che ho osservato nelle femmine. Esaminati però anch'essi nel modo indicato per iscorgere le loro parti interne, si osservano due fascicoli, che nel farli uscire dal corpo si contorcono come anse intestinali, che sono più esili dei cordoni annoverati dagli individui femminei, e che offrono una diversa struttura.

Se ancora io non oso ben determinare la natura e l'uso degli organi che ho descritti, spero non mi si vorrà farne accusa, tanto più se si consideri, come lo asserisce il signor Dujardin per riguardo ai Gordj, la grande difficoltà di anatomizzare metodicamente degli animali così esili e lunghissimi; difficoltà che certamente si fa maggiore nell'esame dei nostri Elminti, che sono esili più dei Gordj, e lunghi talora tre o quattro volte di più.

Assoggettato ad un ingrandimento di quattro cento venticinque volte la testa d'un individuo, mi offrì questa l'apparenza di due punti oculiformi, l'uno per lato, non però in linea perfettamente orizzontale, ma l'uno collocato un po' più in basso dell'altro. Da quest'osservazione si potrà forse asserire essere il Gringo veramente dotato di occhi? Qualunque osservatore che delle apparenze si accontenta non avrebbe dubbio alcuno ad ammettere l'esistenza di tali organi, e

tanto più la sua persuasione aumenterebbe se, consultando molti autori, trova altri esseri della classe dei vermi del Lamark, come per esempio le Planarie, ec., essere forniti d' occhi; ma Lamark stesso dubita che possano essere occhi i punti oculiformi delle Planarie. Dirà alcuno che non solo nei vermi, ma che anche in altri esseri più semplici, quali sono gl' infusorj, l'Ehrenberg asserisce esistere veramente degli occhi, e dei quali egli se ne giovò per dedurne dei caratteri speciali. Ma questi occhi realmente esistono negli infusorj? Carlo Morren, nella sua dottissima Memoria sulla rubefazione delle acque, dimostrò che il punto rosso dell'*Euglena sanguinea* non devesi che ad uno speciale coloramento dell'endocroma contenuto, che anzi osservò l' endocroma verde nel corpo di questo infusorio tutto divenire rosso. Lo stesso autore, parlando della *Trachelomonas volvocina* che l' Ehrenberg dichiara avere un occhio rosso, dimostra non esser questo che una parziale colorazione di alcune vescicule mucose del corpo, colorazione che talora si estende a tutte le vescicule, e termina a convertire tutta la Trachelomonade in un globulo rosso. In appoggio poi delle Osservazioni del Morren vien pure quanto asserisce il Dujardin nella sua rinomata opera intitolata *Storia degli Infusorj*, riportando anch' egli specialmente l' esempio dell' Euglena. L' attento esame ch' io ho fatto sovra una specie d'Euglena, che colora in rosso, quando il sole illumina l' acqua d' una delle vasche di questo giardino botanico di Brera, e che è verde quando non è dal sole illuminata, oppure anche artificialmente ombreggiata, mi sembra provare quanto instabile sia il carattere di punti colorati negli esseri microscopici. Questa specie, che pel suo coloramento dipendente dall'azione della luce solare, è certamente diversa dall'*Euglena sanguinea*, e non fu sino ad ora dai micrografi descritta, meriterebbe il nome di *Euglena varians*. Dujardin stesso poi, come Lamark, nega l'esistenza degli occhi nelle Planarie ed in altri Annellidi, ed asserisce pure essere queste macchie di tanto poca importanza fisiologica che spesso non potrebbero essere sufficienti per formarne un assoluto carattere specifico.

Dopo di avere esposto quanto ho potuto rilevare dall' esame dell' esterna apparenza e dell'interna struttura dei Gringhi d' ambedue i

sessi, seguendo il costume dei naturalisti, indicherò quali sono le differenze rimarchevoli che si osservano tra gl' individui dei Gringhi e quelli del genere Filaria, Gordius e Mermis, che probabilmente vennero talora coi Gringhi confusi.

Le Filarie sono in generale lunghissime, sempre cilindriche, filiformi, non attenuate o ben poco alle estremità. I Gordj sono un po' più sottili all'estremità anteriore, che è di metà minore della posteriore. Il *Mermis* offre il capo un po' rigonfio ed un po' più della coda voluminoso. Nei Gringhi l'assottigliamento verso il capo è rimarchevole, ed il diametro del loro capo è molto più della metà minore della parte posteriore.

L'integumento cutaneo delle Filarie, come asserisce il signor Eudes Deslongchamps, è formato: 1.° d'una pelle sottilissima, che offre al microscopio un gran numero di pori visibili, e coperta di strie circolari esilissime. Al di sotto della pelle sono ben marcati due piani di fibre muscolari, l'uno trasversale, formato come da una serie di piccoli anelli muscolari, ognuno de'quali corrisponde alle strie esterne della pelle, l'altro longitudinale che non forma un tubo, ma solo due nastri longitudinali. Questi due piani sono intimamente uniti alla pelle. Alla parte mediana del corpo delle Filarie viene indicata la presenza d'un filamento, che dall'estremità anteriore va alla posteriore, ed aderisce alla facciata interna della pelle: alcuni opinano che possa essere il cordone nervoso.

Le Filarie hanno la bocca piccola e rotonda, il loro intestino ha minor volume degli ovarj che sono lunghissimi, ed in numero di due. I maschi hanno generalmente doppia la verga, e retrattile in una guaina; il loro condotto seminale è molto ampio, e dapprima è anch'esso più voluminoso dell'intestino.

L'inviluppo cutaneo dei Gordj è, come risulta dalle osservazioni del signor Dujardin, in una specie ricoperto d'epidermide, in un'altra non si scorge, ed è formato da 16 a 24 piani di fibre tutte obblique, incrocicchiate le une da destra a sinistra, le altre da sinistra a destra circondando tutto il corpo. Quest' integumento, generalmente di colore bruno, lascia vedere qua e là dei punti più chiari o pori, che furono

rimarcati anche dal Charvet. Il loro tubo interno è membranoso ed a grosse pareti, e racchiude un tessuto areolare, le cui maglie contengono una materia fluida, o un globulo, e si osserva pure che questo tubo interno è attraversato da un trammezzo. Nei Gordj non si riscontra la bocca nè l'ano, e solo vi si osserva un'apertura che il Dujardin opina servire alla generazione. I maschi dalle femmine distinguonsi per avere i primi la coda divisa in due parti o bifida, intiera all'incontro è quella delle femmine.

L'Elminto che fu scoperto dal Dujardin, e che venne dallo stesso denominato *Mermis,* offre un integumento con epidermide omogenea, che copre un doppio strato di fibre obblique incrocicchiate, ed un tubo cartilagineo. Particolare poi a tal genere si è il modo di struttura delle sue ovaje, che offrono le uova solitarie disposte in altrettante capsule o pissidi. Il Dujardin non descrive individui maschili di questo nuovo genere d'Elminti.

Il nostro Elminto, da quanto ho già esposto, differisce adunque:

1.° Dalle Filarie (non considerando qui la diversità d'abitazione, ma la struttura) per la natura del suo integumento, per la disposizione e struttura de'suoi organi interni, che sono d'una semplicità maggiore di quella che osservasi nelle Filarie.

2.° Dai Gordj, per la natura dell'integumento, e per la struttura che a me sembra ancor più complicata nei Gordj che nel nostro Elminto, e per avere il maschio del Gringo organi della riproduzione ben marcati, e la coda semplice.

3.° Dal Mermis, per la struttura dell'integumento, per quella degli organi interni, e per non avere le femmine, come il Mermis, le uova solitarie in altrettante capsule o pissidi.

Il Gringo perciò, Elminto dai nostri contadini ben conosciuto, era affatto ignorato dai naturalisti, o per troppa superficiale osservazione confuso coi Gordj. Dietro i risultamenti delle mie osservazioni, che però meritano ancora d'essere continuate, mi pare di poter essere in diritto di formare col Gringo un nuovo genere. Siccome offre il Gringo la proprietà di ravvolgersi sovra sè stesso in mille modi e variamente intrecciarsi, ho creduto opportuno di chiamarlo *Autoplectus* da

αυτοπλεκτος, *qui se ipsum implicat,* applicando il nome specifico al nostro Gringo di *protognostus,* cioè il primo conosciuto. Avrei ben volontieri conservato il nome di Gringo a questo Elminto, se non mi fossi convinto che con tal nome pure chiamano i villici il Gordio acquatico. La frase descrittiva del Gringo da me descritto mi pare possa essere stesa nel seguente modo:

Autoplectus protognostus

Vermis, corpore longissimo filiformi, elastico, antice summopere attenuato, capite subacuminato, ore terminatus ovali, intestino simplici, postice obsoleto, ano uti videtur nullo.

Fœminæ, vulva ignota, ovaria quatuor lateralia, funiculos simulantia duo superiora, inferiora duo, ova nondum evoluta visa.

Mares, duplici virga præditi, fœminis adultis multoties minores.

Per riguardo al sistematico collocamento del Gringo (*Autoplectus*) dirò che se da molti dati potè il Dujardin desumere essere il Mermis ed i Gordj ora vermi interni o entozoarj ed ora vermi esterni, tal cosa almeno a me sembra dir non si possa del Gringo, giacchè trovasi in tutte le stagioni nella terra, ed anche principalmente nel verno, e dirò pure che io non oso riferirlo a qualche sistematico collocamento conosciuto, giacchè sono persuaso che per le classi inferiori dei corpi organizzati occorrono ancora studj severi e profondi per ben fissarle, e naturalmente determinarne i limiti.

APPENDICE.

Prima di terminare queste mie notizie sull'*Autoplectus*, credo opportuno esporre in loro aggiunta alcune osservazioni che mi si offrirono durante l'esame di alcuni individui per indagarne la loro struttura, le quali potranno formare oggetto di speciali studj.

Nel mese di gennajo un individuo femmineo ancora vivente offriva qua e là alcune macchie sanguigne o solo di color rosso. Osservata la parte colorita, mi risultò esser questa la materia adiposa continuata nel tubo membranoso, ma che non offriva alterazione alcuna. Nel mese di maggio poi io ritrovai un individuo femmineo lungo circa 47 cen-

timetri; la parte posteriore era dotata di poco moto, ma la testa movevasi ancora con agilità; tal individuo nella parte posteriore offriva quasi tutta la materia adiposa ripiena di esseri speciali che per la forma rassomigliavano a vere Anguillule. Sarebbero forse tali Anguillule feti del Gringo, o suoi Entozoarj, come scorgonsi nei Lombrici? Se propizia occasione mi darà campo di osservare ancora questi piccoli esseri, formeranno essi oggetto di mio speciale studio micrografico, giacchè per ora io non oso emettere opinione alcuna in proposito, ritenendo che nelle scienze naturali è meglio rimanere in un saggio dubbio, di quello che emettere opinioni ardite, spesso alla scienza più nocive che vantaggiose.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA.

Fig. 1. Parte anteriore o testa d'un individuo femmina ingrandita 30 volte.

a) Apertura dell'esofago o bocca.

b) Due prominenze laterali dell'esofago.

c) Esofago.

d) Tubo fibroso.

e) Tubo membranoso adiposo.

Fig. 2. Estremità posteriore allo stesso ingrandimento. L'integumento, che scorgevasi liscio nell'estremità anteriore, qui vedesi corrugato.

a) c) Tubo membranoso adiposo.

b) Tubo fibroso che termina un po' più in basso del precedente.

d) Ripiegatura del tubo fibroso osservata in questo solo individuo, forse l'apertura genitale?

Fig. 3. Individuo maschile lungo sette centim. largo mezzo mill., ingrandito 47 volte.

a) Parte anteriore o bocca.

b) Prominenze laterali dell'esofago.

c) Esofago.

d) Tubo fibroso.

e) Tubo membranoso adiposo.

Fig. 4. Parte posteriore dell'individuo sovraccennato ingrandita 47 volte.

e) Tubo membranoso adiposo.

f) Verga in apparenza semplice.

d) Tubo fibroso.

Fig. 5. Pezzo susseguente all'estremità superiore della fig. 2. ingrandito 30 volte.

a) *a*) I due cordoni laterali superiori.

b) Porzione del tessuto adiposo aggrumato.

Fig. 6. Globuli adiposi isolati ingranditi 30 volte.

Fig. 7. Gli stessi globuli ingranditi 435 volte.

Fig. 8. Un pezzo del cordone *n* della fig. 5 ingrandito 111 volte.

Fig. 9. Tubo fibroso fatto uscire dall'individuo della fig. 3.

Fig. 10. Tubo adiposo fatto uscire dallo stesso individuo.

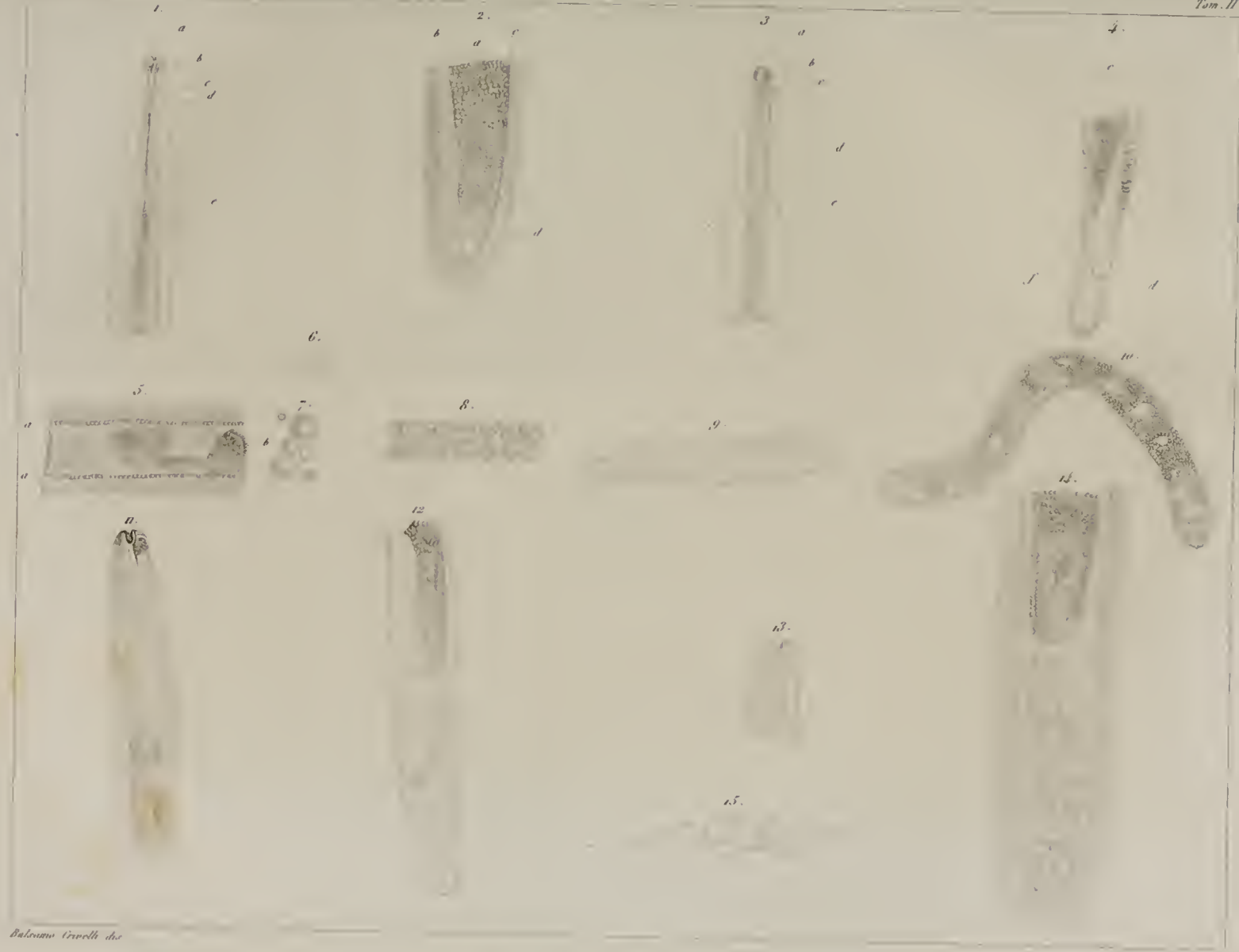
Fig. 11. Parte anteriore d'un individuo maschile lungo centim. 3, ingrandito 111 volte.

Fig. 12. Parte posteriore dello stesso ingrandita 111 volte colle verghe appressate.

Fig. 13. Parte anteriore d'un individuo maschile più grande dell'antecedente, ingrandito 111 volte.

Fig. 14. Parte posteriore dello stesso colle verghe allontanate.

Fig. 15. Un individuo del Gringo veduto allo stato naturale.



Calopleclus proboscideus

SULLA

LAMPREDA MARINA

Memoria

DEL

PROFESSORE BARTOLOMEO PANIZZA

(Presentata il 20 Aprile 1842.)

La lampreda è una sorta di pesce che, e per forma, e per abitudini, e per altre parecchie condizioni anatomiche e fisiologiche, occupa a buon dritto nella sua classe un posto speciale e distintissimo; il perchè meritò che varj e pregiati zootomi la scegliessero a soggetto de' loro studj (1). Ed era naturale e ragionevole; imperocchè se l'esame non delle sole forme esteriori d'ogni maniera di animali, ma sì e più quello della loro intima organizzazione torna ognora vantaggioso ed interessante; la perfetta conoscenza di quelli fra gli animali che per alcuna ragguardevole specialità si distaccano dagli altri, mentre riesce e utile e interessante, è nello stesso tempo pienissima di diletto.

Ma abbenchè pregevoli e degne veramente d'ogni lode sieno le opere che intorno alle lamprede si scrissero, pure la loro notomia non è ancor compiuta, nè la scienza può per anco compiacersi di piena-

(1) Trattarono della lampreda Home, Ratke, Born, Carus e Müller.

mente conoscere la struttura di siffatti pesci, e di poter con esattezza indicare gli usi di tutti gli organi già in loro noti, massime quando si rifletta che le opinioni degli autori sono in molti punti tra loro in aperta contraddizione. Avvertendo a ciò, ho pensato non dovesse essere senza vantaggio l'occuparmi della lampreda marina (*Petromyzon marinus* Lin.); e ciò tanto più, in quantochè io mi trovo avventurosamente nella circostanza di averne delle vive. Avvegnachè esse all'epoca degli amori, che cade in primavera, dalle aque salse salendo alle dolci dei fiumi, arrivano per il Po persino nel Ticino, ove nelle vicinanze di Pavia procaccio di averne quante per avventura se ne potessero pescare (le quali a dir vero sono ben poche). E ciò che parvemi che in tali pesci fosse degno di fissare specialmente l'attenzione fu la struttura del cervello, l'origine e il decorso di alcuni nervi, la cavità nasale, l'apparato respiratorio, il sistema sanguigno, e il genitale.

I. Comechè bastantemente ampia la cavità sia del cranio, pure la massa encefalica racchiusavi dentro è piccolissima, e quale appena suole riscontrarsi negli infimi pesci: tra la massa poi e la superficie interna del cranio esiste una particolar sostanza semifluida, che ha cioè una densità che sta tra l'aqua e la gelatina, e che nell'alcool si rapprende e diviene affatto solida. Ma l'encefalo non resta ad immediato contatto della sostanza, essendo rinvolto da' suoi inviluppi, de' quali il più esterno è una sottile e trasparente membrana, sotto cui sta un tessuto celluloso soffice, tempestato tutto di punteggiature nere, il quale per sottilissimi fili si congiunge alla pia madre, chiazzata anch'ella di macchie nere.

Il cervello veduto superiormente è quale fu disegnato nella tav. I, fig. I e II, e differisce assai da quello della lampreda fluviale, che il Ratke rappresenta nella Tav. III, fig. 41ª, siccome da quello della marina, che il Carus ci diede nel suo trattato di Anatomia Comparata alla fig. 5ª della Tav. IX. Esaminando con diligenza parecchi di siffatti cervelli, ho sempre visto che gli emisferi cerebrali (Tav. I, fig. I e II) sono corpi oblunghi, ellittici, assai irregolari però, i quali per le elevatezze che offrono nel loro contorno superiore ed esterno, dividersi

potrebbero in lobo anteriore, superiore e posteriore. Quella parte poi che Ratke e Carus concordi considerano come ganglj degli emisferi, differisce da quella che essi ci descrivono non solo quanto al volume e alla posizione, ma anche per la forma. Giacchè ella si offre alla foggia di un'eminenza conica (fig. I, n. 3; fig. II, n. 1) midollare, diretta in alto e all' avanti, e che termina ad apice smussato; eminenza che, chi la esamina diligentemente, può considerarla composta di tre lamine, due laterali (che sono prolungamenti della parte interna d'ogni emisfero cerebrale), ed una mediana e posteriore, le quali vanno ad incontrarsi verso l'apice. All' estremità smussata di quest' eminenza appoggiasi una granulazione tondeggiante, bianchiccia, molle; grande quanto un grano di trifoglio, connessa alla pia madre, e che si deve riguardare come una di quelle *granulazioni* dette *cerebrali*, e non già come una parte integrante della massa encefalica, da cui è distinta e pel colore e per la struttura microscopica.

Due sono i lobi ottici, ed avvi tra loro un rialzo di sostanza midollare pertugiato nel mezzo da un ampio foro (Tav. I, fig. II, n. 2). Nella lampreda dei fiumi la cosa è assai diversa, essendo, giusta Ratke, le masse ottiche in lei rappresentate da un unico rigonfiamento rotondo.

Dietro ai lobi ottici sta il cervelletto (fig. II, n. 3) che, alla foggia di una striscia midollare trasversale, forma il contorno anteriore del *calamus scriptorius*.

Tra i due lobi ottici e sopra il *calamus scriptorius* giace un corpicciuolo (Tav. I, fig. I, n. 3) di color bianco-sporco, di forma irregolare, ma che pure potrebbe paragonarsi all'osso sterno. Esso trovasi sopra in parte alle masse ottiche, in parte al cervelletto ed al *calamus scriptorius* e quarto ventricolo, e col suo contorno rimane obbligato alla pia madre, la quale anzi pare posteriormente vi scorra sotto. La sua faccia superiore ha striscie longitudinali e trasversali punteggiate di nero, e la inferior posteriore, che poggia sul contorno del *calamus scriptorius*, è raggiata: e là ove corrispondono i lobi ottici è bianca e membranosa, e si attacca al contorno di quell'apertura che si è detto esistere tra i lobi stessi. Sulla natura di tal corpo non concordano tra loro Ratke e Carus, giacchè, mentre questi è d'avviso che sia una dipendenza della

pia madre, quegli lo considera siccome una massa nervosa rappresentante il cervelletto, e ciò per la molta analogia che ha col cervelletto delle razze e dei pesci cani, perchè copre il 4.° ventricolo e si indura nell'acido nitrico. « Inoltre, egli dice, se per cervelletto voglionsi con- » siderare le strisce trasversali rappresentate al n. 7 della fig. II, non » potrebbe darsi che nelle lamprede il cervelletto si presentasse sotto » una duplice forma, una per la quale il nostro pesce s'accosta agli » animali inferiori, e l'altra per cui si parifica ai superiori? »

Ad onta di questi argomenti io trovo preferibile l'opinione del Carus: e infatti la natura nel modellare le parti centrali nervose mantiene ognora una forma costante, ed assai di rado offre delle varietà. Ora se tal corpo lo si esamina ne' diversi individui, scorgesi che varia molto in grandezza e forma. Oltre a ciò esso è sempre in continuazione della pia madre, e puossi levare senza scomporre menomamente la superficie cerebrale. Il suo tessuto è omogeneo, e consta di una sostanza cellulo-gelatinosa, diafana, e per conseguenza diversa affatto dalla cerebrale. Quindi è che anch'io inclino a credere con Carus che, anzichè sostanza nervosa, debba ritenersi come una dipendenza della pia madre, e quasi direi un *plesso corideo.*

La base del cervello della lampreda marina è assai differente da quello della fluviale, se vuolsi giudicare dal disegno di Ratke. Onde per tal cagione, ed anche perchè nissuno ci ha dato finora il disegno di tal parte nella marina, ho pensato darlo io, imperocchè meglio giova a fornire un' esatta idea di queste cose un buon disegno, che la lettura di una lunga e minuziosa descrizione (Tav. I. fig. III e IV). Come rilevasi dalla figura, ogni emisfero cerebrale inferiormente per un solco trasversale vien diviso in due lobi; di cui uno è anteriore ed interno, e l'altro quindi posteriore ed esterno: questo è più piccolo del primo. L'elevatezza elittica (fig. III e fig. IV, n. 1) situata tra i due emisferi cerebrali, portandosi in basso dirigesi all'avanti, s'adagia in un infossamento che offre nella parte media la base del cranio, che ivi è membranosa, e vi si attacca col mezzo della pia madre. Essa non è in mezzo bucata, ma offre un esil velamento, levato il quale si entra in una cavità. All' eminenza poi succede il midollo allungato, il quale offre una traccia del solco longitudinale.

Per le ragioni onde fui indotto a disegnare la base, ho voluto anche mostrare nella fig. IV il profilo del cervello, e nella fig. V la sua interna superficie. Nell' esame dell' interno ho conosciuto, che gli emisferi cerebrali e le masse ottiche non solo sembrano, come dice il più volte lodato Ratke, ma sono realmente cavi. Se fendesi longitudinalmente nel mezzo il cervello, si scorge che la cavità mediana è ampia e si trova in rapporto colle due aperture esterne superiori, e colla inferiore, ed anche col quarto ventricolo. Esaminando poi l'una e l'altra parte della sezione, si vede una fenditura corrispondente al peduncolo cerebrale; fenditura, la quale si continua con una piccola cavità dell' emisfero; e si ritrova poi ancora un' altra piccola fessura, per cui si entra nel lobo ottico, esso pure cavo, come già fu detto. Tale configurazione ci autorizza a dire che il cervello del nostro pesce è una lamina nervosa piegata ed accartocciata variamente in modo da formare diverse eminenze, le cui interne cavità comunicano fra loro.

II. I nervi cerebrali sono stati in generale ben descritti da Born; ma avendo nell'esame che anch'io ne feci trovata qualche differenza, ho stimato conveniente di qui rimarcarla. Secondo quel valente zootomo, tutti i nervi ausiliarj all' occhio, tranne l'abducente, entrano nell' orbita per un sol foro, quel medesimo per cui passa il nervo ottico; ma la cosa è ben altrimenti. L' ottico ha passaggio da un foro a lui proprio ed esclusivo; e dietro a lui, una linea circa, sorte un altro nervo che Born chiama l' abducente. Il quale, staccatosi dalla parte laterale inferiore del midollo allungato, dirigendosi all' avanti ed all' infuori, entra nell' orbita, ove si divide in due diramazioni. Di queste, una va al muscolo retto superiore dell' occhio, l' altra, volgendosi alla parte anteriore ed inferiore dell' orbita, passa sotto al nervo ottico e si disperde nei muscoli retto anteriore, e grande obbliquo o obbliquo anteriore. Cotesto nervo, anzichè abducente, parmi si debba dire il terzo o il motore comune dell' occhio, giacchè e si presenta terzo nella serie numerica, e si disperde non in un sol muscolo, ma in parecchi.

I zootomi insegnano che il quinto è nella lampreda un solo e indiviso nervo dalla sua origine fino all' uscita dal cranio; ma chi lo esamini con diligenza potrà convincersi che egli è diviso in due rami,

de' quali uno, che è il superiore e più grosso, trae origine dalla parte laterale della midolla allungata vicino alla superficie superiore, mentre l'altro, che è più piccolo ed inferiore, nasce pure dalla parte laterale di detta midolla, ma in basso e vicino al mezzo, e che, come nascono, si conservano distinti infino all'ingresso nell'orbita, nella quale penetrano passando per un foro della dura madre speciale a ciascun ramo, ed ivi si congiungono. Tra le diramazioni del quinto è rimarchevole la superiore, che può chiamarsi oftalmica, la quale, scorrendo nella parte superiore e profonda del cavo orbitale dall'indietro all'innanzi, e un po' all'esterno, finisce distribuendosi con esilissimi filamenti dalla parte mediana del muso fino al margine del labbro.

Lungo la parte superiore del quinto, ma da lui palesemente distinto, ho quasi sempre trovato nel cranio un sottile e molle filo nervoso che deriva dal solco che è tra i lobi ottici e il midollo allungato. Egli, scorrendo sul quinto, per arrivare al foro d'uscita non segue la direzione di lui. Da quanto ho potuto scorgere si direbbe che vada a formare quel nervetto che si disperde nel muscolo piccolo obbliquo, o obbliquo posteriore, il quale a tutta prima si giudicherebbe un ramo del quinto. Ciò parmi tanto più probabile, in quanto che, oltre all'aver un punto di partenza dal cranio diverso dal quinto, non si mischia con lui fuori del cranio; perciò si potrebbe considerare per il quarto dei nervi cerebrali.

Un esame superficiale farebbe credere che un ramo della seconda porzione del trigemino, dividendosi in due, entri nel muscolo retto posteriore ed inferiore. Ma accompagnando tale ramo verso il cranio, si trova che ha sempre un colore molto bianco, che è consistente e terete, e che sebbene scorra sopra la branca mascellare superiore, pure nè da essa deriva, nè con essa, nè con altri rami del quinto si immischia; ond'è che si potrebbe giudicare per il sesto o l'abducente; pure debbo confessare che non vi ho scorta una special origine.

III. Curiosa certamente e degna di rimarco è nella lampreda la cavità nasale, perchè, oltre all'essere la sede dell'olfato, serve ad espeller l'aqua con bel zampillo nel momento dell'espirazione, ossia nel momento stesso che viene espulsa dai fori branchiali. Ponendo attenzione

soltanto a tale coincidenza, era troppo naturale il pensare che il cavo nasale comunicasse colle vie respiratorie, e tale infatti era l'idea di Carus. Ma ciò non impose ad Home e a Bojanus, i quali, esaminata bene la cavità, riconobbero che non è punto in comunicazione colle vie respiratorie, ma termina a fondo cieco. Ratke trovò la stessa cosa nella fluviale, e rappresentò quest'organo alla fig. 39 e 40 della III Tavola. Non è a dir vero gran chè differente la conformazione di tale cavità nella marina: tuttavia, siccome vi passa qualche diversità che torna molto acconcia alla spiegazione del fenomeno del zampillo, così credo conveniente di descrivere anche con una tal qual minutezza siffatta parte dell'animale, e di darne il disegno nella Tav. I, fig. VII.

All'apertura esterna nasale (1), che sta nel bel mezzo del capo, succede un condotto imbutiforme, colla parte larga indietro e in basso, *condotto olfattorio*, il quale, dopo due o tre linee, termina nel *sacco olfattorio* con un foro guernito al suo contorno inferiore di un esile prolungamento membranoso, che, alla foggia di una valvola, dirige l'aqua verso il fondo lamellato del sacco olfattorio, punto ove precisamente espandesi il nervo dell'odorato.

Il sacco comunica con un'altra cavità, detta da Ratke *appendice nasale*. Questa incomincia con un'apertura ellittica membranosa praticata nelle pareti del sacco olfattorio, alla quale succede un canale cartilagineo-membranoso, che portasi all'indietro ed al basso, scorrendo sotto il sacco olfattorio, e la base del cranio, e sopra la doccia della seconda cartilagine embriciforme. Se nella lampreda de' fiumi (a giudicarne dal disegno di Ratke) l'apertura dell'appendice nasale giace dirimpetto all'apertura del condotto olfattorio, nella marina invece si

(1) Immediatamente dietro l'apertura nasale avvi nella cute un'area ellittica dell'ampiezza quasi di un cece, che si distingue dal resto per esser bianca di colore. Sotto questa rinviensi una fossa ovale limitata anteriormente dalla parete posteriore del sacco olfattorio, inferiormente dalla vôlta del cranio, vôlta che nel mezzo non è cartilaginea, ma sottile e membranosa, e par quasi pertugiata e comunicante col cavo del cranio. Ora cotesta fossa è tutta piena di una sostanza cinerea, molle, gelatinosa. A che serva, io non lo so. È destinata forse a coprire e difendere il cranio? oppure somministra un materiale che, penetrato nel cranio, concorre a preparare l'umor gelatinoso, che si è detto involgere il cervello? ovvero è una sostanza che colla sua umidità ed untuosità lubrifica la cute in queste parti assai tesa?

appalesa nella parte anteriore della parete inferiore del sacco olfattorio al disotto dell'apertura di ingresso del condotto nasale (Tav. I, fig. VII, n. 16). Il canale, che è alquanto stretto, riesce in una cavità mediocremente ampia, a fondo cieco, piriforme, schiacciata dall'alto al basso, e per conseguenza rigonfia ai lati. Siffatta cavità, che costituisce realmente l'*appendice nasale*, ha i seguenti rapporti: posteriormente viene a contatto del termine delle due cave, all'insù ha quella porzione della base cartilaginea del cranio che corrisponde al midollo allungato, al disotto ha la fine della faringe ed il principio dell'esofago (canale molto angusto, che al basso è in relazione colla parete superiore dell'estremità anteriore della trachea), e da ultimo, ai lati, punto della maggior ampiezza del cavo, è connessa al fondo delle due prime branche. Quivi si scorge chiaramente che la membrana dell'appendice nasale è della stessa natura di quella delle branche, di cui anzi pare una continuazione. Del resto, nelle pareti dell'appendice del *petromyzon marinus* non si riscontra traccia di fibre muscolari, che il Ratke asserisce aver trovato nel fluviatile.

Tale è la fabbrica anatomica, e tali le relazioni di questa cavità, fabbrica e relazioni che non consentono comunicazione di sorta tra essa e le vie respiratorie. E infatto, l'aqua che nell'atto della espirazione esce a zampillo, non entra nel cavo nasale che per il foro nasale istesso. Per convincercene basti l'osservare che il fenomeno ha luogo fino a che l'animale sta col capo sott'aqua; se si rialza in modo che la parte superiore del capo, e per conseguenza il foro nasale, stia fuori dell'aqua, mentre il resto del corpo vi è sommerso, si trova che, sebbene la respirazione continui, pure dal naso non sorte più verun getto.

Ma per qual forza o singolar circostanza avviene egli questo zampillo? Ecco come il Ratke spiega la cosa. « Sembra, egli dice, che a » ciò influisca la fine della faringe, e più ancora quel pajo di muscoli » faringei che si trovano al principio dell'appendice nasale, e pro- » priamente tra questa e l'esofago, i quali muscoli cominciano con » una tenera aponeurosi, e si inseriscono alle sottili tavole perpendi- » colari che sono congiunte colle apofisi spinose. Mentre questi mu-

» scoli, del pari che le ultime fibre della faringe, si contraggono, sic-
» come aderiscono alla parete inferiore dell'appendice nasale, questa
» parete verrà scostata dalla superiore, e l'appendice, almeno in que-
» sto punto, si allargherà, e sarà così concesso all'aqua di entrare nella
» medesima. Tuttavia, siccome questi muscoli non appartengono che
» al principio dell'appendice, non è supponibile che questa, per la con-
» trazione dei medesimi, venga ampliata per tutta la sua lunghezza
» sino al fondo. Non vi è dunque altro scampo che l'ammettere che
» l'estremità posteriore dell'appendice, la quale è per tessuto cellulare
» legata alle parti che la circondano, dopo di essere stata ristretta pel
» proprio strato muscolare, cessando questo di agire, venga di nuovo
» dilatata dall'esofago, la cui parete superiore era stata probabilmente
» tirata in su durante il restringimento. Noi dobbiamo inoltre supporre,
» continua l'A., che per la contrazione del pajo muscolare sopraindicato
» si restringa contemporaneamente anche quel pezzo d'esofago che
» viene subito dopo. E che così succeda effettivamente possiamo ar-
» guirlo da ciò che, durante la contrazione di que' muscoli, deve ne-
» cessariamente venir compresso il principio dell'esofago, e quindi è
» possibile, anzi probabile, che contemporaneamente si restringa (però
» mediante la forza delle sue pareti) anche la parete dell'esofago che
» è posta al di dietro. Se la spiegazione che ho data, segue Ratke, del
» fenomeno in discorso è giusta, invocando in nostro soccorso tutto
» quello che abbiamo già detto sull'ascendere e sul cadere dell'aqua
» nella cavità nasale, possiamo inferire che nella lampreda l'esofago, o
» almeno la parte anteriore di questo, si restringa quando il petto si
» allarga, e si allarghi quando il medesimo si restringe ».

Ma tale spiegazione non soddisfaceva forse pienamente allo stesso autore, il quale perciò, da quel coscienzioso e prudente naturalista che è, conchiude: « Se altri, appoggiati a proprie osservazioni, specialmente
» sulle lamprede marine, chiamassero ad esame la mia opinione, mi fa-
» rebbero cosa gratissima. Il fenomeno è unico nel suo genere e ben
» degno di ulteriori indagini ».

E questa dichiarazione onora altamente l'autore. Imperciocchè, a dir vero, quantunque la spiegazione addotta sia ingegnosa, non è però

convincente, in quantochè nè è desunta dalle circostanze che devono valutarsi, nè è conforme alla semplicità del procedere della natura. Il Ratke fa gran caso della relazione di unione e di contatto dell' appendice nasale colla faringe e coll'esofago, e pensa che all' ingresso dell' aqua nel cavo debba necessariamente antecedere la contrazione dei muscoletti collocati posteriormente alla faringe, ed al principio dell'esofago, contrazione in virtù della quale rimane stirata in basso la parte inferiore dell'appendice, e per tal modo dilatata; e avvisa poi, che l' uscire dell'aqua con impeto tutto ripetere si debba dalla contrazione dell'apparato muscolare, di cui vanno munite le pareti dell'appendice.

Parmi che il far dipendere la dilatazione della cavità più volte nominata dalla contrazione dei muscoli della faringe e dal principio dell' esofago non consuoni col rapporto delle parti; sendochè solo per breve tratto del suo contorno inferiore l' appendice resta a contatto colla faringe e l'esofago, e quindi solo per un assai corto spazio potrà essere stirata e pochissimo di conseguenza dilatata. E ciò riuscirà più chiaro quando si rifletta che le potenze muscolari atte a portare in basso il canal nasale non esistono che là ove corrisponde il principio dell'esofago (T. I, fig. VII, n. 6), nel qual punto si dispongono a guisa d'anello o sfintere, capace, contraendosi, di trarre in basso per breve tratto la parete inferiore corrispondente dell'appendice nasale, che ivi è ancora ristretta.

E se la cosa stesse veramente così, come la pensa il Ratke, noi troveremmo qui un esempio unico forse nel regno animale, ed opposto certo alla semplicità del procedere della natura, giacchè vi sarebbe un canale (il quale negli altri animali, quando non serve al passaggio degli alimenti, rimane sempre chiuso) continuamente in un alterno moto di contrazione e di rilasciamento per favorire l' azione e soccorrere alle funzioni di una cavità, con cui non ha rapporti fisiologici di sorta.

Il voler poi ripetere il getto con cui sorte l' aqua dalla contrazione delle pareti dell' appendice nasale, indotta dalle fibre muscolari di cui sono provviste, forse varrà per la lampreda esaminata da Ratke, voglio dire la fluviatile; per la marina no: imperciocchè in lei io non ho potuto trovare fibre muscolari nelle pareti; e quand' anche vi fos-

sero, tornerebbero vane, essendo le pareti non libere, ma obbligate alle parti vicine.

Quale sarà adunque la causa di un sì strano fenomeno? O m' inganno, o la spiegazione di ciò fluisce spontanea ed evidente dall' esame che si faccia dell' estesa relazione di contatto che hanno le parti laterali dell' appendice nasale coi due sacchi bronchiali. L' apertura nasale rimane ognora aperta, nè per stuzzicare o maltrattare questa parte nell' animale, avviene mai di vederla chiusa. L' aqua può dunque per tal foro entrare a suo grand' agio, e passare dal sacco olfattorio all' appendice, essendo questo sacco situato inferiormente a quello. Ma se l' appendice colle sue pareti lateralmente resta obbligata per un bel tratto ai due primi sacchi branchiali, e questi, affinchè possano ricevere ed emettere l' aqua necessaria alla respirazione, devono essere in continuo movimento, sarà necessario che anche l' appendice si muova, e si muova in armonia coi moti dei sacchi branchiali. Ora nell' atto dell' inspirazione dilatandosi il torace, si allargano anche i sacchi branchiali, e vengono portati all' esterno; per tal movimento anche le pareti dell' appendice nasale saranno tirate all' esterno, e per conseguenza verrà aumentata la capacità del cavo, quindi vi affluirà l' aqua in molta copia. Nel momento dell' espirazione poi restringendosi il torace produrrà un restringimento anche de' sacchi branchiali, che sarà seguíto dall' angustiarsi del cavo dell' appendice, onde l' aqua non potendo più soggiornarvi in quella quantità, con cui entrò, sortirà in buona parte: e siccome ciò avviene non lentamente, ed a gradi, ma ad un tratto, e con una certa violenza, l' aqua dovrà necessariamente sortire con un zampillo, zampillo che cade appunto nel momento dell' espirazione. E parmi tanto più consona al vero la spiegazione che ho data, in quantochè ho le mille volte veduto che la forza del getto è in ragione diretta della forza con che si fa l' espirazione. — Non basta ciò? Pongasi sott' aqua il cadavere di una lampreda, con acconcie pressioni esercitate sul torace. Si rinnovi artificialmente la respirazione, e vedrassi chiaramente entrare l' aqua pel foro nasale nell' istante in cui si dilata il torace, ed escirne con impeto e getto quando si stringe.

Ma perchè mai natura, la quale nulla opera a caso, e dovunque sa-

pientemente si governa, ha nella lampreda combinata una sì curiosa struttura di narici? Ecco come io la penso in proposito. Negli altri pesci due sono, ed assai estese, le narici, ed a pareti contrattili, perchè ammettendo molt'aqua possano meglio i nervi olfattorj ricevere le impressioni. Nella lampreda il volume della testa è per la massima parte occupato dall'ampia bocca, poco spazio quindi vi rimanea per il cavo nasale, e leggieri e fuggevoli perciò doveano essere le impressioni, non arrivando alle diramazioni dei nervi dell'odorato che piccola quantità di aqua. Ora, per ripararvi, natura al cavo delle nari aggiunse l'appendice nella quale entra l'aqua dopo essere passata nel sacco, e da cui sorte per ripassarvi novellamente: per tal modo nel piccolo cavo e molt'aqua entra, e due volte viene a contatto dei nervi sparsi coi loro rami nelle sue pareti.

IV. E Ratke e Born hanno assai bene descritto l'apparato respiratorio della lampreda: ad onta di ciò ho voluto anch'io occuparmi di questo interessante argomento, ed esporre in tutte le sue minuziose particolarità il risultato delle mie osservazioni, affinchè più chiaramente si manifesti quanto ingegnosa sia la costruzione di tale apparato, e quanto mirabilmente corrisponda al fine cui è destinato. Ciascuna cavità branchiale è un sacco membranoso ellittico, un po' compresso dall'innanzi all'indietro, col massimo diametro diretto dall'indietro e dall'esterno all'avanti ed all'interno. Agli estremi d'ogni sacco vi ha un'apertura, di cui la interna, che è piccola ed a contorno legamentoso, dicesi *tracheale*, e l'esterna, maggior dell'altra, è mobile e munita di tre valvole. Spaccata per il lungo, cioè da un'apertura all'altra, una di tali cavità, si vedono distaccarsi dalle sue pareti molte pieghe e lamine membranose (che possiamo chiamare *lamine primitive*), tese da un estremo all'altro ad imitazione dei sepimenti di un melarancio, o meglio delle valvole conniventi dell'intestino. Ogni piega o lamina ha un margine, con cui è unita alla parete del sacco, che può dirsi *margine dorsale*, e un altro *libero*, ha due superficie e due estremità. Di queste la esterna, corrispondente al foro branchiale esterno, è per breve tratto libera, l'altra è obbligata al contorno del foro tracheale. Coteste pieghe membranose poi sono disposte in modo che nel terzo inferiore della parete

anteriore d'ogni sacco le superiori stan sopra le inferiori, e ne coprono circa un terzo, e nelle altre parti le superiori stanno sopra le inferiori in modo da coprirle intieramente e da sporgere un po' oltre queste. Le due superficie d'ogni lamina primitiva sono floccolente, ed esaminandole ben bene lasciano scorgere un buon numero di crespe membranose che dal margine dorsale vanno un po' tortuose al libero, e che si possono chiamare *lamine secondarie*. All'esterno i sacchi bronchiali non presentano che delle lineette longitudinali, che percorrono la lunghezza del sacco e corrispondono al margine dorsale delle lamine primitive.

Per potere esaminar bene la distribuzione del sistema sanguigno che dal cuore va alle branchie, e da queste all'aorta, conviene allontanare l'un dall'altro due sacchi branchiali, uno sinistro, l'altro destro, cominciando dall'esterno e venendo all'interno sì che se ne possa veder bene la superficie esterna, come si è fatto nella Tav. I, fig. IX. Queste superficie sono separate da uno strato membranoso splendente, forte, n. 1, che si connette alle dette superficie per varj fili. — Allontanati adunque due sacchi branchiali, si vede che tra mezzo a loro, in vicinanza all'estremità interna o tracheale, decorre una grossa diramazione sanguigna inviluppata dal setto membranoso splendente e derivante o dall'arteria polmonare, o da uno de' suoi due rami (1). Questa grossa diramazione si decompone quasi sempre in due rami, uno piccolo che resta inferiore, e l'altro più grosso e superiore, il quale si decompone in una doppia serie di ramoscelli, una delle quali va sulla superficie esterna di un sacco branchiale, l'altra sull'altro (fig. IX, n. 2). Cotesti ramoscelli, staccatisi dai loro tronchi, vengono verso le pareti del sacco, ma non vi aderiscono che dopo lo spazio di una o due linee. Toccata poi la parete, ciascun ramoscello dà una piccolissima diramazione, che portandosi verso il foro interno, percorre quello

(1) L'arteria polmonare partita dal cuore scorrendo in vicinanza delle pareti tegumentali del petto nella linea media giunge indivisa sin quasi in corrispondenza della quarta apertura branchiale esterna, ove si divide in due rami divergenti e diretti all'avanti. Dai lati dell'arteria polmonare o de'suoi rami sorgono i rami che vanno ai sacchi bronchiali diretti in alto ed in fuori, e girando all'esterno della trachea tra l'una e l'altra apertura interna branchiale.

spazio della parete di una o due linee, a cui non erasi attaccato il ramoscello, e vi si disperde: indi il detto ramoscello si dirige verso il foro esterno, scorrendo sul dorso delle lamine membranose pendule nel cavo del sacco. In questo decorso mandano continuamente delle diramazioncine su quelle crespe membranose, onde sono pieghettate le lamine primitive (Tav. I, fig. XI). Le diramazioncine poi confluiscono tutte in un troncolino generale, che percorre il margine libero d'ogni lamina per arrivare all' estremità tracheale. Quivi tutti i troncolini venosi sboccano in due rami principali, uno superiore all'altro, che sono ai lati del foro tracheale, e che finiscono in un tronco generale, il quale, ascendendo e dirigendosi verso il mezzo, sbocca nell' aorta (Tav. I, fig. X).

La quantità delle lamine membranose, che staccansi dall' interno de' sacchi branchiali, e il modo con cui su di loro si distribuiscono i vasi sanguigni, mostrano chiaramente che anche nel sistema respiratorio di questi pesci la natura ebbe di mira di procurarsi in breve spazio un' estesissima superficie tutta percorsa da vasi sanguigni, e a contatto dell' aqua.

Esaminando la respirazione della lampreda, scorgesi che l' aqua per i fori branchiali entra nel torace allorchè si allarga, e ne esce con un getto palese quando si restringe. La bocca per nulla concorre alla respirazione, ossia per lei non passa giammai l'aqua che va alle branchie; giacchè, e non sempre vi potrebbe entrare (come è allorquando l'animale colla sua bocca, quasi con una ventosa, s' attacca a qualche corpo), ed anche quando ha la bocca libera (come nel tempo che si move) nessun movimento accade nell' aqua vicina alla parte anteriore del corpo. Di questo può ognuno di leggieri accertarsi col semplice accostare alla bocca del pesce una sottile ragnatela attaccata ad un bastoncino, od altro simile oggetto facilmente movibile, in cui non si avvertirà verun movimento. Avvicinando all' opposto la ragnatela alle aperture branchiali, ho scorto che se si accostava alla parte posteriore dell' apertura, veniva con tal forza attratta che vi si insinuava, mentre vivamente era respinta quando recavasi verso la parte anteriore: sicchè ne veniva spontanea la deduzione che nell' inspirazione l' aqua

entrando rade la parte posteriore dell' apertura branchiale, e la anteriore invece l' aqua uscente nell' espirazione.

A dare siffatta direzione al liquido indispensabile alla respirazione devono certo contribuire le tre valvole che guerniscono il contorno dei fori branchiali (Tav. 1, fig. VIII), di cui una esile conformata a semiluna si attacca al contorno anteriore, e le altre due triangolari ed allungate sono obbligate per un lato alla parte superiore ed inferiore un po' all' interno. Coteste valvole nel momento dell' inspirazione si ritirano indentro, e sembra quasi che coi loro apici dividano il varco della branca in due vie, una anteriore, posteriore l' altra, per la quale ultima specialmente pare si insinui l' aqua. Se è così diffatto la cosa. come sembra, quella papilla dura, schiacciata, ordinariamente bifida al suo estremo, che sorge dal contorno posteriore del foro branchiale frammezzo alle due membranelle triangolari, sarebbe opportunamente collocata per impedire, arrestandoli, ai corpi stranieri di introdursi in un coll' aqua nel cavo delle branchie. Ma nella espirazione le due valvole accartocciate sono spinte fuori tanto che coi loro apici rosseggianti sporgono dall' apertura branchiale; e l' aqua che va rasente la parete anteriore delle branchie esce in una direzione obbliqua, e per opera della piega semilunare che guernisce l'orlo anteriore d' ogni foro branchiale, e perchè altre due valvole avvicinate tra loro formano un canale obbliquo, che imprime all' onda crescente una direzione dall' innanzi all' indietro. Per tal maniera il nostro pesce non si discosta dagli altri, che tutti mandando fuori l' aqua, la spingono all' indietro onde non disturbare quella che loro sta avanti, e fors' anche per facilitare il moto progressivo.

Nè sarà senza interesse il richiamare che il canale branchiale è obbliquo in guisa che dall' esterno va all' interno portandosi dall' indietro all' innanzi, e l' avvertire che la parte posteriore di tal canale, per la quale entra l' aqua, è più ampia dell' anteriore. La prima considerazione mostra come l' aqua aspirata dalle branchie per il dilatarsi del torace non solo non disturbi il moto progressivo, ma sibbene lo favorisca; e l' altra ne fa inclinati a credere che la libertà nell' ingresso, e la difficoltà che incontra nell' uscire l' aqua e per conseguenza il suo

ritardo. sieno opportunissimi perchè le pieghe delle branchie stando per un po' di tempo a contatto del liquido, da cui devono ritrarre gli elementi per la ematosi, possano agevolmente adempiere alle loro funzioni. E per ultimo, ponendo mente alla via che nel cavo delle branchie percorre l'aqua, ed alla disposizione delle pieghe delle branchie stesse, scorgesi che tutto è mirabilmente coordinato in guisa che l'aqua debba radere successivamente le frangie della parete posteriore, indi della anteriore, perchè moltiplicando il contatto sia concesso un più facile scambio di principj tra il sangue e l'aria dell'aqua. E se le estremità esterne delle lamine primitive sono, come si disse, libere per un piccol tratto, ciò fu perchè l'aqua nell'entrare le potesse facilmente rialzare, e così insinuandosi tra l'una e l'altra venire a contatto d'ambo le superficie. Il meccanismo poi della respirazione non solo può a bell'agio studiarsi sul vivo, ma ancora riprodursi artificialmente nel cadavere.

V. Anche del sistema sanguigno Ratke diede una buona descrizione, per cui io non mi farò a descriverlo in tutti i suoi particolari; solo noterò alcune cose più degne d'interesse. — L'aorta, formata dalle vene branchiali, scorre lungo quella linea mediana interiore del corpo che rappresenta la colonna vertebrale (a cui aderisce fortemente) tra le due cave, e sopra il gran plesso venoso mediano. Nella parte posteriore si mantiene unica fino all'estremo; ma anteriormente, quando si trova in corrispondenza di quella parte del cranio ove trovansi i sacchi acustici, si divide sotto un angolo acuto in due rami, che si possono dire le *carotidi*, i quali, curvi in loro stessi, dapprima s'allontanano, indi si avvicinano senza communicarsi, formando così una piccola elissi. In questo breve tragitto le carotidi ricevono un ramo che deriva dal sistema venoso della superficie interna ed anteriore del primo sacco branchiale, e che contiene per conseguenza sangue arterioso. Appresso, discostandosi l'una dall'altra, coperte da un esile velamento cartilagineo-membranoso, vengono alla base del cranio dirigendosi in alto ed all'infuori (Tav. I, fig. VI, n. I). In questo tragitto, che è di due linee circa, danno: 1.° dal lato interno una piccola arteria, la *cerebrale posteriore* (fig. VI, n. 2), la quale, portandosi all'in-

dietro, dà un ramo alla parte posteriore del cervello; quindi, venuta ai lati del midollo allungato, si disperde nel midollo spinale, e con un ramo anche nei muscoli della doccia vertebrale. 2.° *Arteria oftalmica* (fig. VI, n. 4), che passando sopra il tronco diretta all' esterno ed all' innanzi, penetra nell' orbita per un foro che è al di dietro di quello del nervo ottico. Quivi dà uno o due ramoscelli al muscolo retto superiore, ed alle parti circostanti, indi, scorrendo lungo la parte posteriore del nervo ottico, penetra nell' occhio. 3.° Un ramo che si dirige all' innanzi, e che scorrendo tra il nervo ottico e l' emisfero cerebrale, finisce in lui. Questo ramo, che talora nasce dall' oftalmica, può dirsi l' *arteria cerebrale anteriore* (fig. VI, n. 3).

Dopo ciò la carotide sorte dal cranio e fa due inflessioni, colla prima delle quali discende, e coll' altra si dirige in alto e all' infuori per arrivare, scorrendo ai lati del sacco olfattorio, al muso. Dalla convessità della seconda curva si staccano due arteriuzze, che, penetrate nell' orbita, si distribuiscono al retto interno, ed agli altri muscoletti dell' occhio, non che al cellulare di queste parti. Indi la carotide dà un altro ramo, che per il suo andamento si deve dire l' *arteria linguale*; e in ultimo, dato un rametto al sacco olfattorio, venuta alla parte superiore del muso appena sotto alla cute, piegandosi all' esterno, forma un arco, dalla cui convessità staccansi numerosi vasellini che si disperdono al labbro, e segnatamente alla parte laterale di lui.

Considerando ora l' aorta verso la parte posteriore, si trova che essa dà molti rami laterali, che potremo dire, per il loro modo di distribuirsi, *intercostali,* e che sono più numerosi anteriormente che posteriormente: da loro partono piccole diramazioni che vanno a distribuirsi nel gran plesso venoso testicolare o ovario. Oltre a ciò, dall' aorta hanno origine altri vasellini, cui si potrebbe dar il nome di *testicolari* o *ovarii,* perchè vanno nella massa testicolare o ovaria, e che sono più spessi nella parte anteriore che nella posteriore, giacchè l' anzidetta massa è più grossa anteriormente che posteriormente. L' aorta dà ancora un considerevole ramo, che chiameremo la *celiaca,* perchè, somministrate diramazioni allo stomaco, va alla superficie concava del fegato, al quale dà un piccol ramo, indi si insinua nelle pareti del principio del-

l' intestino, e decorrendo serpentina nel mezzo di detto canale involta da una esile piega della mucosa, dà continuamente ramoscelli trasversali, che si spandono nelle pareti dell' intestino. Ridottasi poi cotesta arteria a molta sottigliezza in vicinanza al retto, si anastomizza con alcuni rami, che, nati dalla parte posteriore dell' aorta, si distribuiscono nella parte posteriore dell' intestino. Infine dall' aorta si staccano altri rametti che, scorrendo serpentini tra le lamine che tengono in sito i reni, si disperdono in questi organi communicando tra loro in modo da costituire un canale arterioso lungo il mezzo della faccia inferiore dei reni.

Estesissimo è il sistema venoso in quest' animale, e per molte circostanze degno di rimarco. Il seno venoso, ove confluiscono le vene cave anteriori e posteriori, forma un' ampia cavità, che sta sopra il cuore, e che si apre nella vasta orecchietta in cui sbocca pure un tronco venoso formato dalla vena epatica, e da quella che raccoglie il sangue venoso superficiale delle parti inferiori del capo. Aprendo il seno, vedesi nella sua parte superiore l' aorta, che direbbesi ad immediato contatto del sangue del seno, ma che infatto non lo è, essendo inviluppata da un velamento membranoso delle vene, come è la carotide interna nel seno cavernoso nell' uomo. Anche il resto dell'aorta sembra bagnata dal sangue del gran plesso ventrale, ma in realtà ne è separata da una speciale membrana nel modo il più evidente. Questo gran plesso venoso ventrale, che è segnatamente il serbatojo del sangue de' genitali, cioè del testicolo e dell' ovario, si prolunga tra le pagine dell' oviduttо e del testicolo, ove i suoi vasi formano un intreccio meraviglioso a guisa di un corpo cavernoso, e tanto più complicato, e tanto più decomposto in sottilissimi intrecci flessuosi, quanto più lo si considera verso le pieghe testicolari e ovarie. Ajutato da fine injezioni ho potuto più volte accompagnare cotesti intrecci vascolosi nello spessore delle falde testicolari, e persino negli inviluppi esilissimi delle nova. I tronchi del plesso venoso ventrale mettono foce con tanti ramoscelli nella parete inferiore delle cave, mentre nella parete superiore sboccano numerose venucce, provenienti dalla muscolatura della doccia vertebrale, delle parti laterali del corpo e dei reni. E nel plesso generale confluiscono anche alcune vene della parte po-

steriore dell' intestino, mentre il tronco generale giunge al fegato, nel cui parenchima si decompone come fanno le arterie; ma prima manda un ramoscello che, scorrendo sulla faccia concava di detto viscere, finisce nel tronco dell' epatica appena fuori del fegato.

Curiosa è la relazione che vi ha tra le arterie intercostali, e le due cave posteriori. Uscite quelle dall' aorta, attraversano le cave in modo che, aprendole per lo lungo, si vedono le intercostali più o meno sporgenti alla foggia di tante trabecole, e che si potrebbero bene paragonare alle coste delle barche. Nè però il sangue delle cave bagna la parete delle arterie; poichè un esile velamento membranoso dato dalle vene le circonda, e le toglie all' immediato contatto del sangue.

VI. Un argomento che ha sempre da vicino interessato i Naturalisti nello studio degli animali fu l' accurato esame anatomico delle parti sessuali, giacchè la conoscenza della fabbrica di tali parti può sola somministrare la face, che rischiari il denso bujo in che giacciono involti gli ammirandi processi della generazione. Ed è per questo che tali parti non passarono inosservate nell' animale di che si parla, e che per lungo tempo si ritenne a sesso distinto, quantunque, a dir vero, nessun argomento si adducesse in comprova. Nel 1815 Home dichiarò la lampreda animale ermafrodito, indotto a ciò dal vedere che all' epoca degli amori que' due organi glandulosi collocati nel ventre d' ogni individuo ai lati dell' ovario, e che si consideravano come i reni, variano di figura e di grandezza.

Tale maniera di vedere non arrise ai Naturalisti; pure indirettamente giovò, perchè fermando l' attenzione de' Zoologi sullo studio di questo singolar vertebrato, fu la principale cagione delle belle memorie che intorno a lui si pubblicarono. Ratke, più che ogni altro, oppugnò l' opinione di Home, dimostrando che gli organi da lui giudicati testicoli sono in realtà i reni. Diffatti essi, nè per la posizione, nè per la struttura, si possono paragonare a quegli organi che nei pesci diconsi *latti*, ed hanno poi nei condotti escretori tanta ampiezza che mai una pari ne presentano i vasi seminiferi. Nè ha molto peso l' altro riflesso del zoologo inglese, che cioè tali organi si ingrandiscano allorquando si sviluppano le uova, e viceversa; perchè a me parecchie fiate

è occorso di vedere che al tempo degli amori ne' pesci e nei rettili unissessuali, tutti i sistemi acquistano maggior energia e sviluppo, e particolarmente l'uro-pojettico che ha tante relazioni col generatore. Riesce poi strano il vedere che Home siasi tanto illuso da creder reni quelle striscie di sostanza nera, che esiste fra il da lui detto testicolo e la colonna vertebrale, mentre non è altra cosa che una mera piega peritoneale spalmata di pigmento nero, e le arterie e le vene del rene. Adunque con pace di sì distinto e benemerito cultore della *Notomia comparata* l'organo che egli considera testicolo è, a non dubitarne, il rene; imperciocchè, stando con Home, non troverebbesi nessun altro organo che lo rappresenti, e d'altra parte la posizione, la consistenza, il colorito, la struttura, la disposizione interna dei vasi, e tutti infine i momenti anatomici ci provano all'evidenza che non può essere altrimenti che il rene.

Più avventuroso fu l'Home nell'illustrazione degli organi femminili, ove si merita certamente molta lode. Nella Tavola relativa a tali parti annessa alla sua opera, se riduconsi a minori dimensioni le uova, tutto si troverà figurato con molta precisione e verità. A lui andiamo debitori della cognizione che nella lampreda l'ovario manca di ovidutto, che le ova s'annidano in nicchie dell'ovario e vi sono trattenute da un inviluppo membranoso, il quale rottosi quando esse sono giunte a maturanza, cadono libere nel cavo dell'addome, dal quale passano nella cloaca per due aperture collocate una a destra e l'altra a sinistra: cognizioni al certo di grande entità (Tav. I, fig. XII, n. 7).

Nè è minore il merito che il Ratke si acquistò anche in questa interessante parte dell'anatomia della lampreda, imperciocchè, oltre all'aver difesa la differenza del sesso in siffatti animali, ne fece avvertire di più che in diversi pesci i testicoli grandemente si assomigliano all'ovario, ond'è che specialmente in alcune stagioni facilmente può avvenire di scambiare l'uno per l'altro organo (1); e fece ancora molto

(1) Osservando i lati di alcune lamprede non ancora giunte al perfetto sviluppo, ho visto che hanno l'aspetto di una massa biancolattea pieghettata: ed esaminando al microscopio alcune porzioncelle di tale massa, ho scorto che risultavano da parti lobulari clittiche, ognuna delle quali nell'interno presenta una serie di piccolissimi grani tondeggianti, che si potrebbero credere uova, e che forse sono grani spermatici.

a proposito notare che quando la femmina ha un solo ovario, di un solo testicolo è fornito il maschio. Aggiunse poi che nel nostro animale è più facile l'abbaglio di credere ovario il testicolo, in quantochè questo ha rapporti e strutture diversi assai dell'ordinario, attaccandosi a que' punti in cui nelle femmine si attacca l'ovario, e come esso componendosi di lamelle trasversali, flessuose, ondeggianti, libere, le quali si congiungono pure, come quelle dell'ovario, nel plesso sanguigno, e lasciano altresì scorgere la medesima estensione nel cavo dell'addome.

Per riguardo alla via che deve tenere l'umore fecondante, preparato da quest'unico testicolo, Ratke dice parergli assai probabile che, come le uova nella femmina, egli passi nel cavo dell'addome, e di là all'appendice anale.

Questo dettato dell'illustre zootomo, se ha in sè tutta l'apparenza della probabilità, è però ben lungi dal costituire una certezza, o un fatto positivo: giacchè per questo occorreva che si fosse trovato lo sperma o nel testicolo o nell'addome, o lo si fosse sorpreso nell'istante in cui veniva ejaculato dalla papilla anale. A tale scopo mirarono di preferenza le mie ricerche, e tanto mi giovò fortuna, che ho potuto dar corpo di realtà a quello che per Ratke non era che un sospetto.

Sul finire del maggio del 1839 mi fu recata una lampreda marina pescata presso Pavia nelle aque del Ticino. Vivace più che altra mai, era dessa lunga un piede parigino e pollici nove, ed avea una grossezza proporzionale. Quel cordone molle gelatinoso, che scorre loro lungo il dorso, nella nostra era sviluppatissimo; lungo quasi sette pollici, incominciava sottile all'ultima apertura branchiale, ma un pollice e mezzo all'indietro si ingrossava tanto da presentare il diametro di quasi mezzo pollice: verso l'estremo assottigliavasi di nuovo, e scompariva in vicinanza della pinna dorsale. L'eminenza papillare conica che sporge dall'apertura anale, era molto avanzata in fuori, e di tratto in tratto facevasi più sagliente: e quando, estratta dall'aqua, per la sola parte caudale le si titillava il ventre, si drizzava, allungavasi ad oltre due linee, ed appresso spruzzava con forza un filo di un umor bianco

latteo un po' sanguinolento: insomma avevasi una vera erezione con emissione di un umore. Raccolto esso in un vetro concavo, subito separossi in due parti, una rossigna, bianco-lattata l'altra; e mèssane una piccolissima quantità di questa sotto il microscopio composto di Plössl coll'ingrandimento lineare di 500, la si trovò composta di una miriade di corpicciuoli elipsoidi, oblunghi, con una coda lunga da tre a quattro volte il corpo, i quali si movevano in ogni senso, e con grande velocità (Tav. I, fig. XIV).

Per più di un quarto d'ora in varie riprese si continuò, assieme a molti giovani che frequentano la sala delle dissezioni, segnatamente l'amico dottor Verga, in allora assistente alla cattedra di Notomia, ad esaminare l'umore, e sempre ci presentò lo stesso fenomeno. È certo adunque che quest'umore emesso dalla papilla era sperma, e quei corpicciuoli semoventi, di cui formicolava, erano zoospermi. Allo sperma poi si univa anche qualche stilla di sangue, perchè, sottoposta al microscopio la porzione rossa dell'umore, la si vedeva risultare per la massima parte di globetti sanguigni.

L'animale visse due giorni, e in questo frattempo si replicò più volte l'esperimento, e sempre collo stesso risultato. — Appena fu morto, se ne aprì il cavo addominale, e quivi si trovò in buon dato di quel fluido bianco-rossigno, che aveva, quand'era vivo, emesso dall'apertura anale, il quale al microscopio presentava un numero sterminato di animaletti spermatici, alcuni senza moto, altri moventisi, vivaci, e, se può dirsi, in pieno vigore di vita. Esaminato poi contemporaneamente l'umore trovato in que' canali, giudicati da Home i vasi deferenti, si rinvenne trasparentissimo, e tutt'affatto diverso dall'altro: per cui ragion vuole che quei canali sieno i dòtti uriniferi, e non già gli spermatici.

Le pieghe membranose del testicolo poi in quest'individuo erano posteriormente floscie, e quasi dissi appassite, e prive di umore, mentre anteriormente in prossimità del fegato erano turgide ancora e bianche. Ma non mi venne fatto di poter riconoscere la via che lo sperma tiene per uscire da quelle pieghe del testicolo. Se egli cioè ne sorta per condotti escretori, o trasudi dalla porosità delle lamine.

Ripetendo l'osservazione su altri individui, che mi venivan recati, ho trovato costantemente che quelli che presentavano i caratteri esterni notati nel primo, cioè cordone dorsale tumido e lungo, e la papilla anale molto sporgente, erano maschi (Tav. II, fig. I e II), e da loro, col mezzo di fregagioni fatte sul ventre, quasi sempre otteneva un bel spruzzo di umore seminale (parlo di esperienze fatte all'epoca degli amori, epoca nella quale soltanto posso aver lamprede marine dal Ticino e dal Po). Altre invece, che aveano in genere minori dimensioni, offrivano il cordone dorsale poco palese e gracile, pochissimo protuberante la papilla conica, e che all'incontro presentavano tumidi i contorni del podice per due rialzi laterali, e la linea mediana inferiore della regione caudale sagliente, molle, turgida, di una tinta giallo-rossigna, si potevano senza pericolo di errore dichiarare femmine (Tav. II, n. 3 e 4); ed infatti, se a loro si premeva leggermente il ventre, ne uscivano delle uova. E questi caratteri esterni, a chi sa ben riconoscerli e valutarli, bastano (almeno al tempo degli amori) a distinguere il sesso; sicchè dopo un po' di osservazioni istituite nei primi esemplari, allorchè me ne recavano de' nuovi, io non andava a tentone per trovare chi mi somministrerebbe lo sperma, e chi le uova: ma con sicurezza diceva: da cotest'individuo avremo lo sperma, e da cotest'altro le uova.

Dalle femmine poi assieme alle uova usciva il più delle volte anche un umore limpido, il quale nulla ci lasciava scorgere di simile al seme del maschio. — Avendo sparate parecchie femmine a variate distanze dal parto, mi sono assicurato: 1.° Che lo sviluppo delle ova era in ragione diretta della vicinanza all'epoca della loro emissione; 2.° Che le uova sono inviluppate da una esile membranella dell'ovario, che in qualche modo rappresenta la vescicola del Graaf; 3.° Che giunte a maturità rompesi l'invoglio, per il quale rimangono obbligate all'ovario, e cadono libere nel ventre per poi uscirne; 4.° Che tale uscita è facile, sendochè in questa circostanza si allargano d'assai le due aperture dell'addome; 5.° Che l'ovario (cadute le uova) si avvizzisce, e non offre che numerose lacinie membranose esili, ineguálmente lunghe, a margine frastagliato, composte come di due strati.

Dirò da ultimo che non sono restato dal tentare la fecondazione artificiale per depurare sempre più la cosa ed aver l'agio di seguirne lo sviluppo; ma sventuratamente i miei tentativi, fatti colla massima cura e variati in mille fogge, tornarono ognora vani; forse perchè io non seppi procurare alle nova fecondate quelle condizioni di ubicazione e di temperatura necessarie ed opportune al loro svolgimento. Nè passerò sotto silenzio il fatto strano nella gran famiglia de' pesci, che cioè tanto i maschi che aveano già evacuato l'umor seminale, come le femine che si erano già sgravate delle nova, furono sempre pescati morti. Bisogna dire che questi animali, come certi insetti, si esaurisceano nella funzion generativa, e che la natura non li conduca a tanto volume e a sì complicato sviluppo, che per la conservazion della specie. Che se il fatto non si avverasse in altri fiumi, sospetterei che le aque del Ticino e del Po sieno più atte a soddisfare agli amori di questi animali, che alle esigenze del loro tubo alimentare, il quale in fatto si trova sempre vuoto e ristretto.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE.

TAVOLA I.

Fig. 1. Cervello veduto alla superficie superiore.

N. 1. Emisferi cerebrali.
» 2. Lobo posteriore del cervello.
» 3. Eminenza conica.
N. 4. Lobo ottico.
» 5. Plesso coroideo.
» 6. Midollo allungato.

Fig. 2. Rappresenta la stessa superficie, levato il plesso coroideo.

N. 1. Eminenza conica dimostrante le tre lamine che la compongono.
» 2. Eminenza olivale.
N. 3. Cervelletto.
» 4. Calamus scriptorius.

Fig. 3. Cervello osservato alla sua superficie inferiore.

a) Nervo olfattorio.
b) Nervo ottico.
N. 1. Eminenza elittica.
c) Nervo motor comune.
d) Nervo trigemino.
e) Nervo facciale ed acustico.
f) *g*) *h*) Gli altri nervi cerebrali.

Fig. 4. Cervello in profilo ove si vede assai bene la forma e la direzione dell'eminenza elittica, la quale sta inniechiata in un infossamento mediano membranoso della base del cranio.

Fig. 5. Dimostra come il cervello sia tutto cavo nell'interno.

Fig. 6. Base del cranio che fa conoscere i punti d'uscita dei nervi e specialmente la direzione dell'arteria carotide.

Quest'arteria si intravede sotto un velamento cartilagineo-membranoso, dando origine ai rami che si disperdono entro il cranio.

N. 2. Arteria cerebrale posteriore.
» 3. Arteria cerebrale anteriore.
N. 4. Arteria oftalmica.

Fig. 7. Sezione verticale della parte anteriore della lampreda eseguita quasi nella linea mediana.

N. 1. Contorno della parte destra del labbro.
» 2. Denti.
» 3. Apice della lingua.
» 4. Istmo delle fauci.
» 5. Gran cavità delle fauci.
» 6. Istmo dell'esofago nel cui contorno vi è un anello muscolare tagliato ed indicato dal fine della linea.
N. 7. Esofago.
» 8. Battente cartilagineo membranoso che abbassandosi chiude in parte la comunicazione delle fauci colla trachea.
» 9. Linguetta valvolosa sinistra, la quale, abbassandosi, concorre colla compagna a togliere del tutto la comunicazione tra le fauci e la trachea.
» 10. Canal tracheale.

N. 11. Apertura interna dei tre primi sacchi branchiali.
» 12. Aperture esterne dei sacchi branchiali.
» 13. Apertura nasale.
» 14. Canal nasale.
» 15. Sacco nasale in cui non furono tracciate le pieghe membranose.
» 16. Meato dell'appendice nasale.
N. 17. Condotto dell'appendice nasale.
» 18. Fondo cieco dell'appendice nasale.
» 19. Rialzo membranoso mediano.
a) Nervo olfattorio.
b) » ottico.
c) » motor comune.
d) » trigemino.
e) » comunicante ed acustico.
f) *g*) *h*) Gli altri nervi cerebrali.

Fig. 8. Rappresenta gli oggetti che attorniano l'apertura esterna dei sacchi branchiali.

N. 1. Estremi dell'aperture.
» 2. Tubercolo legamentoso bifido nel mezzo del margine posteriore.
N. 3. Membranella semilunare che forma un rialzo fluttuante.
» 4. Due pieghe valvolose accartocciate in sè stesse.

Fig. 9. Rappresenta due sacchi branchiali discostati tra loro uno all'innanzi, l'altro all'indietro in modo di vedere tutta la loro parete esterna corrispondente sino all'estremità profonda vicino al canale tracheale.

N. 1. Piccola porzione della membrana legamentosa frapposta fra i due sacchi.
» 2. Superficie esterna del sacco branchiale posteriore e porzione della superficie esterna dell'altro sacco che fu esportata.
» 3. Superficie interna lamellosa dell'altra parete del sacco aperto.
» 4. Parte del contorno del foro esterno branchiale.
N. 5. Foro interno del sacco branchiale.
» 6. Arteria polmonale sinistra.
» 7. Ramo di quest'arteria che ascende fra l'uno e l'altro sacco, inviluppata dalla membranella legamentosa N. 1.
» 8. Diramazioni arteriose che decorrono sulla superficie esterna del sacco.
» 9. Margine corrispondente alla sezione della parete esportata dell'altro sacco.

Fig. 10. N. 1. Superficie interna di una parete di un sacco branchiale con le sue lamelle.
» 2. Ramoscello generale venoso che decorre lungo il margine libero di quelle lamelle.
N. 3. Comunicazione di tutti questi ramoscelli e formazione dei due rami principali.
» 4. Due rami della parete interna dell'altro sacco.
» 5. Tronco principale che sbocca nell'aorta.
» 6. Aorta.

Fig. 11. Una laminetta generale del sacco branchiale che appalesa le laminette membranose secondarie.

N. 1. Vena che decorre lungo il margine interno libero della laminetta nuotante nell'acqua.
» 2. Diramazione arteriosa che scorre lungo il margine dorsale della laminetta obbligato al sacco branchiale.
N. 3. Laminette secondarie.

Fig. 12. Porzione posteriore del Petromyzon marino maschio.

N. 1. Porzione ultima del testicolo lamellosa.
» 2. Vasi sanguigni e legamenti di relazione tra il tubo intestinale, l'aorta, le vene cave posteriori, e la vena porta.
N. 3. 3. Uretere disteso che scorre lungo il margine esterno del rene.
» 4. Retto intestino fesso al suo estremo posteriore.
» 5. Appendice anale spaccata.
» 6. Apertura ureterica.
» 7. Apertura ventrale.

Fig. 13. Porzione del testicolo dimostrante la sua struttura lamellosa pieghettata.

Fig. 14. Spermatozoi.

TAVOLA II.

Fig. 1. Petromyzon maschio.

N. 1. Apertura nasale.
» 2. Cordone dorsale pronunciatissimo.
N. 3. Appendice anale.

Fig. 2. Dimostra la massa testicolare.

N. 1. Porzione del fegato.
» 2. Tubo intestinale.
N. 3. Testicolo.
» 4. Appendice anale.

Fig. 3. Una femina coll'ovario a perfetto sviluppo.

N. 1. 1. Tubo intestinale.
» 2. 2. Pieghe dell'ovario.
» 3. Uova già staccate.
N. 4. Appendice anale.
» 5. Turgescenza dei contorni dell'ano.
» 6. Cordone sotto-anale assai pronunciato.

Fig. 4. Femina dopo d'aver deposte le uova.

N. 1. 1. Lamelle membranose dell'ovario.
N. 2. Cordone sotto-anale.

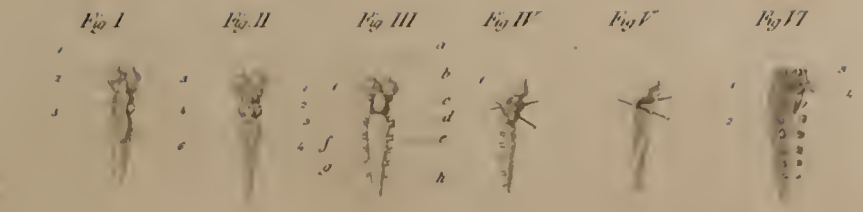


Fig I
Fig II
Fig III
Fig IV
Fig V
Fig VI

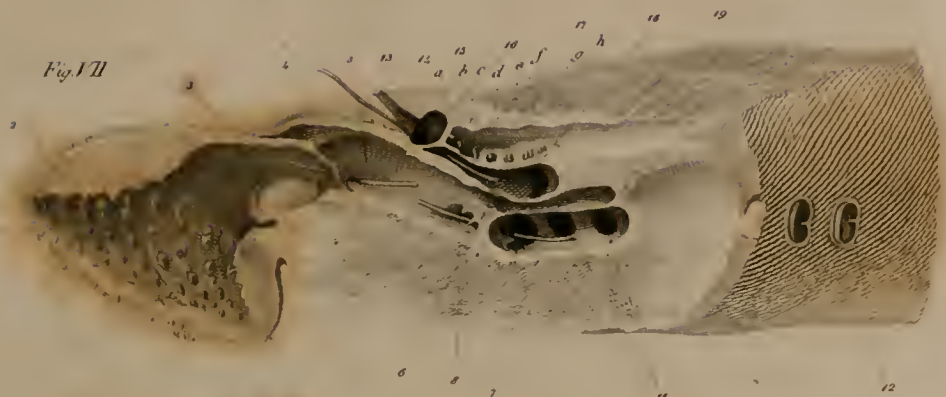


Fig VII
G G

Fig VIII
Fig IX.

Fig XI.

Fig X.

Fig XII.

Fig XIV.

Fig XIII.

NATURAL HISTORY

Fig. I

Fig. II

Fig. III

Fig. IV

Tav. II.

SUL

MOTO PERMANENTE DELL' ACQUA

Memoria

DI GABRIO PIOLA

(Annunziata nell'articolo letto all'I. R. Istituto il giorno 6 Marzo 1843, e inserito nel Tomo VI del Giornale dello stesso Istituto.)

I geometri sanno quanto imperfetta sia tuttora l'idrodinamica analitica: però quella parte di essa che si riferisce al moto permanente è suscettibile di grande aumento, sì da potere in progresso formare un ramo separato di scienza; del che spero s' abbia qualcuno a persuadere dopo la lettura della presente Memoria.

Oggetto principale della medesima si è di presentare ottenuta finalmente, pel caso più ovvio, l' analisi rigorosa del moto permanente dell' acqua in canali superiormente aperti, considerate tutte e tre le dimensioni. Già diedi una simile soluzione pel caso delle due coordinate (*): aggiungendo che mi sarei provato a trattare il problema anche colle tre coordinate. Però accintomi al lavoro, serbando le stesse tracce del Capo III di quella Memoria, trovai che lo sviluppo delle molte operazioni analitiche era bensì possibile, ma tanto esteso e faticoso, che i calcoli di quel Capo III, già assai lunghi e complicati.

(*) Vedi il primo volume delle Memorie dell' I. R. Istituto lombardo, pag. 217. Dovendo citar più volte detta Memoria, la chiamerò, a titolo di brevità, la Memoria precedente.

diventavano ben poca cosa al confronto. Lottai per più mesi contro queste difficoltà, quando dopo una più attenta considerazione ebbi ad accorgermi che sì fatte questioni comportavano di essere trattate mediante un'analisi particolare relativamente a certe quantità costanti sotto un aspetto e variabili sotto un altro, per la quale il cammino da percorrersi veniva mirabilmente abbreviato. Ad una tale analisi debbo la riuscita della soluzione del problema generale che forse alla maniera sopra indicata, o non avrei potuto conseguire, o l'avrei potuto solo dopo enormi fatiche. A ben comprenderne lo spirito credo non sarà grave al lettore il vedere trattato con essa di nuovo nel primo Capitolo il problema del moto dell'acqua in un piano. Incominciando dall'ottenere in altra maniera e con notabile prontezza risultamenti già conosciuti e segnatamente quello indicante la natura della curva del pelo nella corrente libera, che nella citata Memoria mi costò tanto stento, lo studioso s'addomesticherà colle nuove considerazioni analitiche: ed io mi preparerò tutti i precedenti opportuni per essere ben inteso quando nel secondo Capitolo verrò alla soluzione colle tre coordinate. Intorno a questa dissi di sopra di volerla dare pel caso più ovvio, nè poteva esprimermi diversamente, perchè, come vedremo, di simili casi se ne possono immaginare quanti se ne vogliono col variare la forma delle sponde che circoscrivono il canale. Trattando il caso delle sponde piane, non ometterò di dare le formole generali da cui potrà partire chi vorrà in appresso analizzarne altri: e forse i geometri troveranno qui aperto un campo non piccolo di utili ricerche.

CAPO I.

Del moto permanente dell'acqua in un piano.

§ 1.

Formole generali spettanti al moto permanente quando si considerano due sole coordinate.

1.° Domando di potere in questo primo paragrafo riprodurre, quantunque notissime (se parlasi del maggior numero di esse), le formole generali: sì perchè conviene averle sempre sott'occhio, come anche

perchè m' interessa scriverle in modo che abbia a rispondere a quanto sarò per esporre nel Capitolo seguente. Lo farò colla maggior possibile brevità.

I due assi ortogonali sono delle x orizzontali e delle y verticali: u, v, p esprimono le due velocità del punto (x, y) alla fine del tempo t parallelamente ai detti due assi, e la pressione: g significa la gravità.

Le equazioni dedotte dalla meccanica dei fluidi sono

$$(1) \qquad -u' = \frac{dp}{dx} \quad ; \quad -g - v' = \frac{dp}{dy}$$

avendosi pel moto permanente

$$(2) \qquad u' = u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} \quad ; \quad v' = u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} .$$

L' equazione della continuità è

$$(3) \qquad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0$$

a cui si soddisfa ponendo

$$(4) \qquad u = \frac{dR}{dy} \quad ; \quad v = -\frac{dR}{dx}$$

e la $R(x, y)$ resta una funzione da determinarsi per mezzo delle equazioni segnate (1).

2.° Se facciasi

$$(5) \qquad K = \frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}$$

le equazioni (2) si trovano identiche colle seguenti

$$(6) \quad u' = \frac{1}{2}\frac{d(u^2+v^2)}{dx} + vK = 0 \quad ; \quad v' = \frac{1}{2}\frac{d(u^2+v^2)}{dy} - uK \quad ;$$

in virtù delle quali le (1) possono scriversi

$$\frac{dp}{dx} + \frac{1}{2}\frac{d(u^2+v^2)}{dx} + vK = 0 \quad ; \quad g + \frac{dp}{dy} + \frac{1}{2}\frac{d(u^2+v^2)}{dy} - uK = 0 \quad ;$$

e queste, facendo

$$\lambda = gy + p + \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2) \tag{7}$$

diventano

$$\frac{d\lambda}{dx} + vK = 0 \quad ; \quad \frac{d\lambda}{dy} - uK = 0 \quad ; \tag{8}$$

fra le quali eliminando la K, si ottiene

$$\frac{d\lambda}{dx}u + \frac{d\lambda}{dy}v = 0$$

che, pei valori (4), si riduce

$$\frac{d\lambda}{dx}\frac{dR}{dy} - \frac{d\lambda}{dy}\frac{dR}{dx} = 0 \; . \tag{9}$$

3.° Lemma analitico. Se fra due funzioni $F(x, y)$, $R(x, y)$ di due variabili indipendenti x, y sussiste l'equazione a derivate parziali (*):

$$F'(x)\,R'(y) - F'(y)\,R'(x) = 0 \; , \tag{10}$$

sussiste anche l'equazione integrale

$$F = \psi(R) \tag{11}$$

dove ψ è simbolo di funzione arbitraria. Per convincersene basta prendere le due derivate per x e per y di detta equazione integrale, ed eliminando fra esse la $\psi'(R)$, si troverà l'equazione precedente alle derivate parziali.

4.° In conseguenza di questo Lemma l'equazione (9) ci dà

$$\lambda = \psi(R) \tag{12}$$

(*) È noto che questa maniera di esprimere per via di apici e di parentesi le derivate è ormai familiare ai geometri quanto l'ordinaria coi simboli differenziali. Uso di preferenza la prima quando (come in questo Lemma) ho ad annunciare qualche principio di calcolo puro: e di preferenza la seconda quando le derivazioni affettano quantità cui sono annesse idee particolari alla meccanica.

dalla quale, sostituendo per λ il valore (7), deduciamo

$$p = \psi(R) - gy - \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2) \; ; \tag{13}$$

formola notabile che fa dipendere la pressione p dalla stessa funzione R, da cui, giusta le equazioni (4), dipendono le due velocità.

Se sostituiamo il valore (12) nelle equazioni (8), riponendo in luogo delle $\frac{dR}{dx}$, $\frac{dR}{dy}$, che vi si generano, i valori datici dalle (4), caviamo da entrambe l'unica

$$K = \psi'(R)$$

ossia (richiamando la (5)) la

$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = \psi'(R) \; . \tag{14}$$

Quando si sostituiscano in questa per u, v i valori (4), si otterrà quella equazione che nella Memoria precedente chiamammo l'integrale di Mossotti. Giova notare che la funzione arbitraria di R nel secondo membro è la derivata per R di quella funzione che entra (equaz.e (13)) nel valore della pressione.

§ 2.

Considerazioni sul moto permanente e applicazione a correnti chiuse da pareti.

5.° Cerchiamo di rappresentarci alla mente un'immagine chiara del fenomeno, perchè così facendo vedremo emergere quasi spontaneamente certe verità che si sarebbero credute lontani corollarj della teorica. Per fissare le idee, il piano sia verticale: considereremo in esso uno spazio S limitato superiormente e inferiormente da due linee o pareti, che per maggiore generalità supporremo entrambe curve, e chiuso inoltre da due rette verticali. Considereremo nello spazio S lo scorrere continuo di un velo fluido, e non lo considereremo che

dentro questo spazio. Era in nostro arbitrio tener lontane fra loro più o meno quelle due rette che chiameremo le due sezioni, l'una superiore o di partenza, l'altra inferiore o di sbocco: e quindi abbracciare maggiore estensione di fluido: ma non baderemo a quanto avvenga del fluido prima della sezione superiore e dopo l'inferiore. La vena scorra da destra a sinistra perennemente. La massa del fluido dentro lo spazio S è costante, ma di una costanza *sui generis* che non si riferisce all'identità della materia, ma alla sola quantità della medesima. Infatti le molecole che continuamente scappano dalla sezione inferiore sono esattamente compensate da altrettante che sopraggiungono alla sezione superiore: e nondimeno il fenomeno è permanente in tutte le sue apparenze, quantunque il fluido che lo costituisce in un tempo non sia il medesimo che lo costituisce in un altro tempo.

Possiamo per maggiore semplicità far coincidere la retta della sezione inferiore coll'asse delle y, talchè l'origine delle coordinate sia nel punto più basso di essa retta: ma di ciò non facciamoci un vincolo, potendo occorrere di dover prendere l'origine delle coordinate fuori di detta sezione. Le coordinate x, y di una stessa molecola dopo il tempo t si considerano funzioni

$$(15) \qquad x = x(a, b, t) \quad ; \quad y = y(a, b, t)$$

delle coordinate a, b della stessa molecola per $t = 0$, e di t. Qui però abbisogna qualche avvertenza. Detto T il tempo più lungo che ci vuole affinchè una molecola passi dalla sezione superiore all'inferiore, la variabile t dovrà mantenersi minore di T. Durante il tempo t una parte del fluido che era nello spazio S, ne è uscita, e quella parte che al principio di t era verso la sezione superiore, si è trasportata verso l'inferiore: a questa sola seconda parte sono estensibili le formole (15).

Una contemplazione mentale del fenomeno ci fa veder chiaramente ch'esso è formato dall'aggregato di tante fila di molecole che si muovono in linee determinate e invariabili. Di queste una è la parete superiore, l'altra l'inferiore: e che le molecole le quali vi si trovano in

qualunque istante del tempo, vi perseverino per tutta la durata del moto fino all'uscita dallo spazio S, non è più ora un'ipotesi, sibbene una verità dimostrata (Veggasi il Tomo VI del Giornale dell'I. R. Istituto Lombardo, pag. 324 (*)). Ma anche nell'interno della massa vediamo un gruppo di trajettorie stabilmente percorse: le pareti non sono che le due estreme di tali trajettorie.

6.° Ora denotiamo con

$$y = f(x) \tag{16}$$

l'equazione di una qualunque delle trajettorie interne: derivando pel tempo, e sostituendo alle derivate pel tempo delle y, x le velocità corrispondenti, abbiamo

$$v(x, y) = u(x, y)\, y'(x) \ . \tag{17}$$

Ricordiamoci che nelle $u(x, y)$, $v(x, y)$ non può intervenire il tempo t esplicitamente alle x, y, giacchè il moto si suppone permanente. Queste $u(x, y)$, $v(x, y)$ colle x, y fra di loro indipendenti appartengono al punto generico (x, y): però nella equazione (17) devesi intendere che la y sia diventata quella funzione della x che è espressa dalla (16).

L'integrazione della (17) ci darà l'equazione della trajettoria

$$f(x, y) = \alpha \tag{18}$$

significando α la costante introdotta dall'integrazione.

Qui subito si presentano importantissime osservazioni. L'equaz.ne (17) è estensibile a tutte le trajettorie: passando infatti dall'una all'altra le forme delle $u(x, y)$, $v(x, y)$ non mutano, e nemmeno muta di valore alcuna costante che entri in tali funzioni, le quali si estendono a tutta la massa. Dunque anche l'equazione integrale (18) deve estendersi a tutte le trajettorie, nè l'equazione di una di tali trajettorie può

(*) La permanenza delle molecole alle pareti, non come ipotesi ma come conseguenza necessaria della continuità della massa liquida, venne per un caso particolare dimostrata anche dal sig. *Svanberg* in una sua Memoria *Sur le mouvement des fluides* inserita nel Tomo 24 del giornale di *Crelle*. (Berlin, 1842, p. 162.)

differire da quella di un' altra se non per un diverso valore della costante α. Fino dai rudimenti del calcolo differenziale e integrale abbiamo imparato che le equazioni differenziali, dove per la derivazione possa considerarsi sparita una costante esistente nelle primitive, sono più generali di queste primitive: una stessa equazione differenziale, per esempio, può appartenere ad infiniti circoli. È il nostro caso: tutte le trajettorie hanno la stessa equazione alle derivate (17) (*).

7.° Dal dovere tutte le trajettorie essere rappresentate da una stessa equazione (18) col solo mutato valore della costante α, inferiamo: 1.° Si può stabilire ad arbitrio una delle pareti che limitano lo spazio S, ma quando abbiamo ciò fatto, non è più in assoluto nostro arbitrio lo stabilire l'altra parete: bisogna che l'equazione di questa seconda possa dedursi da quella della prima mutando il valore di una costante. Se, per esempio, poniamo che l'equazione della parete superiore sia quella dell'iperbola $y = \frac{m}{n+x}$, potremo supporre che la parete inferiore sia una retta orizzontale, desumendosi l'equazione $y = 0$ dalla precedente, fattavi zero la costante m: 2.° Viceversa: se stabiliremo che la linea del fondo sia la retta orizzontale, il problema ammetterà molte soluzioni relativamente alla parete superiore, perchè molte equazioni coll'annullamento d'una costante si riducono alla $y = 0$. (Vedi il Tomo VII del Giornale dell'Istituto Lombardo, pag. 347): 3.° Quando la linea della parete superiore non sia posta di nostro arbitrio, ma determinata dalla natura, come nelle correnti libere (di che più abbasso), si domanda se potremo prestabilire che il fondo del canale abbia ad essere rettilineo?

(*) « Le equazioni differenziali le quali contengono delle costanti di meno dell'equazione finita, riguardar debbonsi come più generali di essa, giacchè non dipendono dal valore di quelle costanti ». Brunacci. Compendio del calcolo sublime. Tom. I, pag. 252. Anche più opportuno al caso mio è il seguente passo di Lagrange: « On voit par là que les constantes arbitraires forment proprement la liaison entre les équations primitives et les équations dérivées: celles-ci sont par leur nature plus générales que les équations d'où elles dérivent, à raison des constantes qui ont disparu, ou qui peuvent avoir disparu: elles équivalent donc à toutes les équations primitives, et qui ne différeraient entr'elles que par la valeur de ces constantes ». Lagrange. Leçons sur le calcul des fonctions. Paris, 1806, in 8.°, pag. 162-163.

Rispondo che nol potremo senza previo esame. Se avvenga che l'equazione della linea superiore, quale è data dalla natura, sia tale che per un mutato valore di una costante riducasi a quella di una retta, l'ipotesi sarà ammissibile: altrimenti no. E siamo nel caso: l'equazione della linea del pelo della corrente libera (che fu già trovata nella Memoria precedente e troveremo di nuovo in questa) non può, per variar di costante, ridursi a quella di una retta. Adunque nelle correnti libere la linea del fondo può avvicinarsi ad una retta, ma non coincidere con essa mai. Dal che consèguita che nei canali aperti di fondo rettilineo si fa sopra di questo un deposito di fluido staccato dalla corrente principale, il quale o rimane fermo o prende un moto particolare: e la corrente si crea in un certo senso il proprio fondo. Ecco verità importanti che un'attenta considerazione ci manifesta subito in sui primordj (*).

8.° Sappiamo che le due funzioni generiche $u(x, y)$, $v(x, y)$ si fanno dipendere da una sola $R(x, y)$ mediante i valori (4). Per progredire nella ricerca della funzione $R(x, y)$ supponiamo di conoscere l'equazione (18) che appartiene a tutte le trajettorie, avendovi isolata quella costante α che muta passando d'una trajettoria nell'altra. Non dirò ora più, come nella Memoria precedente, che può prendersi

$$R = \varphi(f(x, y)) \tag{19}$$

(*) Il primo, che io sappia, a notare la dipendenza della linea del fondo da una data curva del pelo fu il signor ingegnere Giuseppe Bruschetti. Veggasi la sua Memoria *Sulla nuova teorica del moto delle acque*. Milano, 1829, pag. 48 e seguenti. — È pure di origine italiana l'idea che la corrente si formi mediante una porzione di fluido stagnante il fondo sul quale scorra, spianando così tutte le disegualianze del terreno ove ve ne sia: e lo stesso avvenga il più delle volte anche alle sponde, rasente le quali una specie d'intonacatura di fluido tolga tutte le asprezze ed irregolarità. Questa supposizione per cui verrebbero provate di poca o niuna efficacia per ritardare la maggior massa del fiume le resistenze prodotte dalle scabrezze del fondo e delle sponde, trovasi ora in piena armonia co'miei calcoli. Mi preme quindi per l'esattezza storica far osservare ch'essa è dovuta originariamente al *Grandi*, il quale ne mostrò la ragionevolezza nello Scolio della prop. XXXIV, Cap. V del suo *Trattato geometrico del movimento delle acque*. Fu poi rinfrancata dallo *Ximenes*, e adottata dal *Bossut* nel Cap. XII del vol. II della sua Idrodinamica. Da ultimo il *Frisi* fece entrare questo principio tra i fondamentali della sua *Teoria generale de'fiumi* (Vedine le opere. Paulli Frisii operum. Tomus secundus. Mediolani, 1783, pag. 332-33.)

essendo φ un simbolo di funzione arbitraria, il che lasciava luogo a dubitare che potesse aversi altrimenti. Dirò che *deve prendersi* la R come nell'antecedente (19), e che la natura della questione non può permettere altra supposizione.

Per provare questa importante proposizione deriviamo la (18) pel tempo: avremo

$$f'(x)u + f'(y)v = 0$$

e mettendo per u, v i valori (4),

$$f'(x)\,R'(y) - f'(y)\,R'(x) = 0 \tag{20}$$

equazione della stessa forma della (10), dalla quale si sale in virtù della seguente (11) all'altra

$$f(x, y) = \psi(R)\ ; \tag{21}$$

e questa, intendendone cavato il valore di R, non diversifica dalla (19). Qui può farsi un'obbjezione che sulle prime ha una certa apparenza. La relazione fra le equazioni (10), (11) è legittima e indispensabile, finchè le x, y sono variabili fra loro indipendenti: ma quando si cava la (20) dalla (18) derivata pel tempo, sostituiti i valori (4), in questa (20) la y non è indipendente da x, ma ne è quella funzione che viene determinata dalla stessa (18). Per questo motivo potrebbe non essere legittimo il passaggio dalla (20) alla (21). Ammetto l'osservazione e non ammetto la conseguenza. Quantunque la y nella (20) sia funzione della x, dico che intendendo assegnate le forme f, R, l'equazione (20) deve verificarsi per identità, senza cioè ricorrere all'interna composizione della y per la x. In fatti, non sia che l'equazione (20) si verifichi per identità, ma per soddisfarvi sia d'uopo ricorrere a quell'interna composizione: residuerà allora dalla (20), dopo sciolte tutte le diverse forme delle funzioni, un'equazione non identica fra x, y, da cui potrassi cavare y in funzione di x. Un tal valore di y in x non conterrebbe la costante α, perchè questa costante (badisi bene) non entra in nessuna delle funzioni $f(x, y)$, $R'(y)$, $R'(x)$ delle quali consta la (20): non nella $f(x, y)$ che è il primo membro

della (18), non nelle $R'(y)$, $R'(x)$ eguali, in virtù delle (4), alle funzioni $u(x,y)$, $-v(x,y)$. Dunque il valore di y sarebbe indipendente dalla costante α, il che ripugna alla natura dell'equazione (18). Se pertanto l'equazione (20) deve verificarsi per identità, la y, quantunque funzione della x, vi è nelle condizioni di una variabile indipendente, e quindi le due funzioni $f(x,y)$, $R(x,y)$ debbono avere fra loro la relazione espressa dalla (21). È questo il medesimo ragionamento con cui unicamente si può dimostrare in maniera al tutto persuadente l'ammirabile teorica lagrangiana per l'integrazione delle equazioni alle derivate parziali.

9.° Dopo il fin qui esposto è chiaro che nella questione di cui facciamo parola saremo già più che a metà della soluzione quando avremo conosciuta la funzione $f(x,y)$ componente il primo membro della equazione (18) comune a tutte le trajettorie: perchè allora le equazioni (4), (19) ci daranno

$$u = \varphi'(f)\, f'(y) \quad ; \quad v = -\varphi'(f)\, f'(x) \tag{22}$$

e non avremo più che a determinare la forma $\varphi'(f)$.

Ora alla cognizione della funzione $f(x,y)$ può arrivarsi in due maniere. Se sono date le due equazioni delle pareti cercheremo di scoprire in esse quella costante, mutando il valor della quale l'una delle equazioni si cambia nell'altra. Ciò deve sempre potersi fare: se non si può, diciamo pur francamente che la supposizione non è conciliabile colle leggi della natura, che cioè non può effettuarsi fra quelle pareti un moto del fluido soggetto ad una continuità espressa dappertutto mediante una stessa legge. Per esempio, nel moto di un velo fluido fra due pareti rettilinee di equazioni

$$y = mx \quad ; \quad y = nx$$

vediamo subito dover essere (equazione (18)) $f(x,y) = \frac{y}{x}$: le m, n sono i valori particolari estremi di quella costante α che assumendone di intermedj dà tutte le altre trajettorie rettilinee per l'interno della massa.

Se non sono date le equazioni delle due pareti, come nel caso della corrente libera, lo scoprimento della funzione $f(x, y)$ è più difficile: però può essere dato altrimenti quanto basta per conseguirlo, il che nel paragrafo seguente vedremo verificarsi.

10.° A motivo della (19) l'equazione (13), posta la forma

$$\psi(\varphi(f)) = F(f)$$

ci somministra il valore della pressione così ridotto

$$p = F(f) - gy - \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2) \tag{23}$$

e siccome la precedente, derivata per f, dà

$$\psi'(\varphi)\,\varphi'(f) = F'(f)\,,$$

l'equazione (14) si riduce

$$\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} = \frac{F'(f)}{\varphi'(f)} \tag{24}$$

e questa, per la sostituzione dei valori (22) diventa

$$\varphi'(f)\,\{f''(x) + f''(y)\} + \varphi''(f)\,\{f'(x)^2 + f'(y)^2\} = \frac{F'(f)}{\varphi'(f)}\,. \tag{25}$$

Tale ultima equazione è quella su cui si deve studiare per venire a capo di trovare le forme $\varphi'(f)$, $F(f)$ quando si conosce la $f(x, y)$: allora le formole (22), (23) ci danno sciolto il problema. Se si fa la supposizione del binomio delle velocità differenziale esatto, il primo membro della (24) è zero, quindi $F'(f) = 0$, ed F nella (23) diventa una costante. In tal caso la (25) ha il secondo membro zero, e di sì fatta equazione, supponendovi incognita oltre la forma della $\varphi'(f)$ anche quella della $f(x, y)$, ho dato altrove un'analisi completa (Vedi il Tomo VII del Giornale dell'Istituto Lombardo, pag. 347: appendice).

Per un facile esempio scelgo quello delle pareti rettilinee toccato nel paragrafo precedente, quando cioè si ha $f(x, y) = \frac{y}{x}$.

L'equazione (25) si riduce

$$2\varphi'(f)\frac{y}{x^3} + \varphi''(f)\left(\frac{y^2}{x^4} + \frac{1}{x^2}\right) = \frac{F'(f)}{\varphi'(f)}$$

e mettendo per y il suo valore xf

$$2\varphi'(f)f + \varphi''(f)(1+f^2) = x^2\frac{F'(f)}{\varphi'(f)} .$$

Qui, affinchè il secondo membro non contraddica al primo, essendovi un x^2 esplicito alla f che non compare nel primo membro, è forza che vi sia zero il fattore $F'(f)$. E allora rimane un'equazione per la quale viene determinata anche $\varphi'(f)$ in maniera già altrove spiegata (vedi il luogo testè citato, sul fine di quella appendice). Pertanto la (25) ci dà a conoscere entrambe le funzioni $F'(f)$, $\varphi'(f)$: e il riuscire la prima eguale a zero, ci fa capire che nel moto ora considerato si avvera sempre la proprietà del binomio delle velocità differenziale esatto.

§ 3.

Applicazione alla corrente superiormente libera.

11.° Nella Memoria precedente ho insistito in più luoghi sopra una distinzione fra due sorta di costanti. Dissi che alcune sono tali tanto in riguardo al tempo quanto in riguardo al luogo: tra queste possono annoverarsi la gravità g, la pressione atmosferica ϖ, ec.; e che alcune lo sono solamente in riguardo al tempo, potendo mutare nel passaggio da un luogo ad un altro. Di questa seconda natura è la costante α dell'equazione (18): essa non cambia valore per tutta una trajettoria, ma lo cambia passando d'una trajettoria nell'altra, e in ciascuna è costante per riguardo al tempo. Costanti sì fatte possono ridursi funzioni delle a, b coordinate di una molecola corrispondenti al principio del tempo: e se vogliansi ridurre funzioni di x, y, diventeranno funzioni tali, che immaginando sostituite alle x, y le equivalenti espressioni (15), il tempo t vi dovrà sparire da per se stesso. Di costanti come quelle qui descritte ne incontreremo varie nel progresso delle nostre ricerche: a un diligente uso delle medesime, e

all' artificio di ritenerle quando giova il farlo, scambiandole poi all' opportunità colle funzioni delle coordinate cui sono equivalenti, devesi la buona riuscita della nostra teorica.

12.° Essendo $p(x, y)$ la pressione, si sa che quando la corrente è libera, la linea superiore del pelo ha per equazione

$$\varpi = p(x, y) \tag{26}$$

esprimendo ϖ la pressione atmosferica costante. Questa equazione vuol essere considerata nè più nè meno che quella di una parete fissa: e in fatti, essendo il moto stabilito, quand' anche s' immaginasse che al di sopra della corrente si solidificasse l' atmosfera non alterandosi il suo peso, quella linea seguiterebbe ad essere il limite superiore della corrente senza cangiamento nel moto. Ciò posto, già vedemmo che l' equazione di una qualunque altra trajettoria interna non può differire da quella di una parete se non pel diverso valore di una costante. Ma dove può effettuarsi nella equazione (26) questo cambiamento di valore in una costante? Non certo nella funzione $p(x, y)$ del secondo membro, perchè significando essa la pressione, non muta nè di forma nè di costanti percorrendo i varii punti anche interni della massa fluida: il che già si sa, ma può facilmente scorgersi esaminando il secondo membro dell' equazione (23). Resta che il cambiamento della costante si effettui nel primo membro della (26). Ivi, quando la linea è quella del pelo, una costante generica α prende il valore determinato e noto ϖ, e lo ha poi differente per ognuna delle trajettorie interne. Pertanto l' equazione generale di tutte le trajettorie sarà

$$\alpha = p(x, y) \tag{27}$$

che surrogheremo alla (18), stando la p per la f. Così se in questo caso della corrente libera non ci è nota *a priori* la forma $f(x, y)$ della equazione (18) appartenente a tutte le trajettorie, il sapere che deve essere quella medesima della pressione $p(x, y)$, ci mette in istrada per ritrovarla, siccome fra poco vedremo.

Viene come corollario del precedente ragionamento e dell' equazione (27) che la pressione è costante per tutte le molecole del fluido

che scorrono in una medesima trajettoria, variando dall'una all'altra di queste linee. Può osservarsi che il numero ϖ cambierà per diversi luoghi della terra, per esempio, a diverse altezze sopra il livello del mare: in tal caso ognuno sentirà ragionevole che la forma $p(x, y)$ nel secondo membro della (26) non abbia a cambiare, ma cambii solo il valor numerico del primo membro, come può cambiarsi il valore di un parametro per una curva di cui si mantiene la natura. Se quindi s'immaginino due canali in identiche circostanze, uno più basso, l'altro più alto relativamente al livello del mare: in questo secondo potrà trovarsi una trajettoria eguale a quella che costituisce il pelo del primo, e sarà quella interna dove, tra pel peso dell'atmosfera, tra per un effetto proveniente, non ostante il moto, da una massa d'acqua al di sopra scorrente, la pressione eguaglierà quella dell'atmosfera nel luogo più basso(*).

(*) Il chiarissimo geometra sig. Bordoni, in una preziosa Nota posta in fondo al suo opuscolo intitolato: *Elementari dimostrazioni delle formole per le portate delle bocche ordinarie, Pavia*, 1844, riconfermando con diversi andamenti di calcolo i risultamenti da me ottenuti nel Capo III della Memoria precedente, venne anche al punto di dover ammettere le pressioni eguali per tutte le molecole che percorrono una medesima linea quando il moto è stabilito. Pare ch'egli cerchi far discendere prontamente la costanza di pressione per ognuna di tali linee dai due fatti combinati della permanenza del moto e dell'incompressibilità del liquido. E sarà buona anche questa strada: ma forse il ragionamento non toglie affatto ogni dubbiezza, della quale ponno dar segno alcuni modi circospetti di dire usati dall'autore a pag. 56, e sul fine della prefazioncella del suo libro. Vorrei sperare che il tenore della dimostrazione addotta nel testo valga a convincere il lettore che l'equazione (27) non si regge pel solo appoggio di una ipotesi, ma come necessaria conseguenza delle cose già riconosciute vere.

Per me il ragionamento dotato di forza dimostrativa (giova ripeterlo) è quello che si fonda sui due principj già ben chiariti del non potere l'equazione di una trajettoria interna differire dalla (26) che pel mutato valore di una costante, e del non poter esservi questa costante che muta nel secondo membro della stessa (26). Ma per chi volesse un ragionamento, non avendo riguardo agli antecedenti, può valere quello che ora soggiungo, il quale basterà per lo meno a provare una grande ragionevolezza e convenienza nel corollario posto qui sopra al num. 12. Nel moto stabilito con una parete superiormente fissa, generalmente parlando, la pressione non sarà eguale per tutte le molecole della linea fluida che lambisce detta parete, e nemmeno sarà eguale d'uno in altro punto nelle trajettorie inferiori; però la legge con cui la pressione varierà da un punto all'altro della prima trajetteria alla parete, sarà la medesima di quella con cui varierà in una qualunque delle inferiori, potendosi immaginare che al di sopra di qualsivoglia trajettoria interna il fluido si solidifichi, e quindi essa figuri come fosse la prima parete. Ora, nel nostro caso, la legge con cui procede la pressione nella prima trajettoria del pelo, passando da punto a punto, è quella dell'eguaglianza: la medesima legge adunque si avvererà anche per ciascuna delle trajettorie sottoposte, e la pressione non muterà che passando da una nell'altra: il che è un ripetere quanto ci vien detto dall'equaz.^{e} (27).

13.° Adottata la (27) in luogo della (18), le formole (22) diventano

$$u = \varphi'(p)\frac{dp}{dy} \quad ; \quad v = -\varphi'(p)\frac{dp}{dx} \tag{28}$$

ossia, in virtù delle equazioni (1)

$$u + \varphi'(p)(g + v') = 0 \quad ; \quad v = \varphi'(p)u' \ ,$$

(gli apici delle u', v' indicano derivate totali prese per rispetto a t). Intendendo ora che le u, v siano le velocità di un punto (x, y) che si considera appartenere ad una qualunque delle trajettorie descritte, potremo, a motivo della (27), mettere α in luogo di p: allora, fatta

$$l = \frac{1}{\varphi'(\alpha)} \ , \tag{29}$$

le precedenti equazioni diventeranno

$$lu + g + v' = 0 \quad ; \quad lv = u' \tag{30}$$

essendo l una quantità costante per riguardo al tempo, ma, secondo quello che sappiamo finora, variabile di trajettoria in trajettoria, siccome (equazione (29)) funzione di α: In conseguenza le ultime equazioni (30) possono integrarsi rispetto al tempo. Fra esse eliminata la u, si ha

$$v'' + l^2 v = 0$$

che s' integra moltiplicandola per $2v'$ e conduce alla

$$v'^2 + l^2 v^2 = \rho^2$$

dove ρ^2 è una costante per riguardo al tempo. Col mettere la precedente sotto la forma

$$\frac{lv'}{\sqrt{\rho^2 - l^2 v^2}} = l$$

si vede nuovamente integrabile riguardo al tempo, e se ne cava

$$v = \frac{\rho}{l} \operatorname{sin.}(n + lt) \tag{31}$$

introdotta n nuova costante simile alla ρ. Un tale risultamento combinato colla prima delle (30), ci fornisce quest'altra equazione

$$u = -\frac{g}{l} - \frac{\rho}{l}\cos.(n + lt) \quad . \tag{32}$$

Ponendo nelle due ultime x', y' in luogo di u, v, esse possono essere integrate nuovamente pel tempo, e così otteniamo quest'altre

$$\begin{aligned} l'y &= k - \rho\cos.(n + lt) \\ l'x &= h - \rho\sin.(n + lt) - glt \end{aligned} \tag{33}$$

essendo k, h due costanti della stessa natura delle ρ, n.
Eliminando il t esplicito fra le (31), (32) e la prima delle (33), troviamo due equazioni che possono scriversi

$$lu = l'y - k - g \quad ; \tag{34}$$

$$lv = -\sqrt{\rho^2 - (l'y - k)^2} \quad ; \tag{35}$$

dell'aver preso in quest'ultima il radicale col segno negativo ne vedremo fra non molto la ragione.
Per eliminare il tempo t fra le (33), cominceremo a dedurne

$$(l'y - k)^2 + (l'x - h + glt)^2 = \rho^2$$

dalla quale

$$glt = h - l'x + \sqrt{\rho^2 - (l'y - k)^2} \tag{36}$$

valore che sostituiremo nella seconda delle (33): dopo di che quelle (33) potranno esserci presentate sotto la forma

$$\begin{aligned} -\rho\sin.(n + lt) &= \sqrt{\rho^2 - (l'y - k)^2} \\ -\rho\cos.(n + lt) &= l'y - k \; . \end{aligned}$$

Dividiamo queste l'una per l'altra, e passando dalla tangente all'arco, dedurremo

$$n + lt = \text{Arc. tan.}\frac{\sqrt{\rho^2 - (l'y - k)^2}}{l'y - k} \quad .$$

Presentemente elimineremo t fra questa e la (36), e caveremo

$$(37)\quad g\,\text{Arc. tan.}\frac{\sqrt{\rho^2-(l'y-k)^2}}{l'y-k}-\sqrt{\rho^2-(l'y-k)^2}=h+gn-l'x\ .$$

Una sì fatta equazione, non contenendo il tempo esplicito, è la vera equazione della trajettoria generica: ci rimane però a fare uno studio sulle quattro costanti ρ, n, k, h.

14.° Tutto quello che noi sappiamo finora di tali costanti si è che non contengono il tempo: quindi in generale bisogna supporle funzioni di a, b coordinate al principio del tempo, ovvero di a, α, oppure di b, α, potendo intendere eliminata una delle a, b mediante l'equazione

$$\alpha=f(a,\ b),$$

che è un caso particolare della (18) per $t=0$. Vi è per altro un modo di dimostrare che le due ρ, k sono funzioni solamente della α: e così pure troveremo funzione solamente della α la costante binomia $h+gn$, ma non potremo suppor tali separatamente le due h, n.

A tal fine ci serviremo del principio che ogni equazione fra x, y senza tempo esplicito, non può essere che la (18) sotto diverse forme, cioè l'equazione della trajettoria generica: e che quindi non può contenere fra le sue costanti se non una sola di quelle che mutano da luogo a luogo, cioè la α. Infatti, supponendo che ne contenesse due non funzioni l'una dell'altra e perciò fra di loro indipendenti, ci troveremmo in contraddizione col primo risultamento ottenuto passando dalla equazione (17) alla (18).

Ora l'equazione (34) ove intendasi per u sostituita la sua espressione generica $u(x,\ y)$, essendovi per la (29) l funzione della sola α, ci fa vedere, in virtù del principio surriferito, che funzione della sola α è anche la k. Essendo tali le l, k, lo stesso principio ci prova funzione della sola α anche la ρ mediante l'equazione (35): ed essendo tali l, k, ρ, verremo a conchiudere la stessa cosa della costante binomia $h+gn$ per effetto della equazione (37).

15.° Nelle equazioni (34), (35), immaginiamo entro le $l(\alpha)$, $\rho(\alpha)$, $k(\alpha)$ funzioni di α, sostituita alla α la funzione equivalente $p(x, y)$ (equazione (27)): esse, tenuta di mira la (29), potranno anche scriversi

$$\frac{u}{\varphi'(p)} = l'(p)\,y - k(p) - g$$

$$\frac{v}{\varphi'(p)} = -\sqrt{\rho^2(p) - (l'(p)\,y - k(p))^2}$$

ovvero, in conseguenza delle (28),

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dy} &= l'(p)\,y - k(p) - g \\ \frac{dp}{dx} &= \sqrt{\rho^2(p) - (l'(p)\,y - k(p))^2}\,. \end{aligned} \tag{38}$$

Queste dovranno essere identiche, cioè verificarsi ciascuna indipendentemente da ogni relazione fra x, y. E di vero, se così non fosse, tanto l'una che l'altra ci darebbe la y funzione della x senza la costante α, il che ripugna colla natura dell'equazione (18). In conseguenza le precedenti equazioni (38) non sono vincolate a trajettoria, ma si avverano in generale per ogni punto pel quale le x, y si considerano fra di loro indipendenti. Esse ci condurranno a trovare le funzioni $l(p)$, $\rho(p)$, $k(p)$ di p e la stessa p in funzione di x, y: e così otterremo que' medesimi risultamenti che nella Memoria precedente abbiamo conseguito siccome frutto di lunghi calcoli.

Caveremo dall'una e dall'altra delle (38) il valore di $\frac{d^2p}{dx\,dy}$, e dal confronto dei due valori, adottando per comodo di esprimere con indici al piede delle lettere le derivate per p, otterremo l'equazione

$$(2ll_1'y - k_1)\frac{dp}{dx} = \frac{\{\rho\rho_1 - (l'y - k)(2ll_1y - k_1)\}\frac{dp}{dy} - (l'y - k)l'}{\sqrt{\rho^2 - (l'y - k)^2}}\,.$$

Sostituendo in essa alle $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$ i valori (38), e ordinando l'equazione risultante secondo le potenze dell'y esplicita, troveremo la seguente

$$\begin{aligned} &2gl^2l_1y^2 + \{l'(\rho\rho_1 - l') - gl^2k_1 - 2ll_1(\rho^2 + gk)\}y \\ &+ gkk_1 - g\rho\rho_1 - k(\rho\rho_1 - l') + k_1\rho^2 = 0\ ; \end{aligned} \tag{39}$$

la quale deve verificarsi indipendentemente dall' y esplicita, altrimenti immaginando note le tre funzioni di p che costituiscono i tre coefficienti di y^2, y, y^0, se ne potrebbe dedurre p funzione della sola y, il che ripugna colla natura della stessa $p(x, y)$. Pertanto nella (39) dovranno separatamente annullarsi i tre coefficienti di y^2, y, y^0: e così si hanno le tre equazioni

$$\begin{aligned} & 2gl'l_1 = 0 \\ & l'(\rho\rho_1 - l') - gl'k_1 - 2ll_1(\rho^2 + gk) = 0 \\ & gkk_1 - g\rho\rho_1 - k(\rho\rho_1 - l') + k_1\rho^2 = 0 . \end{aligned} \tag{40}$$

Di queste la prima si riduce alla $l_1 = 0$, o alla $l =$ costante; cioè c' insegna che la l è una costante assoluta non solo per riguardo al tempo ma anche per riguardo al luogo, essendo indipendente da α, che eguaglia p. Dopo di ciò la seconda delle (40) si riduce

$$\rho\rho_1 - l' - gk_1 = 0 \tag{41}$$

integrabile riguardo a p: se ne tira subito

$$l'p = \frac{\rho^2}{2} - gk + A \tag{42}$$

essendo A una costante assoluta come la l.
Osservisi che la terza delle (40) può scriversi

$$-k(\rho\rho_1 - l' - gk_1) + \rho(\rho k_1 - g\rho_1) = 0$$

e che per effetto della (41) ammette una semplificazione dopo la quale diventa

$$\rho k_1 - g\rho_1 = 0 . \tag{43}$$

Qui un' integrazione per p ci dà prontamente

$$k = K + g \log. \rho \tag{44}$$

essendo K una costante assoluta come l, A.
Ed eccoci venuti in cognizione, siccome avevamo annunciato, delle

forme $l(p)$, $k(p)$, $\rho(p)$: la prima è una costante che non contiene p, la seconda è conosciuta mediante la (44) quando sia conosciuta la ρ, e quest'ultima è quella funzione di p che si avrebbe risolvendo l'equazione trascendente

$$l^2 p = \frac{\rho^2}{2} - g^2 \log. \rho + C \tag{45}$$

la quale nasce dall'eliminazione di k fra le (42), (44), fatta $C = A - gK$.

16.° Denotiamo con H la costante binomia $h + gn$, che entra nella equazione (37), e di cui abbiamo detto dover essere anch'essa funzione della sola α: rescrivendo quella equazione con questa sostituzione,

$$g \text{ Arc. tan.} \frac{\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - k)^2}}{l^2 y - k} - \sqrt{\rho^2 - (l^2 y - k)^2} = H - l^2 x \ , \tag{46}$$

vi riguarderemo ora la l come costante assoluta, le k, ρ come funzioni di α dateci dalle equazioni

$$\begin{aligned} k(\alpha) &= K + g \log. \rho(\alpha) \\ l^2 \alpha &= \tfrac{1}{2} \rho^2(\alpha) - g^2 \log. \rho(\alpha) + C \end{aligned} \tag{47}$$

(che sono le (44), (45), rimessa α per p) e la $H(\alpha)$ come una funzione della sola α che rimane tuttora a determinarsi. Per riuscire a quest'ultimo intento risostituiamo, solo mentalmente, nella (46) dappertutto la p alla α: sarà essa allora una equazione che dovrassi verificare come le (38) indipendentemente da ogni relazione fra x, y. Ciò dimostrasi collo stesso ragionamento usato per le (38): e quindi la (46) ove le ρ, k, H riguardinsi come funzioni di p, sarà una equazione identica che potrà derivarsi tanto per x quanto per y. Deriviamola per y, indicando ancora con apici al piede le derivate per p, e troveremo dopo varie riduzioni

$$\frac{\{(l^2 y - k)(g\rho_1 - \rho k_1) + \rho(g k_1 - \rho\rho_1)\}\frac{dp}{dy} + (l^2 y - k - g) l^2 \rho}{\rho\sqrt{\rho^2 - (l^2 y - k)^2}} = H_1 \frac{dp}{dy} \ . \tag{48}$$

Dal coefficiente di $\frac{dp}{dy}$ nel numeratore del primo membro sparisce un

termine a motivo dell'equazione (43), e l'altro, a motivo della (41), si riduce $-\rho l'$. Pertanto tutto quel numeratore può scriversi

$$l'\rho\left(l'y - k - g - \frac{dp}{dy}\right)$$

e si riconosce zero in virtù della prima delle (38). Conchiuderemo in forza di quest'ultimo risultamento che H_1 è zero, ossia che la H è indipendente da p, ovvero da α, cioè è una costante assoluta come le l, A, K.

Derivando la (46) per x, abbiamo un'equazione dove nel numeratore del primo membro il coefficiente di $\frac{dp}{dx}$ è quel medesimo di $\frac{dp}{dy}$ nel numeratore del primo membro della (48), che vedemmo ridursi a $-\rho l'$. Pertanto l'equazione derivata risulta

$$\frac{-l^2\frac{dp}{dx}}{\sqrt{\rho^2-(l'y-k)^2}} = -l'$$

e diventa identica ponendo per $\frac{dp}{dx}$ il suo valore dato dalla seconda delle (38). Nulla quindi di nuovo si cava da questa derivata per x, ma serve essa a giustificare il segno negativo assunto pel radicale nella equazione (35); in fatti se quel segno fosse stato positivo, sarebbe riuscito negativo quello del radicale nella seconda delle (38), nè più la precedente derivata sarebbesi trovata un'equazione che si verifica da se stessa.

17.° Rimane a determinare la p in funzione di x, y e di costanti che siano tali nel più lato senso della parola: ed ecco come vi si arriva. Nella (46), ove la H fu dimostrata una costante assoluta come la l, mettasi per k il suo valore datoci dalla (44), avremo

$$(49)\quad g\,\text{Arc.tan.}\frac{\sqrt{\rho^2-(l'y-K-g\log.\rho)^2}}{l'y-K-g\log.\rho} - \sqrt{\rho^2-(l'y-K-g\log.\rho)^2} = H - l'x;$$

dove la ρ non è mischiata che colle due variabili x, y, e colle costanti g, l, K, H, che sono costanti assolute tanto per riguardo al tempo quanto per riguardo al luogo. Intendasi sciolta la (49) per ρ,

e quindi trovato per essa un valore noto in x, y: diventerà funzione nota di x, y anche la p in forza dell'equazione (45). Di più, le (34), (35) ci daranno

$$(50) \qquad \begin{aligned} u &= \tfrac{1}{l}\,(l'y - K - g - g\log.\rho) \\ v &= -\tfrac{1}{l}\,\sqrt{\rho^2 - (l'y - K - g\log.\rho)^2} \end{aligned}$$

e per tal modo le u, v risulteranno anch'esse funzioni note di x, y e costanti assolute.

L'equazione poi generale di tutte le trajettorie, che tiene il luogo della (18), è la stessa (49), ove si consideri ρ funzione di α e quindi costante. La sola differenza fra la (49) colla $\rho(\alpha)$, e la (18), si è che la costante generica α non si vede cavata fuori: per il che l'equazione che più veramente terrebbe il luogo della (18), sarebbe quella che ci esprimesse il valore di α, eliminando ρ fra la (49) e la seconda delle (47). Una tale operazione non si può effettuare in termini finiti per la circostanza che le due equazioni sono trascendenti, ma ben possiamo formarcene una chiara idea.

18.° Del resto è assai facile ridurre la presente nostra soluzione alle formole del Capo III della Memoria precedente. Dalle (34), (35) deduciamo prontamente

$$(51) \qquad l'y - k = g + lu \quad ; \quad \rho^2 = l'v^2 + (g + lu)^2 .$$

Colla prima di queste e colla (35) la (46) ci conduce subito alla

$$(52) \qquad l'x = H + g\,\text{Arc. tan.}\,\frac{lv}{g + lu} - lv$$

che è la prima delle equazioni (61) di quel Capo.

Eliminando k fra le (34) e (44) otteniamo

$$(53) \qquad l'y = K + g + lu + g\log.\rho$$

la quale, sostituito per ρ il suo valore datoci dalla seconda delle (51), diventa

$$(54) \qquad l'y = K + g + lu + g\log.\sqrt{l'^2v^2 + (g + lu)^2}$$

che è la seconda delle equazioni (61) dell'altra Memoria sopra citata. Quanto alla pressione p, fatta $O = \frac{C}{l^2}$, caviamo subito dalla (45)

$$p = O - \frac{g^2}{l^2} \log. \rho + \frac{1}{2l^2} \rho^2 \tag{55}$$

che coincide colla formola (74) del Capo III della Memoria precedente. E se ci piace aver piuttosto la p mediante la formola

$$p = Q - gy + \frac{2g}{l} u + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \tag{56}$$

che è la (68) di quel Capo III, non abbiamo che ad eliminare nella precedente $g \log. \rho$ facendo uso della (53), sostituire a ρ^2 il suo valore somministrato dalla seconda delle (51), e porre Q in luogo della quantità costante $O + \frac{g}{l^2} K + \frac{3g^2}{2l^2}$.

Per riguardo all'equazione della trajettoria descritta da ogni punto della massa fluida, confrontando la (46) colla (80) del Capo III della Memoria precedente, ognuno potrà vedere anche da questa parte una perfetta coincidenza.

Riprodotte così nelle equazioni (52), (54), (55), (56) le formole fondamentali di quella mia prima soluzione, non mi starò qui a ripetere le trasformazioni e deduzioni che allora vi aggiunsi. Certamente mi riesce grato il veder qui riconfermati, procedendo per vie molto diverse, i risultamenti dapprima ottenuti; ma il precipuo scopo che mi sono proposto in questo Capo I, si fu di provare al lettore darsi un andamento di calcolo assai più breve per giungere a quei medesimi risultamenti: il che molto mi giova onde procacciare attenzione alle cose che son per dire nel capitolo seguente.

CAPO II.

Del moto permanente dell'acqua, considerate tutte e tre le dimensioni.

§ 1.

Formole generali spettanti al moto permanente quando vi si fanno entrare le tre coordinate.

19.° Dei tre assi ortogonali quelli delle x e delle y si prendono orizzontali: u, v, w sono le tre velocità del punto (x, y, z) secondo i tre assi alla fine del tempo t: p la pressione, g la gravità.

Le tre equazioni dedotte dalla meccanica dei fluidi sono

$$(1) \qquad -u' = \frac{dp}{dx} \quad ; \quad -v' = \frac{dp}{dy} \quad ; \quad -g - w' = \frac{dp}{dz}$$

essendo pel moto permanente

$$(2) \qquad \begin{aligned} u' &= u\frac{du}{dx} + v\frac{du}{dy} + w\frac{du}{dz} \\ v' &= u\frac{dv}{dx} + v\frac{dv}{dy} + w\frac{dv}{dz} \\ w' &= u\frac{dw}{dx} + v\frac{dw}{dy} + w\frac{dw}{dz} \; . \end{aligned}$$

Si aggiunge l'equazione della continuità

$$(3) \qquad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0 \; .$$

Lagrange c'insegnò a far dipendere la determinazione delle tre funzioni incognite u, v, w da quella di due sole R, S, prendendo per u, v, w tali espressioni fatte di R, S che soddisfacciano alla precedente equazione (3) quali sono

$$u = \frac{dR}{dz} \quad ; \quad v = \frac{dS}{dz} \quad ; \quad w = -\frac{dR}{dx} - \frac{dS}{dy} \; ;$$

così che nella Memoria precedente io ho fatto uso di queste espressioni. Ora però un più approfondito esame dell'argomento mi ha condotto a capire che conviene ritenere la massima fondamentale di Lagrange, ma che relativamente alle espressioni delle u, v, w fatte colle R, S. invece delle surriferite giova assumere quest'altre

$$(4)\qquad \begin{aligned} u &= \frac{dR}{dy}\frac{dS}{dz} - \frac{dS}{dy}\frac{dR}{dz} \\ v &= \frac{dS}{dx}\frac{dR}{dz} - \frac{dR}{dx}\frac{dS}{dz} \\ w &= \frac{dR}{dx}\frac{dS}{dy} - \frac{dS}{dx}\frac{dR}{dy} . \end{aligned}$$

Che questi valori soddisfacciano all'equazione della continuità (3), non abbiamo che a sostituirveli per convincercene: come anche per vedere ch'essi rendono identiche quest'altre due equazioni

$$(5)\qquad \begin{aligned} \frac{dR}{dx}u + \frac{dR}{dy}v + \frac{dR}{dz}w &= 0 \\ \frac{dS}{dx}u + \frac{dS}{dy}v + \frac{dS}{dz}w &= 0 . \end{aligned}$$

20.° Poniamo per comodo

$$(6)\qquad A = \frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx} \quad ; \quad B = \frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz} \quad ; \quad C = \frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} \quad ;$$

e ci sarà facile verificare che le equazioni (2) riescono identiche colle seguenti

$$(7)\qquad \begin{aligned} u' &= \tfrac{1}{2}\cdot\frac{d(u^2+v^2+w^2)}{dx} + vA - wB \\ v' &= \tfrac{1}{2}\cdot\frac{d(u^2+v^2+w^2)}{dy} + wC - uA \\ w' &= \tfrac{1}{2}\cdot\frac{d(u^2+v^2+w^2)}{dz} + uB - vC . \end{aligned}$$

Mettiamo in esse al luogo dei primi membri gli equivalenti valori datici

dalle equazioni (1), e facendo

$$\lambda = gz + p + \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \tag{8}$$

potremo tramutarle come segue

$$wB - vA = \frac{d\lambda}{dx} \quad ; \quad uA - wC = \frac{d\lambda}{dy} \quad ; \quad vC - uB = \frac{d\lambda}{dz} \cdot \tag{9}$$

Ora moltiplichiamo queste rispettivamente per u, v, w, e poi sommandole, otterremo l'unica

$$\frac{d\lambda}{dx}u + \frac{d\lambda}{dy}v + \frac{d\lambda}{dz}w = 0 \ . \tag{10}$$

21.° Lemma analitico. Se fra tre funzioni qualunque di tre variabili indipendenti x, y, z, che esprimiamo per $F(x, y, z)$, $R(x, y, z)$, $S(x, y, z)$, sussiste l'equazione a derivate parziali

$$\begin{aligned} &F'(x)\left\{R'(y)\,S'(z) - S'(y)\,R'(z)\right\} \\ &+F'(y)\left\{S'(x)\,R'(z) - R'(x)\,S'(z)\right\} \\ &+F'(z)\left\{R'(x)\,S'(y) - S'(x)\,R'(y)\right\} = 0 \ ; \end{aligned} \tag{11}$$

sussiste altresì fra esse una relazione espressa dall'integrale completo

$$F = \Phi(R, S) \tag{12}$$

dove Φ è simbolo di una funzione arbitraria delle due funzioni R, S. Per vedere dimostrata questa proposizione si prenderanno le tre derivate parziali per x, y, z della precedente (12), ed eliminando fra esse le due derivate parziali $\Phi'(R)$, $\Phi'(S)$ all'oggetto di fare sparire ogni traccia della funzione arbitraria, si troverà l'equazione (11).

22.° In conseguenza di questo Lemma e dei valori (4), l'equazione (10) ci somministra

$$\lambda = \Phi(R, S) \tag{13}$$

dalla quale, sostituito per λ il valore (8), otteniamo

$$p = \Phi(R, S) - gz - \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \tag{14}$$

formola molto notabile che fa dipendere la pressione p dalle stesse funzioni R, S, dalle quali, per le espressioni (4), dipendono le tre velocità.

Se rimettiamo nelle equazioni (9) in luogo delle A, B, C i valori (6) e poniamo per la λ il precedente valore (13), troviamo le tre

$$\begin{aligned}
w\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) - v\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) &= \Phi'(R)\frac{dR}{dx} + \Phi'(S)\frac{dS}{dx} \\
u\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) - w\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) &= \Phi'(R)\frac{dR}{dy} + \Phi'(S)\frac{dS}{dy} \\
v\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) - u\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) &= \Phi'(R)\frac{dR}{dz} + \Phi'(S)\frac{dS}{dz}
\end{aligned} \tag{15}$$

che corrispondono alla (14) del Capo precedente pel caso delle due coordinate, e quindi all'integrale di Mossotti. Giova notare che le funzioni arbitrarie $\Phi'(R)$, $\Phi'(S)$ nei secondi membri delle equazioni ora trovate sono le derivate parziali per R, e per S di quella funzione di R, S che entra (equazione (14)) nel valore della pressione.

Quando si fa la supposizione che il noto trinomio delle velocità sia differenziale esatto, sono zero i binomj espressi nei secondi membri delle equazioni (6), e quindi per mezzo delle precedenti equazioni (15) si provano zero le funzioni derivate $\Phi'(R)$, $\Phi'(S)$, e si conchiude che la $\Phi(R, S)$ nel valore (14) della pressione riducesi ad una costante.

§ 2.

Considerazioni sul moto permanente: Applicazione a correnti in tubi o canali chiusi.

23.° Procuriamo anche qui di formarci una rappresentazione chiara del fenomeno. Il moto del fluido si effettui da destra a sinistra in un canale chiuso sopra e sotto da due superficie delle quali diremo fra

poco dover essere di una stessa famiglia, e davanti e di dietro da due altre superficie di famiglia, generalmente parlando, affatto diversa da quella delle prime. Di questo canale considereremo la sola porzione Σ compresa fra due sezioni piane verticali e parallele, delle quali chiameremo l'una superiore o di partenza, e l'altra inferiore o di sbocco. È in nostro arbitrio tener col pensiero lontane quanto vogliamo dette due sezioni parallele, ma poichè le abbiamo fissate mentalmente, non dobbiamo curarci di quanto avvenga del fluido prima della sezione superiore e dopo l'inferiore. Può convenire, onde ridurre le cose a maggiore semplicità, far coincidere la sezione inferiore col piano yz; per lo meno gliela terremo sempre parallela. Queste coordinate x, y, z di una molecola qualsivoglia alla fine del tempo t si potranno riguardare funzioni delle a, b, c coordinate della stessa molecola per $t = 0$, e di t. Dentro lo spazio Σ il fluido si muta continuamente, ma presenta nel suo muoversi apparenze sempre costanti. Lo scorrimento è costituito dalla congerie di tante fila di molecole, le quali si muovono in linee determinate ed invariabili, che per maggiore generalità supporremo curve a doppia curvatura. Un gran numero di queste fila succedentisi le une accanto alle altre rimangono sempre alle pareti superiore, inferiore, anteriore, posteriore, talchè le estreme superficie del fluido scorrente possono concepirsi formate da aggregati di tali fila. E queste trajettorie alle superficie sono poi le estreme che tengono in mezzo quelle altre di numero incomparabilmente maggiore dalle quali è riempiuto lo spazio tutto della corrente.

24.° Denotiamo con

$$y = y(x) \quad ; \quad z = z(x) \tag{16}$$

le equazioni di una qualunque delle trajettorie interne: derivando pel tempo avremo le

$$v(x, y, z) = u(x, y, z)\, y'(x) \quad ; \quad w(x, y, z) = u(x, y, z)\, z'(x) \ . \tag{17}$$

Noteremo che le $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ sono funzioni spettanti al punto generico pel quale le x, y, z si riguardano come

indipendenti fra loro, ma che nelle ultime equazioni (17) debbonsi poi intendere sostituite alle y, z le funzioni della sola x espresse dalle (16).

Immaginiamo integrate per x le due equazioni (17): una tale operazione introdurrà due costanti arbitrarie α, $\mathcal{C}$. Si considerino sciolte le due equazioni integrali per queste costanti, e siano rappresentate colle

$$(18) \qquad \alpha = f(x, y, z) \quad ; \quad \mathcal{C} = \varphi(x, y, z) \; .$$

Qui ci si offrono spontaneamente parecchie osservazioni che fanno riscontro a quelle già scritte al num. 7. Le equazioni (17) sono equazioni alle derivate che rimangono le stesse per tutte le trajettorie. Ciascuna di tali curve ha per sue equazioni finite le due (18), le quali non possono differire passando d'una trajettoria all'altra se non per diversi valori dati alle costanti α, $\mathcal{C}$. Le due precedenti equazioni (18) possono considerarsi anche come due equazioni di superficie percorse da veli fluidi formati di tante trajettorie. Di qui veniamo a capire che le due pareti superiore ed inferiore del canale debbono essere superficie della stessa natura, le cui equazioni non abbiano a diversificare se non per un diverso valore della costante α: e verremo alle stesse conclusioni anche per le altre due pareti anteriore e posteriore. Pertanto, fissata una parete, non è più in assoluto nostro arbitrio (volendo nel moto della massa fluida una continuità tutta abbracciata dalle stesse equazioni) il fissare la parete opposta, ma conviene adempiere alla condizione indicata: e se la parete superiore non è posta di nostra elezione, come avviene nelle correnti superiormente libere, non ci sarà lecito stabilire precedentemente quale esser debba la superficie del fondo del canale. Dall'aver poi veduto come riescano in generale di due diverse famiglie le superficie conterminanti, siamo condotti a riconoscere che una può rimanere mentre si muta l'altra, e comprendiamo fin d'ora, ciò che sarà meglio sviluppato in appresso, qual grande effetto venga a produrre sulla corrente il variare la forma delle sponde.

23.° Derivando le (18) pel tempo, abbiamo le due

$$(19) \qquad \begin{aligned} f'(x)\,u + f'(y)\,v + f'(z)\,w &= 0 \\ \varphi'(x)\,u + \varphi'(y)\,v + \varphi'(z)\,w &= 0 \; . \end{aligned}$$

Pongansi in esse per u, v, w i valori generali $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$, $w(x, y, z)$ o i loro equivalenti espressi dalle formole (4): dico che quantunque le y, z vi si debbano riguardare funzioni della x (equazioni (16)), dette equazioni (19) si verificheranno per identità, senza cioè ricorrere alle relazioni fra le x, y, z stabilite dalle equazioni (18). Se così non fosse, residuerebbero dalle (19) due equazioni per le quali si potrebbero determinare y, z in funzione di x, senza le costanti α, β, che non entrano nelle f, φ, e nemmeno nelle espressioni generali delle u, v, w: ora è manifesto che ciò ripugna colla natura delle equazioni (18). Poichè dunque le equazioni (19), ove intenderemo sostituiti alle u, v, w i valori (4), si hanno a verificare come se le x, y, z fossero variabili fra di loro indipendenti, ne caveremo pel Lemma analitico espresso nelle equazioni (11), (12), dover essere

$$f = \theta(R, S) \quad ; \quad \varphi = \varkappa(R, S)$$

(θ, $\varkappa$ sono simboli di funzioni arbitrarie) dalle quali potremo immaginare dedotte le inverse

$$R = F(f, \varphi) \quad ; \quad S = \Psi(f, \varphi) \,. \tag{20}$$

Ecco dunque una proposizione capitale che fa riscontro a quella del num. 8. Avendo le equazioni (18) delle superficie conterminanti, sciolte per quelle costanti che variano di superficie in superficie, le funzioni R, S, dalle quali pel § precedente dipende tutta la teorica, saranno due funzioni di quelle f, φ che formano i secondi membri delle equazioni (18), consideratevi le x, y, z come fra di loro indipendenti.

Sostituiti i valori (20) nelle formole (4), abbiamo

$$\begin{aligned} u &= M\left(\frac{df}{dy}\frac{d\varphi}{dz} - \frac{d\varphi}{dy}\frac{df}{dz}\right) \\ v &= M\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{df}{dz} - \frac{df}{dx}\frac{d\varphi}{dz}\right) \\ w &= M\left(\frac{df}{dx}\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d\varphi}{dx}\frac{df}{dy}\right) \end{aligned} \tag{21}$$

essendosi posta per abbreviare

$$M(f,\ \varphi) = \frac{dF}{df}\frac{d\Psi}{d\varphi} - \frac{dF}{d\varphi}\frac{d\Psi}{df} \quad . \tag{22}$$

Potrebbe provarsi, se ve ne fosse bisogno, anche *a posteriori*, che questi valori (21) delle tre velocità soddisfanno tanto alla equazione (3) della continuità, quanto alle due equazioni (19) esprimenti la condizione del restare le molecole alle pareti per tutta la durata del movimento. Partendo dalle formole (21) per avviarci a trattare le diverse questioni, useremo valori nei quali è già compresa gran parte della soluzione. Dette formole contengono come particolari quelle segnate (20) nel Capo II della Memoria precedente, riducendosi ad esse colla supposizione che una delle due funzioni f, φ contenga solo le x, y, senza la z. Eppure colà, e più diffusamente in altro luogo (Vedi Tom. VII del Giornale dell'Istituto Lombardo, pag. 338), vedemmo quanta varietà di problemi pendeva da quelle formole; ora il campo è reso ancora più vasto, giacchè il moto dell'acqua entro vasi di rivoluzione non è che un caso particolare della teorica che qui abbiamo esposta.

26.° Adottando per le R, S i valori espressi dalle (20), la formola (14) che ci dà la pressione, risulterà

$$p = N(f,\ \varphi) - gz - \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \tag{23}$$

significando N una funzione di f, φ nata dalla sostituzione dei valori (20) nella $\Phi(R, S)$. Le equazioni (15) poi diventeranno

$$\begin{aligned}
w\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) - v\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) &= N'(f)\frac{df}{dx} + N'(\varphi)\frac{d\varphi}{dx} \\
u\left(\frac{du}{dy} - \frac{dv}{dx}\right) - w\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) &= N'(f)\frac{df}{dy} + N'(\varphi)\frac{d\varphi}{dy} \\
v\left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy}\right) - u\left(\frac{dw}{dx} - \frac{du}{dz}\right) &= N'(f)\frac{df}{dz} + N'(\varphi)\frac{d\varphi}{dz} \quad .
\end{aligned} \tag{24}$$

In queste bisogna intendere sostituiti alle u, v, w i valori datici dalle equazioni (21), dopo di che staranno a riscontro della equazione (25)

del Capo precedente pel caso delle due coordinate. Quando si hanno note le funzioni f, φ, si dovrà cercare di dedurre da tali equazioni la cognizione delle forme $M(f, \varphi)$, $N(f, \varphi)$: il che riuscendo, le formole (21), (23) ci daranno sciolto il problema. Non mi trattengo a fare esempj i quali potrebbero essere moltiplicati a piacere.

Se poi non volessimo pronunciare precedentemente sulle forme delle f, φ, ma ci riserbassimo ad assegnarle più tardi secondo le varie determinazioni ammissibili, come abbiamo fatto nella Nota or ora menzionata, dove trattavasi del moto in vasi di rivoluzione, ognuno che abbia letta quella Nota, si persuaderà agevolmente quanto più estese sarebbero le applicazioni che qui si potrebbero soggiungere. Io ben volentieri mi eserciterei in esse, ma sento di non dovere più a lungo deviare dall'argomento annunziato fin da principio siccome l'oggetto primario di questa Memoria.

§ 5.

Passaggio alle correnti superiormente libere:
Applicazione al caso di un canale fiancheggiato da sponda piana.

27.° Sappiamo che la superficie superiore, quando la corrente è aperta e libera, ha per equazione

$$\varpi = p(x, y, z) \quad ; \tag{25}$$

e poichè una medesima equazione col solo mutato valore di una costante (equazioni (18)) deve estendersi a rappresentare anche le superficie percorse da veli fluidi al di sotto di quella del pelo, la precedente (25) sarà un caso particolare di tale equazione. Siccome poi il secondo membro della (25) è un'espressione che non cambia nè di forma nè di costanti passando a diversi punti più o meno alti nella massa fluida, conviene che ogni differenza fra essa (25) e l'equazione colla costante generica mutabile di superficie in superficie, stia nel primo membro, e che quindi in luogo della prima delle (18) possa assumersi l'altra

$$\alpha = p(x, y, z) \; . \tag{26}$$

Il ragionamento qui usato è quel medesimo di cui al num. 12 cercai provare più a lungo la verità pel caso del moto dell'acqua in un piano. Anche qui, come là, dirò stare in questo ragionamento il principio pel quale si rende possibile la soluzione del problema; perchè, quantunque essendo tuttora incognita la $p(x, y, z)$ non possiamo asserire di conoscere il secondo membro della $\alpha = f(x, y, z)$, pure il sapere che la forma della f è quella stessa della p, basta affinchè possiamo procurarci le equazioni idonee onde venirne in cognizione.

La sostituzione della (26) alla prima delle (18) cambia il sistema delle formole (21), (22) e lo riduce al seguente

$$
\begin{aligned}
u &= M\left(\frac{dp}{dy}\frac{d\varphi}{dz} - \frac{d\varphi}{dy}\frac{dp}{dz}\right) \\
v &= M\left(\frac{d\varphi}{dx}\frac{dp}{dz} - \frac{dp}{dx}\frac{d\varphi}{dz}\right) \qquad (27) \\
w &= M\left(\frac{dp}{dx}\frac{d\varphi}{dy} - \frac{d\varphi}{dx}\frac{dp}{dy}\right)
\end{aligned}
$$

$$
M(p, \varphi) = \frac{dF}{dp}\frac{d\Psi}{d\varphi} - \frac{dF}{d\varphi}\frac{d\Psi}{dp} \; . \qquad (28)
$$

Il più importante si è che le precedenti (27) a motivo delle equazioni (1). si cambiano in quest'altre

$$
\begin{aligned}
u &= M\{\varphi'(y)\,(g + w') - \varphi'(z)\,v'\} \\
v &= M\{\varphi'(z)\,u' - \varphi'(x)\,(g + w')\} \qquad (29) \\
w &= M\{\varphi'(x)\,v' - \varphi'(y)\,u'\} \; ;
\end{aligned}
$$

le quali fanno riscontro alle (30) del Capo precedente, ma non possono ulteriormente trattarsi come là si è fatto, senza premettere qualche supposizione intorno alla natura delle sponde, dalle quali (vedi la seconda delle equazioni (18)) dipende la funzione $\varphi(x, y, z)$.

28.° L'applicazione che si presenta per la prima è quella in cui si supponga essere un piano la superficie laterale, ossia una sponda.

L'equazione di un piano riferito ai nostri tre assi ortogonali è in generale

(30) $f \operatorname{sin.} i \operatorname{cos.} \eta = \operatorname{sin.} i \operatorname{sin.} \eta \cdot x + \operatorname{sin.} i \operatorname{cos.} \eta \cdot y - \operatorname{cos.} i \cdot z$

esprimendo i l'angolo diedro fatto dal piano coll'orizzonte, η l'angolo che l'intersecazione del piano coll'orizzonte fa con una parallela all'asse delle x, f la retta orizzontale nel piano xy perpendicolare all'asse delle x e intercetta tra l'origine delle coordinate e la retta d'intersecazione poc'anzi mentovata.

Qui le costanti essendo tre i, η, f, ognuna di esse poteva essere scelta per rappresentare la 6 della seconda equazione (18) mutabile da un piano all'altro, restando immutate le altre due, ovvero potevansi far tutte e tre, o due sole di esse funzioni di una stessa costante 6 mutabile, giacchè sì fatta costante che deve mutare da un piano all'altro, non può, secondo l'analisi del num. 24, essere che una sola. Su queste considerazioni ho intrapresi lunghissimi e replicati tentativi, provando in tutte le supposizioni, e non mi è riuscito di condurre a termine le operazioni analitiche se non nel caso in cui si supponga essere la f la costante che muta da piano a piano; il che torna lo stesso che dire, muoversi tutte le molecole anche internamente nella massa fluida in piani paralleli al piano di sponda.

Dapprima ho creduto che convenisse render più semplice l'equazione (30) prendendo l'asse delle x parallelo all'intersecazione del piano coll'orizzonte, ciò che avrebbe annullato l'angolo η: ma poscia parvemi più vantaggioso il conservare quell'equazione com'è, affinchè riesca applicabile nel maggior numero de'casi pratici. Che ciò sia vero, valgano a persuadercene le seguenti dichiarazioni qui poste anche a fine di vestire d'un'immagine il concetto. Si concepisca un piano rettangolare orizzontale, e lungo un lato di esso infitta una sponda inclinata all'infuori, cioè per modo che l'angolo diedro tra essa e il piano anzidetto sia ottuso: si immagini tirata in detto piano una retta L parallela a quel lato che è anche l'intersecazione della sponda col piano, e si prenda per l'asse delle x. Se ora supponiamo sollevato il piano da una parte, tenendo orizzontale il lato perpendicolare a quello che

porta la sponda, avremo, come avviene più frequentemente in natura, un fondo declive. L'asse orizzontale delle x non sarà più la retta L, bensì la projezione di questa sull'orizzonte: l'intersecazione del piano della sponda coll'orizzonte non sarà più parallela all'asse delle x, ma (prolungato quel piano mentalmente) si vedrà quell'intersecazione fare coll'asse delle x l'angolo η sopra descritto. Non rinuncio per questo a tentare in appresso varie applicazioni pel caso in cui l'angolo η diventi zero, ossia coincida coll'orizzonte il fondo artificiale (che non è poi il vero fondo naturale giusta l'esposto ai num. 7, 24), ma penso dover tenere in tutta la sua ampiezza l'analisi generale. Come poi s'abbia a collocare l'altra sponda del canale per cavar utili applicazioni dall'analisi che qui esponiamo, ciò sarà dichiarato al principio del Capo seguente.

Faremo pertanto

$$(31)\quad \mathfrak{G}=f\,\text{sin.}\,i\,\text{cos.}\,\eta\ ;\ q=\text{sin.}\,i\,\text{sin.}\,\eta\ ;\ r=\text{sin.}\,i\,\text{cos.}\,\eta\ ;\ s=-\text{cos.}\,i$$

tramutando così la (30) nella

$$(32)\qquad \mathfrak{G}=qx+ry+sz$$

ove tra le q, r, s sussiste l'equazione

$$(33)\qquad q^2+r^2+s^2=1$$

come si prova per mezzo delle ultime tre delle (31).

Giova osservare, richiamando la seconda delle equazioni (18), che in questo caso la forma della funzione $\varphi(x, y, z)$ è la seguente

$$(34)\qquad \varphi(x, y, z)=qx+ry+sz\ .$$

29.° Abbiamo da quest'ultima

$$\varphi'(x)=q\quad ;\quad \varphi'(y)=r\quad ;\quad \varphi'(z)=s\ ;$$

quindi le equazioni (29) diventano

$$(35)\qquad \begin{aligned} u &= M(\alpha, \mathfrak{G})\,\{r(g+w')-sv'\}\\ v &= M(\alpha, \mathfrak{G})\,\{su'-q(g+w')\}\\ w &= M(\alpha, \mathfrak{G})\,\{qv'-ru'\}\ ; \end{aligned}$$

avendo riposto nella $M(p, \varphi)$ le costanti α, $\mathfrak{C}$ in luogo delle funzioni corrispondenti. Si deducono altresì dalla (32) derivata pel tempo una e due volte, queste altre

$$\begin{aligned} qu + rv + sw &= 0 \\ qu' + rv' + sw' &= 0 \ . \end{aligned} \tag{36}$$

Dalle (35) combinate colla seconda delle (36) si cavano (richiamando all' opportunità la (33)) le seguenti

$$\begin{aligned} Msu' &= gMqs^2 + v(r^2 + s^2) + qru \\ Msv' &= gMrs^2 - u(q^2 + s^2) - qrv \\ Mw' &= ru - qv - gM(q^2 + r^2) \ . \end{aligned} \tag{37}$$

La prima di queste, derivata per t, ci dà

$$Msu'' = v'(r^2 + s^2) + qru' \ .$$

Si moltiplichi per Ms e si mettano nel secondo membro al luogo delle quantità Msu', Msv' i valori equivalenti fornitici dalle due prime delle (37), otterremo

$$M^2u'' = gMr - u \ .$$

Qui è manifesta la possibilità d'integrare pel tempo dopo aver moltiplicata l'equazione per $2u'$: l'integrale è

$$M^2u'^2 = 2gMru - u^2 + \gamma$$

essendo γ una funzione delle coordinate iniziali a, b, c, senza t. Un tale integrale, posta per comodo

$$M = -\frac{1}{l} \qquad (l \text{ è funzione di } \alpha, \mathfrak{C} \text{ come } M) \tag{38}$$

ed anche per abbreviare

$$\gamma l^2 = \varepsilon^2 - g^2r^2 \qquad (\varepsilon \text{ funzione di } a, b, c \text{ surrogata alla } \gamma) \ ;$$

può mettersi sotto la forma

$$\frac{u'}{\sqrt{\varepsilon^2-(gr+lu)^2}} = 1 \ .$$

Ora si può passare ad una seconda integrazione pel tempo che dà

(39) $\quad lu = -gr - \varepsilon \cos.(n+lt) \qquad (n \text{ costante simile ad } \varepsilon).$

Con questa e colla sua derivata

(40) $\qquad u' = \varepsilon \sin.(n+lt)$

deduciamo dalla prima delle (37)

(41) $\qquad lv = gq - \frac{s\varepsilon}{r^2+s^2} \sin.(n+lt) + \frac{qr\varepsilon}{r^2+s^2} \cos.(n+lt) \ .$

E colla derivata per t di questa, che è

$$v' = -\frac{s\varepsilon}{r^2+s^2} \cos.(n+lt) - \frac{qr\varepsilon}{r^2+s^2} \sin.(n+lt)$$

e la precedente (40), caviamo dalla terza delle (35)

(42) $\qquad lw = \frac{r\varepsilon}{r^2+s^2} \sin.(n+lt) + \frac{qs\varepsilon}{r^2+s^2} \cos.(n+lt) \ .$

Le trovate equazioni (39), (41), (42) moltiplicate rispettivamente per $q.\ r.\ s.$ e sommate, restituiscono la prima delle (36), il che può servire loro di conferma.

30.° Le stesse equazioni (39), (41), (42), sostituite rispettivamente le derivate x', y', z' alle u, v, w, sono nuovamente integrabili pel tempo e ci somministrano

$$l^2x = \mu - gr\,lt - \varepsilon \sin.(n+lt)$$

(43) $\quad l^2y = \sigma + gq\,lt + \frac{s\varepsilon}{r^2+s^2} \cos.(n+lt) + \frac{qr\varepsilon}{r^2+s^2} \sin.(n+lt)$

$$l^2z = k - \frac{r\varepsilon}{r^2+s^2} \cos.(n+lt) + \frac{qs\varepsilon}{r^2+s^2} \sin.(n+lt)$$

essendo μ, σ, k tre nuove costanti simili alle ε, n, che in generale (fino a tanto che non siansi fatti i ragionamenti analoghi a quelli dei num. **14**, **15**) dovranno essere riguardate come funzioni delle coordinate iniziali a, b, c. Le (43) moltiplicate rispettivamente per q, r, s, e sommate, restituiscono la (32) mediante quest'altra

$$q\mu + r\sigma + sk = \mathfrak{G}l^2 . \tag{44}$$

Dalla (42) e dall'ultima delle (43) cavando i valori di sin. $(n + lt)$ cos. $(n + lt)$, troviamo che posta per abbreviare

$$\mathfrak{I} = \varepsilon \frac{\sqrt{r^2 + q^2 s^2}}{r^2 + s^2}$$

si ottengono le due

$$\mathfrak{I}\sqrt{r^2 + q^2 s^2}\ \text{sin.}\ (n + lt) = rlw + qs(l^2 z - k)$$
$$\mathfrak{I}\sqrt{r^2 + q^2 s^2}\ \text{cos.}\ (n + lt) = qslw - r(l^2 z - k) .$$

Queste, quadrate e sommate, ci menano all'altra

$$\mathfrak{I}^2 = l^2 w^2 + (l^2 z - k)^2 \tag{45}$$

e, divise l'una per l'altra, ci presentano

$$\text{tan.}\ (n + lt) = \frac{rlw + qs(l^2 z - k)}{qslw - r(l^2 z - k)} . \tag{46}$$

Sottraendo poi alla prima delle (43) moltiplicata per r, la seconda moltiplicata per q, veniamo a conseguire

$$r(l^2 x - \mu) - q(l^2 y - \sigma) + glt(q^2 + r^2) = -\frac{rz}{r^2 + s^2}\ \text{sin.}\ (n + lt) - \frac{qsz}{r^2 + s^2}\ \text{cos.}\ (n + lt) ;$$

e questa e la terza delle (43), quadrate e sommate, ci danno

$$\{r(l^2 x - \mu) - q(l^2 y - \sigma) + glt(q^2 + r^2)\}^2 + (l^2 z - k)^2 = \mathfrak{I}^2 . \tag{47}$$

Ritorneremo fra non molto a queste due equazioni (46), (47), le quali sono quelle che ci conducono all'eliminazione del t esplicito fra le tre

equazioni (43), e quindi al ritrovamento dell'altra famiglia di superficie descritte da veli fluidi, oltre quella dei piani paralleli alla sponda.

Intanto osserviamo che derivando la (42) pel tempo e dopo la derivazione confrontandone il secondo membro con quello della terza delle (43), otteniamo

$$w' = -(l^2 z - k), \tag{48}$$

e che in conseguenza l'ultima delle (37) ci fornisce quest'altra

$$l(ru - qv) = l^2 z - k - g(q^2 + r^2). \tag{49}$$

Associandovi la prima delle (36) abbiamo due equazioni da cui dedurre i valori delle velocità u, v date per la terza w, la quale ha un'espressione conosciuta mediante l'equazione (45): detti valori sono i seguenti

$$\begin{aligned} lu(q^2 + r^2) &= r(l^2 z - k) - gr(q^2 + r^2) - qslw \\ lv(q^2 + r^2) &= -q(l^2 z - k) + gq(q^2 + r^2) - rslw \end{aligned} \tag{50}$$

che derivati per t, dopo aver sostituito alla w', nascente nella operazione, il valore (48), ci guidano agli altri

$$\begin{aligned} u' &= \frac{qs}{q^2 + r^2}(l^2 z - k) + \frac{r}{q^2 + r^2} lw \\ v' &= \frac{rs}{q^2 + r^2}(l^2 z - k) - \frac{q}{q^2 + r^2} lw \end{aligned} \tag{51}$$

i quali a momenti ci saranno di molto vantaggio.

51.° Vedemmo introdotte da varie precedenti integrazioni cinque costanti per riguardo al tempo, cioè le n, ϑ, μ, σ, k, delle quali dicemmo doversi in generale considerare funzioni delle a, b, c coordinate iniziali: ed era anche permesso dirle funzioni delle α, ε, c. giacchè le equazioni (18) sussistendo per tutti i valori del tempo, sussistono anche per $t = 0$, e così si hanno le due

$$\alpha = f(a, b, c) \quad ; \quad \varepsilon = \varphi(a, b. c)$$

dalle quali possono intendersi dedotte le a, b ed espresse per mezzo delle α, $\mathfrak{G}$, c. Ora vogliamo provare di due fra le cinque costanti summentovate, cioè delle k, $\mathfrak{I}$, che sono funzioni soltanto delle α, $\mathfrak{E}$, senza la c. Il ragionamento è simile a quello già tenuto pel caso analogo del num. 14. Ogni equazione fra le x, y, z senza tempo esplicito non può essere che una delle (18), o una combinazione delle medesime, e per tal motivo, a non trovarsi in contraddizione colle stesse (18), non può contenere che due sole di quelle costanti che variano per diverse trajettorie. Ciò premesso, l'equazione (49), ove intendansi sostituite ad u, v le espressioni equivalenti in x, y, z senza t esplicito, contenendo la l, che (riveggasi l'equazione (38)) è funzione delle sole costanti α, $\mathfrak{G}$, ci prova che funzione delle sole α, $\mathfrak{E}$ è anche la k. E provata tale la k, veniamo a conchiudere la stessa cosa anche della $\mathfrak{I}$ per effetto della equazione (45), nella quale s'immagini stare in luogo della terza velocità w l'espressione corrispondente in x, y, z senza t esplicito. Non può dirsi altrettanto di ciascuna in particolare delle altre tre costanti n, μ, σ, ma potrà dirsi di una costante H che sia una combinazione delle medesime nel seguente modo

$$H = gn(q^2 + r^2) + r\mu - q\sigma \tag{52}$$

come passiamo a vedere.
Premettiamo dedursi dalla (45)

$$lw = -\Delta \tag{53}$$

avendo chiamato per brevità

$$\Delta = \sqrt{\mathfrak{I}^2 - (l^2 z - k)^2} \tag{54}$$

ed avendo assunto nella (53) il segno negativo, come si è fatto nel caso analogo dell'equazione (35) del Capo precedente.
Caviamo dalla (46), attesa la (53),

$$n + lt = \text{Arc. tan.} \frac{r\Delta - qs(l^2 z - k)}{qs\Delta + r(l^2 z - k)}$$

e dalla (47)

$$gl t(q^2+r^2) = \Delta - r(l^2x - \mu) + q(l^2y - \sigma) .$$

Fra queste due eliminata la t, e richiamata la (52), otteniamo

$$(55)\quad g(q^2+r^2)\,\text{Arc. tan.}\frac{r\Delta - qs(l^2z-k)}{qs\Delta + r(l^2z-k)} - \Delta = H - l^2(rx+qy) ,$$

la quale ora si presta al solito ragionamento per provare anche la H funzione soltanto delle costanti α, β, essendosi già provate tali le l, k, ϑ. Questo preliminare ci giova: però le quattro costanti l, k, ϑ, H sono tuttavia funzioni incognite di α, β. Ecco come si riesce a determinarle usando di un artificio che fa riscontro a quello messo in uso nel caso analogo del num. 13.

32.° Richiamate le equazioni (1), e le (48), (51), (53), e fatta per abbreviare

$$(56)\qquad h = \frac{1}{q^2+r^2} = \frac{1}{1-s^2}$$

giungiamo a quest' altre

$$(57)\qquad \begin{aligned} \frac{dp}{dx} &= rh\Delta - qsh(l^2z-k) \\ \frac{dp}{dy} &= -qh\Delta - rsh(l^2z-k) \\ \frac{dp}{dz} &= l^2z - k - g . \end{aligned}$$

In queste abbiamo nei secondi membri le costanti l, k, ϑ, che sono funzioni delle α, β, giacchè la Δ non vi sta che per rappresentare il radicale corrispondente (equazione (54)). Immaginiamo sostituite entro le $l(\alpha, \beta), k(\alpha, \beta), \vartheta(\alpha, \beta)$ in luogo delle costanti α, β le funzioni equivalenti delle x, y, z, cioè le p, φ (equazioni (26), (32), (34)): allora dette equazioni (57) dovranno essere identiche; se non lo fossero, si avrebbero equazioni fra le x, y, z senza tempo esplicito e senza le costanti α, β, in contraddizione col significato delle equazioni (18). Provate identiche le (57), potremo dedurre da esse due valori per ciascuna delle derivate seconde $\frac{d^2p}{dx\,dy}$, $\frac{d^2p}{dx\,dz}$, $\frac{d^2p}{dy\,dz}$, i

quali, confrontati fra loro, ci daranno tre nuove equazioni, il cui effetto sarà quello di condurci a conoscere in qual modo le l, k, ϑ sono fatte di p, φ, ovvero (ciò che è lo stesso) di α, ξ. Indicheremo con apici in alto le derivate delle l, k, ϑ per φ, e con apici al basso quelle per p. Gli apici in alto non possono qui far equivoco con quelli esprimenti le derivate totali pel tempo, giacchè quest'ultimi non ricorrono per tutto quel tratto che dovremo passare fino alla determinazione delle funzioni cercate, e quando ricorreranno di nuovo, non farà più bisogno degli attuali. Le tre nuove equazioni riescono (richiamata la (34) e le susseguenti sue derivate parziali)

$$
\begin{aligned}
&\frac{rh}{\Delta}\,\vartheta\Big(\vartheta' r+\vartheta_1\frac{dp}{dy}\Big)-\Big\{\frac{rh}{\Delta}(l^2z-k)+qsh\Big\}\Big\{2lz\Big(l'r+l_1\frac{dp}{dy}\Big)-k'r-k_1\frac{dp'}{dy}\Big\}=\\
&-\frac{qh}{\Delta}\,\vartheta\Big(\vartheta' q+\vartheta_1\frac{dp}{dx}\Big)+\Big\{\frac{qh}{\Delta}(l^2z-k)-rsh\Big\}\Big\{2lz\Big(l'q+l_1\frac{dp}{dx}\Big)-k'q-k_1\frac{dp}{dx}\Big\}\\
&\frac{rh}{\Delta}\,\vartheta\Big(\vartheta' s+\vartheta_1\frac{dp}{dz}\Big)-\Big\{\frac{rh}{\Delta}(l^2z-k)+qsh\Big\}\Big\{2lz\Big(l's+l_1\frac{dp}{dz}\Big)-k's-k_1\frac{dp}{dz}+l^2\Big\}\\
&=2lz\Big(l'q+l_1\frac{dp}{dx}\Big)-k'q-k_1\frac{dp}{dx}\\
&-\frac{qh}{\Delta}\,\vartheta\Big(\vartheta' s+\vartheta_1\frac{dp}{dz}\Big)+\Big\{\frac{qh}{\Delta}(l^2z-k)-rsh\Big\}\Big\{2lz\Big(l's+l_1\frac{dp}{dz}\Big)-k's-k_1\frac{dp}{dz}+l^2\Big\}\\
&=2lz\Big(l'r+l_1\frac{dp}{dy}\Big)-k'r-k_1\frac{dp}{dy}\ .
\end{aligned}
\tag{58}
$$

Per ridurle ad espressioni più maneggevoli osserviamo che dalle (56). (57) si cavano le seguenti equazioni di sussidio

$$
h(q^2+r^2)=1\ \ ;\ \ q\frac{dp}{dx}+r\frac{dp}{dy}=-s(l^2z-k)\ \ ;\ \ r\frac{dp}{dx}-q\frac{dp}{dy}=\Delta\ . \tag{59}
$$

Ora moltiplicando la seconda delle (58) per q, e la terza per r, e poi sommandole, facendo giuocare le prime due delle (59), troveremo

$$
-s\Big\{l^2+s(2ll'z-k')+(2ll_1z-k_1)\frac{dp}{dz}\Big\}=(2ll'z-k')(q^2+r^2)-s(2ll_1z-k_1)(l^2z-k)\ . \tag{60}
$$

Moltiplicando invece la seconda delle (58) per r e sottraendovi la terza moltiplicata per q, otteniamo (messa a profitto anche la terza delle (59))

$$
\frac{\vartheta}{\Delta}\Big(\vartheta' s+\vartheta_1\frac{dp}{dz}\Big)-\frac{l^2z-k}{\Delta}\Big\{l^2+s(2ll'z-k')+(2ll_1z-k_1)\frac{dp}{dz}\Big\}=(2ll_1z-k_1)\,\Delta\ . \tag{61}
$$

La (60), dopo aver raccolti i coefficienti totali dei due binomj $2ll'z - k'$, $-s(2ll_1z - k_1)$, e sostituito a $\frac{dp}{dz}$ il valore dato dalla terza delle (57), riducesi

$$2ll'z - k' + sl^2 - gs(2ll_1z - k_1) = 0 \quad . \tag{62}$$

La (61), dopo aver moltiplicato per Δ e sostituito a Δ^2 nel secondo membro il valore espresso nella (54), diventa

$$\begin{aligned} s\,\mathfrak{H}\mathfrak{H}' + \mathfrak{H}\mathfrak{H}_1(l^2z - k - g) - l^2(l^2z - k) - s(l^2z - k)(2ll'z - k') \\ + \{g(l^2z - k) - \mathfrak{H}^2\}(2ll_1z - k_1) = 0 \quad . \end{aligned} \tag{63}$$

La prima poi delle (58), avendo sott'occhio le equazioni (59), dopo riduzioni che prontamente suggeriscono a chi ha di già eseguite le precedenti, si tramuta nella

$$\mathfrak{H}\mathfrak{H}' - hs\mathfrak{H}\mathfrak{H}_1(l^2z - k) - (l^2z - k)(2ll'z - k') + hs\mathfrak{H}^2(2ll_1z - k_1) = 0 \quad . \tag{64}$$

Le (62), (63), (64) tengono il luogo delle (58) e sono più trattabili: ordiniamole secondo le potenze intere e crescenti della z apparente, avremo

$$sl^2 - k' + gsk_1 + 2l(l' - gsl_1)z = 0 \tag{65}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\mathfrak{H}(s\mathfrak{H}' - g\mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}k_1) + k(l^2 - \mathfrak{H}\mathfrak{H}_1 + gk_1 - sk') \\ &+ \{2skll' - 2(gk + \mathfrak{H}^2)ll_1 - l^2(l^2 - \mathfrak{H}\mathfrak{H}_1 + gk_1 - sk')\}z \\ &- 2l^3(sl' - gl_1)z^2 = 0 \end{aligned} \right. \tag{66}$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\mathfrak{H}(\mathfrak{H}' - hs\mathfrak{H}k_1) - k(k' - hs\mathfrak{H}\mathfrak{H}_1) \\ &+ \{2kll' + 2hs\mathfrak{H}^2ll_1 + l^2(k' - hs\mathfrak{H}\mathfrak{H}_1)\}z - 2l^3l'z^2 = 0 \quad . \end{aligned} \right. \tag{67}$$

33.° Ora avremmo bisogno di scomporre queste equazioni in tante quante risultano annullando in ciascuna separatamente i diversi coefficienti della z. Qui però non è sì evidente la ragione di poter ciò fare, come lo era in un caso analogo per l'equazione (39) del num. 15. In fatti nelle precedenti equazioni i diversi coefficienti di z^0, z, z^2 sono in generale funzioni di p, φ: e quantunque ciascuna delle p, φ sia in generale funzione di tutte e tre le variabili x, y, z, potrebbe

avvenire che mescolandosi le quantità nei coefficienti di taluna delle dette equazioni, sparissero le variabili x, y, e rimanessero tali funzioni della sola z, che per vedere l'identità dell'equazione bisognasse mettere a profitto tutti i suoi termini. Avverto però che questo non potrebbe succedere nello stesso tempo di due delle equazioni (65), (66), (67). Se si dessero due fra esse che non riuscissero identiche indipendentemente dalla z apparente, allora potrebbero intendersi sciolte per p, φ: e così potrebbero assegnarsi alle p, φ valori che sarebbero funzioni della sola z: il che manifestamente non è ammissibile. È questa un'estensione dello stesso ragionamento che ci valse al num. 15. Dunque al più è permesso supporre che una delle precedenti equazioni (65), (66), (67) si verifichi non essendo zero a parte i diversi coefficienti di z^0, z, z^2: nelle altre due l'annullamento dei mentovati coefficienti non può mancare. Ebbene (cosa mirabile) ammettasi la proprietà dell'annullarsi i diversi coefficienti delle potenze di z in due sole di dette equazioni prese a piacere (il che dà tre diverse combinazioni, tra le quali è necessariamente compresa quella che in forza del precedente ragionamento deve esser vera) e *si arriverà sempre ai medesimi risultati*. Per tal modo non solo l'andamento è provato legittimo come al citato num. 15, ma di più l'analisi è assicurata, vedendosi che ritorna sempre la stessa quantunque condotta per tre diverse vie. Interessa di ciò vedere.

Supponiamo sieno le (66), (67) quelle equazioni in cui si annullano i diversi coefficienti delle potenze della z apparente: avremo sei equazioni. Le due originate dal porre a zero i coefficienti della z^2 nelle due equazioni ci danno

$$l' = l_1 = 0 \,. \tag{68}$$

Quindi vien provato che la l non contiene nè φ nè p, ed è una costante assoluta e sempre la medesima per tutti i punti della massa fluida in moto, come trovammo anche al num. 15.

In conseguenza delle (68) le altre quattro delle sei equazioni sopra indicate si riducono

$$l^2 - \mathfrak{H}\mathfrak{H}_1 + gk_1 - sk' = 0 \tag{69}$$

$$s\mathfrak{H}' - g\mathfrak{H}_1 + \mathfrak{H}k_1 = 0 \tag{70}$$

$$k' - hs\mathfrak{H}\mathfrak{H}_1 = 0 \tag{71}$$

$$\mathfrak{H}' - hs\mathfrak{H}k_1 = 0 \ . \tag{72}$$

Colla simultanea sussistenza di queste sei equazioni non solo vengono ad avverarsi le (66), (67), ma anche la (65), perchè in essa il coefficiente di z si annulla a motivo delle (68), e la residua equazione

$$sl^2 - k' + gsk_1 = 0 \tag{73}$$

non è che una combinazione di due delle precedenti, cioè della (69) moltiplicata per hs, a cui sottraggasi la (71), fatta osservazione alla

$$1 + hs^2 = h \tag{74}$$

conseguenza della (56).

Sieno ora le (65), (67) quelle equazioni nelle quali debbansi annullare i coefficienti delle varie potenze della z apparente. Avremo cinque equazioni. Le due provenienti dal coefficiente della z nella (65) e da quello della z^2 nella (67), ci riprodurranno le (68): allora le altre tre si ridurranno alle (71), (72), (73). Presentemente convien notare che nella (71) possiamo mettere (equazione (74)) $h - hs^2$ invece dell'unità coefficiente di k', dopo di che l'equazione è tutta divisibile per h e si ha

$$k' - s^2 k' - s\mathfrak{H}\mathfrak{H}_1 = 0 \ .$$

Sommando questa colla (73) ci viene un'equazione tutta divisibile per s, che è la (69). Ricomparsa così la (69), l'annullarsi dei coefficienti di z, z^2 nella (66) vedesi una conseguenza necessaria di quanto si è ammesso per le altre due equazioni, e non una supposizione *a priori*. Ciò che residua della stessa (66), stando la (69), fa ritornare la (70).

Sieno finalmente le (65), (66) quelle equazioni ove si annullano da per se i coefficienti delle varie potenze di z: avremo ancora cinque equazioni. Le provenienti dal coefficiente della z nella (65), e da quello della z^2 nella (66) ci restituiscono le (68): allora le altre tre posizioni

a zero ci rimettono nelle mani le equazioni (69), (70), (73). Dalla (69), moltiplicata per hs sottragghiamo la (73) moltiplicata per h, e risovvenendoci che per la (56) è $h(1-s^2)=1$, torneremo a trovare la (71): dopo di che nella (67) i coefficienti di z, z^2 si annulleranno per sola efficacia delle premesse, e quanto rimane riprodurrà l'altra equazione (72).

Conchiuderemo che ben sicure per più riscontri sono le equazioni (68), (69), (70), (71), (72), e che verificandosi esse, sono verificate tutte e tre le equazioni che deducemmo dalle (57), equazioni che dapprima molto complicate, ci diventarono di mano in mano semprepiù trattabili.

34.° Insistiamo sulle quattro equazioni (69), (70), (71), (72) per inferirne la desiderata cognizione del modo col quale le k, ϑ sono fatte di φ, p. Eliminando k' fra le (69), (71), e ϑ' fra le (70), (72), ricordandoci della (74), troveremo

$$\begin{aligned} &gk_1 - h\vartheta\vartheta_1 + l^2 = 0 \\ &g\frac{\vartheta_1}{\vartheta} - hk_1 = 0 \,. \end{aligned} \tag{75}$$

Sostituiamo i valori di ϑ_1, k_1 cavati dalle (71), (72) nelle (69), (70), avremo, sempre tenuta d'occhio la (74),

$$\begin{aligned} &g\frac{\vartheta'}{\vartheta} - hk' + hsl^2 = 0 \\ &gk' - h\varphi\vartheta' = 0 \,. \end{aligned} \tag{76}$$

Queste (75), (76) tengono il luogo delle quattro da cui furono dedotte, e sotto la forma in cui stanno si manifestano tutte integrabili, le prime due per p e le ultime due per φ: quindi otteniamo

$$\begin{aligned} &gk - \tfrac{h}{2}\vartheta^2 + l^2 p + L(\varphi) = 0 \\ &g\log.\vartheta - hk + K(\varphi) = 0 \\ &g\log.\vartheta - hk + hsl^2\varphi + C(p) = 0 \\ &gk - \tfrac{h}{2}\vartheta^2 + D(p) = 0 \end{aligned}$$

essendo $L(\varphi)$, $K(\varphi)$ funzioni arbitrarie della sola φ, e $C(p)$, $D(p)$ funzioni arbitrarie della sola p. Il dovere però le precedenti equazioni sussistere simultaneamente fa che spariscano le funzioni arbitrarie; e conchiudiamo definitivamente essere

$$(77)\qquad \begin{aligned} &gk - \tfrac{h}{2}\vartheta^2 + l^2 p + L = 0 \\ &g \log. \vartheta - hk + hsl^2\varphi + K = 0 \end{aligned}$$

dove adesso le L, K significano costanti assolute nel più lato senso della parola, come la l. Possono le trovate equazioni ridursi a due altre contenenti ciascuna una sola incognita, che sono

$$(78)\qquad \begin{aligned} &g^2 \log. \vartheta - \tfrac{h^2}{2}\vartheta^2 + hl^2 p + ghsl^2\varphi + Lh + Kg = 0 \\ &g \log. (gk + l^2 p + L) = g \log. \tfrac{h}{2} - 2K + 2hk - 2hsl^2\varphi \ ; \end{aligned}$$

e quantunque siano trascendenti, si concepisce chiaramente come rimangano per esse determinate le ϑ, k in funzione di φ, p.

33.° Coll'operato fin qui siamo riusciti a conoscere in qual maniera le l, k, ϑ sono fatte di φ, p, ossia, ciò che è lo stesso, di $\mathfrak{G}$, α: rimane a conseguire la stessa cosa della quarta costante H menzionata sul finire del num. 31. A tal uopo ci gioverà l'equazione (55), nella quale intendansi le costanti $k(\alpha, \mathfrak{G})$, $\vartheta(\alpha, \mathfrak{G})$, $H(\alpha, \mathfrak{G})$ ridotte $k(p, \varphi)$, $\vartheta(p, \varphi)$, $H(p, \varphi)$, come si è già praticato al num. 32. Quanto alla l, sappiamo adesso essere una costante che non contiene nè p, nè φ, e questa notizia agevola le derivazioni alle quali dovremo passare. Dopo di ciò quell'equazione (55) converrà che sia una equazione identica, come si è detto delle (57), e potrà derivarsi tre volte separatamente per x, y, z. In virtù di tali derivazioni verremo a sapere che tanto H', quanto H_1 sono zero, ossia che la H è una costante assoluta come la l, e le L, K delle equazioni (77).

Non possiamo pertanto dispensarci dall'eseguire le indicate derivazioni, quantunque sia operazione laboriosa. Per altro non facendo l'operazione tutta d'un colpo, ma parte per parte, si riesce a dominare

le difficoltà. Dicasi Ω tutta la quantità sottoposta all'arco di tangente: l'equazione (55) moltiplicata per h sarà

$$(79) \qquad g\,\text{Arc. tan.}\,\Omega - h\Delta = hH - hl^2rx + hl^2qy \ .$$

Cominciamo a derivarla per x: è primieramente

$$g\cdot\frac{\frac{d\Omega}{dx}}{1+\Omega^2} - h\frac{d\Delta}{dx} = h\left(H'q + H_1\frac{dp}{dx}\right) - hl^2r \ .$$

Ora, visto il valore di Ω, troveremo dopo facili riduzioni

$$\frac{\frac{d\Omega}{dx}}{1+\Omega^2} = \frac{\Delta\frac{dk}{dx} + (l^2z-k)\frac{d\Delta}{dx}}{\mathfrak{I}^2}$$

e la precedente equazione potrà porsi sotto la forma

$$\frac{g\Delta^2\frac{dk}{dx} + \{g(l^2z-k) - h\mathfrak{I}^2\}\,\Delta\frac{d\Delta}{dx}}{\mathfrak{I}^2\Delta} = h\left(H'q + H_1\frac{dp}{dx}\right) - hl^2r \ .$$

Osserviamo aversi per la (54)

$$\Delta\frac{d\Delta}{dx} = \mathfrak{I}\left(\mathfrak{I}'q + \mathfrak{I}_1\frac{dp}{dx}\right) + (l^2z-k)\frac{dk}{dx} \ ;$$

e mettiamo per Δ^2 il noto valore dato dalla stessa (54): vedremo che ha luogo una riduzione dopo la quale, svolgendo anche $\frac{dk}{dx}$ nel binomio equivalente, otterremo

$$\frac{\{g\mathfrak{I} - h\mathfrak{I}(l^2z-k)\}\left(k'q + k_1\frac{dp}{dx}\right) + \{g(l^2z-k) - h\mathfrak{I}^2\}\left(\mathfrak{I}'q + \mathfrak{I}_1\frac{dp}{dx}\right)}{\mathfrak{I}\Delta} = h\left(H'q + H_1\frac{dp}{dx}\right) - hl^2r.$$

Nel numeratore del primo membro trattiamo a parte il coefficiente totale di $\frac{dp}{dx}$, e la quantità rimanente. Quel coefficiente, a motivo delle equazioni (75), si riduce $-l^2\mathfrak{I}$; e la quantità rimanente, a motivo delle equazioni (76), diventa $-hqsl^2\mathfrak{I}(l^2z-k)$. In conseguenza la precedente equazione risulta

$$-\frac{l^2}{\Delta}\left\{\frac{dp}{dx} + hqs(l^2z-k)\right\} = h\left(H'q + H_1\frac{dp}{dx}\right) - hl^2r \ ,$$

la quale, ponendo per $\frac{dp}{dx}$ nel primo membro il valore dato dalla prima delle (57), ammette un'altra eliminazione di termini, e ne residua la seguente

$$H'q + H_1 \frac{dp}{dx} = 0 \ . \tag{80}$$

Tenendo un andamento similissimo nel derivare la (79) per y, arriveremo a quest'altra

$$H'r + H_1 \frac{dp}{dy} = 0 \ . \tag{81}$$

Sottraggasi alla (80) moltiplicata per r la (81) moltiplicata per q, e ricordandoci della terza delle (59), ci verrà $H_1 \Delta = 0$: dove il fattore Δ non può essere zero, altrimenti (attesa l'equazione (53)) sarebbe zero la velocità w. Sarà dunque zero l'altro fattore, dopo di che, o per l'una o per l'altra delle (80), (81), ci verrà provato risultare insieme

$$H' = H_1 = 0 \tag{82}$$

come fu più sopra annunziato.

Si potrebbe essere curioso di sapere a che conduca la derivazione della (79) per z. Ho eseguito anche questo calcolo un po' lungo, nel quale però si verificano bellissime riduzioni, ed ho trovato per risultato finale l'equazione

$$H's + H_1 \frac{dp}{dz} = 0 \ .$$

Ognun vede che questa pure è verificata dalle equazioni (82). Non mi fermo a descrivere l'operazione, non essendo essa necessaria all'intento che abbiamo di già conseguito arrivando alle equazioni (82): è però utile il sapere che si ha per essa una riconferma delle operazioni precedenti.

36.° Presentemente siamo giunti al punto di cogliere il desiderato frutto di lunghe fatiche, quello cioè di ottenere le equazioni finite fra le tre velocità, la pressione e le tre coordinate, con costanti che rimangono invariate per tutta la massa fluida in movimento: equazioni

insomma che corrispondono alle (52), (54), (55), del Capitolo precedente.

Dalle (53), (54) deduciamo

$$\vartheta = \sqrt{l^2w^2 + (l^2z - k)^2}$$

ed avendosi dalla (49)

$$l^2z - k = \frac{g}{h} + l(ru - qv) \,, \tag{83}$$

la precedente può mutarsi nella

$$\vartheta = \sqrt{l^2w^2 + \left\{\frac{g}{h} + l(ru - qv)\right\}^2} \,. \tag{84}$$

Eliminando k fra la (83) e la seconda delle (77), e richiamando le equazioni (34), (84), troviamo

$$\begin{aligned} hl^2z = {} & K + g + hl(ru - qv) + hsl^2(qx + ry + sz) \\ & + g \log. \sqrt{l^2w^2 + \left\{\frac{g}{h} + l(ru - qv)\right\}^2} \,. \end{aligned} \tag{85}$$

Questa è una delle richieste che fa riscontro alla (54) del Capitolo precedente. Un'altra ci verrà dalla (55) ove adesso sappiamo che la H è una costante assoluta: e ciò col mettervi in luogo di Δ il valore $-lw$ dato dalla (53), e invece di $l^2z - k$ il valore poc'anzi scritto nella (83). Abbiamo per tal maniera

$$l^2(rx - qy) = H + \frac{g}{h} \text{Arc. tan.} \frac{qs\left\{\frac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} + rlw}{r\left\{\frac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} - qslw} - lw \tag{86}$$

equazione che fa riscontro alla (52) del precedente Capo. Le (85), (86), a cui aggiungasi la prima delle (36), cioè la

$$qu + rv + sw = 0 \,, \tag{87}$$

sono le tre equazioni finite fra le velocità, le tre coordinate e costanti che non mutano valore percorrendo i diversi punti della massa fluida.

Caveremo una formola simile per la pressione dalla prima delle (78) che ci dà

$$(88) \qquad p = O - gs(qx + ry + sz) - \frac{g^2}{hl^2}\log.\vartheta + \frac{h}{2l^2}\vartheta^2$$

dove si è posta O in luogo della costante $-\frac{Lh+Kg}{hl^2}$, e si deve intendere sostituito alla ϑ il suo valore espresso nella (84). La formola risponde alla (55) del Capitolo precedente.

Potrei qui trattenermi a far notare che le equazioni (85), (86), (88) contengono come caso particolare le simili già trovate pel moto a due coordinate: ci si presenterà però una maggiore opportunità per tale dimostrazione nel Capo seguente.

37.° Il complesso de' risultamenti ottenuti può presentarsi sotto un aspetto più semplice e più facile ad essere pienamente compreso, come al num. 42 del Capo III della Memoria precedente.

Essendo q, r, s le tre costanti angolari che entrano nell'equazione del piano della sponda, e tra le quali sussiste l'equaz.e $q^2 + r^2 + s^2 = 1$; m, h due quantità fatte di q, r, s come segue

$$(89) \qquad m = \frac{1}{r^2 + q^2 s^2} \quad ; \quad h = \frac{1}{q^2 + r^2} \quad ;$$

l, H, K, O quattro costanti assolute tanto per riguardo al tempo, quanto per riguardo al luogo;

ρ, θ due funzioni delle tre coordinate x, y, z determinate per mezzo delle due equazioni trascendenti

$$(90) \qquad \begin{aligned} l^2(rx - qy) &= H + m\rho(r\sin.\theta + qs\cos.\theta) - g\frac{\theta}{h}\ ; \\ l^2\{z - hs(qx + ry)\} &= K + mh\rho(r\cos.\theta - qs\sin.\theta) + g\log.\rho\sqrt{m}; \end{aligned}$$

le quattro formole che danno le tre velocità e la pressione pel punto generico (x, y, z) di tutta la massa fluida in moto, sono

$$(91) \qquad \begin{aligned} lu &= -gr + h\rho\cos.\theta \\ lv &= gq + m\rho(s\sin.\theta - qr\cos.\theta) \\ lw &= -m\rho(r\sin.\theta + qs\cos.\theta) \\ p &= O - gs(qx + ry + sz) - \frac{g^2}{hl^2}\log.\rho\sqrt{m} + \frac{mh}{2l^2}\rho^2\ ; \end{aligned}$$

L'equazione poi della superficie libera è data dall'ultima delle precedenti (91), ove nel primo membro in luogo di p mettasi ϖ che significa la pressione atmosferica costante.

Per vedere come queste formole dipendano da quelle del numero precedente, conviene porre

$$(92)\qquad \begin{aligned} qs\left\{\tfrac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} + rlw &= -\rho \sin.\,\theta \\ r\left\{\tfrac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} - qslw &= \rho \cos.\,\theta \end{aligned}$$

essendo ρ, θ due funzioni delle x, y, z da determinarsi. Si deducono da queste le equazioni inverse

$$(93)\qquad \begin{aligned} \theta &= -\text{Arc. tan.}\,\frac{qs\left\{\tfrac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} + rlw}{r\left\{\tfrac{g}{h} + l(ru - qv)\right\} - qslw} \\ m\rho^2 &= l^2w^2 + \left\{\tfrac{g}{h} + l(ru - qv)\right\}^2 \end{aligned}$$

la seconda delle quali, confrontata colla (84), dà

$$(94)\qquad \vartheta = \rho\sqrt{m}\ .$$

Le stesse (92), sciolte come due equazioni di primo grado a due incognite, somministrano i risultati

$$(95)\qquad \begin{aligned} lw &= -m\rho(r \sin.\,\theta + qs \cos.\,\theta) \\ \tfrac{g}{h} + l(ru - qv) &= m\rho(r \cos.\,\theta - qs \sin.\,\theta)\ . \end{aligned}$$

Di queste la prima è la terza delle (91): si hanno poi la prima e la seconda delle (91) determinando u, v per mezzo della seconda delle (95) e della (87) ove siasi posto in luogo di w il suo valore dato dalla prima delle stesse (95). Durante la descritta operazione occorre di far uso della $1 - s^2 = \frac{1}{h}$ (equazione (56)). Quanto alla quarta delle (91) si ha dalla (88), messo per ϑ il suo valore (94).

Le due equazioni poi fondamentali (90) ci risultano alla seguente maniera. La prima ci viene dalle (86) a colpo d'occhio, vista la prima

delle (93) e la prima delle (95). La seconda delle (90) si ha dalla (85), sostituendo il valore dato dalla seconda delle (95), e sotto il logaritmo quello che vedesi nella (94). Si osservi che trasponendo nel primo membro la quantità $hsl^2(qx + ry + sz)$, il coefficiente totale della z riesce $l^2(h - hs^2)$, ma si riduce ad l^2 semplicemente per effetto della (56).

38.° Importa di verificare l'esattezza del sistema delle equazioni (90). (91), provando anche mediante una dimostrazione *a posteriori*, ch'esso soddisfa a tutte le equazioni del problema primitivamente assunte.

Comincio dal far osservare cavarsi dalle equazioni (89) e dalla $q^2 + r^2 + s^2 = 1$ le seguenti tre

$$(96) \qquad q^2 = 1 - \frac{h}{m} \quad ; \quad r^2 = \frac{1}{h} + \frac{h}{m} - 1 \quad ; \quad s^2 = 1 - \frac{1}{h} .$$

Dalle due equazioni (90) derivate per x deducansi i valori di $\frac{d\rho}{dx}$, $\frac{d\vartheta}{dx}$, il che non esige se non la risoluzione di due equazioni di primo grado a due incognite; poi si derivino le stesse equazioni (90) per y, e in un modo similissimo ritraggansi i valori di $\frac{d\rho}{dy}$, $\frac{d\theta}{dy}$: da ultimo facciasi lo stesso per avere i valori di $\frac{d\rho}{dz}$, $\frac{d\vartheta}{dz}$ dalle derivate delle (90) per z. Ponendo per abbreviare

$$(97) \qquad D = mh^2\rho^2 - g^2$$

i valori, che insegnammo a trovare, risulteranno

$$(98) \quad \begin{cases} D\frac{d\rho}{dx} = hl^2\rho(gqs + h\rho \sin.\theta) \\ D\frac{d\rho}{dy} = hl^2\rho\{grs - m\rho(s\cos.\theta + qr\sin.\theta)\} \\ D\frac{d\rho}{dz} = hl^2\rho\left\{m\rho(r\cos.\theta - qs\sin.\theta) - \frac{g}{h}\right\} \\ D\frac{d\vartheta}{dx} = hl^2(gr + h\rho\cos.\theta) \\ D\frac{d\vartheta}{dy} = hl^2\{m\rho(s\sin.\theta - qr\cos.\theta) - gq\} \\ D\frac{d\vartheta}{dz} = -hl^2.m\rho(r\sin.\theta + qs\cos.\theta) . \end{cases}$$

Avendo questi ci sarà facile dedurre, derivando le prime tre delle (91) rispettivamente per x, y, z, i valori di $\frac{du}{dx}$, $\frac{dv}{dy}$, $\frac{dw}{dz}$, che riusciranno, ricordandoci di far giuocare opportunamente le (96),

$$
\begin{aligned}
D\frac{du}{dx} &= -gl\rho \cdot h^2(r \sin.\theta - qs\cos.\theta) \\
D\frac{dv}{dy} &= -gl\rho\{r(m-h^2)\sin.\theta + qs(m+h^2)\cos.\theta\} \\
D\frac{dw}{dz} &= gl\rho \cdot m(r\sin.\theta + qs\cos.\theta) .
\end{aligned}
\tag{99}
$$

Ora, sommando tali tre equazioni, vediamo verificata l'equazione della continuità (3), giacchè nel secondo membro risultano a colpo d'occhio nulli i due coefficienti totali di sin. θ, cos. θ.

Potremmo alla stessa maniera cercare i valori delle altre sei derivate parziali $\frac{du}{dy}$, $\frac{du}{dz}$, $\frac{dv}{dx}$, $\frac{dv}{dz}$, $\frac{dw}{dx}$, $\frac{dw}{dy}$, e quindi per effetto delle equazioni (2) e delle (91) anche quelli delle derivate totali pel tempo u', v', w', e ciò all'intento di verificare le tre equazioni meccaniche (1). La strada però è un po' lunga. Val meglio cercare i valori di u', v', w', in quest'altro modo.

Dalle equazioni (90) apparisce che le ρ, θ sono funzioni delle x, y, z senza tempo esplicito: pertanto le loro derivate totali pel tempo saranno

$$
\begin{aligned}
\rho' &= \frac{d\rho}{dx}u + \frac{d\rho}{dy}v + \frac{d\rho}{dz}w \\
\theta' &= \frac{d\theta}{dx}u + \frac{d\theta}{dy}v + \frac{d\theta}{dz}w .
\end{aligned}
\tag{100}
$$

Pongansi qui nei secondi membri i valori (98) e quelli dati dalle prime tre delle (91), e svolgendo pazientemente tutti i prodotti, e ricordandoci di sostituire i valori (96) quando capitano i quadrati q^2, r^2, s^2, troveremo che per la prima vanno separatamente a zero tutti i coefficienti totali di sin. θ, cos. θ, sin. θ cos. θ, sin.$^2\theta$, cos.$^2\theta$, e per la seconda riescono eguali ad $mh\rho^2$ quelli di sin.$^2\theta$, cos.$^2\theta$, talchè l'angolo sparisce: e dopo altre facili riduzioni ci verranno i due seguenti

risultati molto osservabili, dai quali trarremo profitto anche in appresso

$$\rho' = 0 \quad ; \quad \theta' = l \ . \tag{101}$$

In virtù di sì fatti valori le prime tre equazioni (91), derivate totalmente pel tempo, ci danno subito

$$\begin{aligned} u' &= -h\rho \sin.\theta \\ v' &= m\rho(s\cos.\theta + qr\sin.\theta) \\ w' &= -m\rho(r\cos.\theta - qs\sin.\theta) \ . \end{aligned} \tag{102}$$

Ora prendasi la quarta delle (91) e se ne traggano i valori di $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$, $\frac{dp}{dz}$, sostituendo alle $\frac{d\rho}{dx}$, $\frac{d\rho}{dy}$, $\frac{d\rho}{dz}$, che si generano nell'operazione, i valori somministrati dalle prime tre delle (98): otterremo per $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$, $g + \frac{dp}{dz}$ tali valori che saranno quei medesimi dei secondi membri delle (102) col segno mutato. Dopo di ciò l'avveramento delle equazioni meccaniche (1) si rende evidente.

Resta a provarsi che il sistema delle equazioni (90), (91) soddisfa anche alle due condizioni del rimanere le molecole del fluido per tutta la durata del movimento, altre alla superficie libera, altre aderenti al piano di sponda. Quanto a quelle del piano la condizione è espressa dall' equazione

$$qu + rv + sw = 0$$

la quale è soddisfatta per la sostituzione dei primi tre fra i valori (91). Quanto alle molecole che si trovano alla superficie libera, l'equazione che esprime l'anzidetta condizione, si ha derivando totalmente pel tempo la quarta delle (91) dove siasi antecedentemente messo (come già dicemmo) nel primo membro al luogo della p la costante ϖ. Tale derivata è

$$0 = -gs(qu + rv + sw) + \frac{mh^2\rho^3 - g^2}{h\rho^2\rho}\left(\frac{d\rho}{dx}u + \frac{d\rho}{dy}v + \frac{d\rho}{dz}w\right) \ .$$

Vedemmo che la sostituzione dei valori (91) già annulla la prima parte

del secondo membro: e perchè tutta l'equazione sia avverata conviene che abbiasi altresì

$$\frac{d\rho}{dx}u + \frac{d\rho}{dy}v + \frac{d\rho}{dz}w = 0 \ ,$$

identità di già verificata quando giugnemmo alla prima delle (101).

39.° Prima di por termine a questo secondo Capitolo farò osservare che se a taluno piacesse avere per la pressione un'altra formola analoga a quella (68) del Capo III della Memoria precedente, o alla (56) del Capo I di questa, formola che dà la pressione per mezzo delle tre velocità, potrebbe ottenerla facilmente nel modo che segue.

Presa la (88) vi si elimini $g \log. \mathfrak{I}$ mediante la (85), avvertendo che il radicale sotto il logaritmo eguaglia $\mathfrak{I}$, come si ha dalla (84), poi con questa stessa (84) si elimini dalla (88) anche $\mathfrak{I}^2$: dopo alcune facili riduzioni ci risulterà

$$(103) \quad p = Q - gz + \frac{2g}{l}(ru - q\varrho) + \frac{h}{2}\left\{w^2 + (ru - q\varrho)^2\right\}$$

essendosi fatto

$$Q = O + \frac{3g^2}{2hl^2} + \frac{gK}{hl^2} \ .$$

La formola (56) del Capo I è contenuta in questa (103) come caso particolare.

CAPO III.

Di alcune applicazioni della precedente teorica.

40.° Non parmi fuor di ragione il ripromettersi dalla teorica precedente molte utili conseguenze per conoscere un po' più addentro che non siasi fatto finora le particolarità del moto permanente dell'acqua nei canali aperti e nei fiumi. Fra le varie questioni che vi si riferiscono ve ne ha di quelle che esigerebbero d'essere trattate a parte in apposite Memorie. Qui mi limiterò alle considerazioni più spontanee, e in più d'un luogo mi accontenterò di avviare ricerche, le quali potranno poi trovare in altra sede un maggiore sviluppo.

Riflettendo sull'analisi del Capo antecedente si scorge subito ch'essa può applicarsi immediatamente al moto dell'acqua fra due sponde piane comunque inclinate all'orizzonte, ma però fra di loro parallele. Ora questo moto può facilmente prodursi in un canale artificiale, ma naturalmente non può occorrere che assai di rado, essendo d'ordinario le sponde dei fiumi non parallele fra loro, ma inclinate all'infuori per modo che i loro piani, prolungati mentalmente, concorrono al di sotto del fondo. Nondimeno io ritengo che anche per l'anzidetto caso più frequente può trarsi vantaggio dalla precedente teorica. Torniamo col pensiero a quella sponda descritta al num. 28 del Capo precedente, la quale interseca il fondo inclinato all'orizzonte secondo una retta, la cui projezione orizzontale riesce parallela all'asse delle x. Concepiamo delineata sul detto fondo inclinato all'orizzonte la già colà mentovata retta L parallela all'intersecazione della sponda, e che sia quella la cui projezione orizzontale coincida coll'asse delle x. Sul fondo stesso immaginiamo dalla banda opposta l'altra sponda piana inclinata all'infuori come la prima, e tale che anche la sua intersecazione col fondo sia parallela alla retta L e discosta da essa tanto quanto l'intersecazione della prima sponda. Se per la retta L tiriamo mentalmente due piani P, P' paralleli alle due sponde, tutto lo spazio occupato dalla corrente viene diviso in tre scompartimenti. I due laterali fra le due sponde e i piani P, P' presentano ciascuno il fenomeno di un'acqua che scorre fra due piani inclinati e paralleli, come si è accennato più sopra: e in mezzo residua una doccia fatta di due piani congiunti a spigolo, di cui possiamo formarci un'immagine tenendo sotto gli occhi un libro semiaperto. La prima idea che suggerisce è di credere che nei due scompartimenti laterali il moto si effettui secondo le leggi risultanti dalla teorica del Capo precedente, e che nella doccia di mezzo l'acqua corra con leggi particolari non ancora esplorate.

Io però inclino a credere che anche nella doccia di mezzo l'acqua corra in piani paralleli alle sponde di qua e di là del piano verticale che possiamo immaginare eretto sopra l'asse delle x e continuato per tutta la lunghezza del canale. Parmi abbia ad accadere che detti piani paralleli, tagliati dall'accennato piano verticale, diventino, alzandosi,

semprepiù stretti coll'avvicinarsi al mezzo della corrente e alla superficie. Il piano verticale longitudinale non fa che sopprimere una parte sempre maggiore, venendo dal fondo alla superficie, di que' piani paralleli, nei quali (in altro stato di cose) il moto si sarebbe effettuato interamente, come avviene in quelli al di qua e al di là dei piani P, P'. Ben è vero che il piano verticale longitudinale non potrebbe essere lambito dalle molecole del fluido, come lo sono le sponde, perchè le vere trajettorie, nascendo dall'incontro dei piani paralleli alle sponde colle superficie dove la pressione è costante, sono linee curve: e se le molecole lambissero il piano verticale, dovendo anche stare sopra piani paralleli alle sponde, le trajettorie (come intersecazioni di due piani) sarebbero rettilinee. Da ciò però si verrebbe soltanto a conchiudere che nella massima prossimità del detto piano longitudinale vi sarebbe nel moto dell'acqua qualche interruzione di continuità, forse sì piccola da non riuscire apparente al senso.

Vedere quale delle due supposizioni ora riferite abbia luogo in natura è ricerca non difficile ad istituirsi per via di esperimenti sopra canali artificiali. Per esempio: creato un canale colle sponde inclinate all'infuori, come il sopra descritto: quando la corrente fosse già stabilita, introdurrei i piani P, P' paralleli alle sponde, fatti di lastre sottili, e osserverei se il moto negli scompartimenti primo e terzo viene a subire alterazioni. In fatti, dopo l'introduzione di quelle lastre, è certo che in detti scompartimenti primo e terzo il moto si effettua secondo la teorica del Capo precedente: se quindi l'introduzione delle lastre non abbia alterato il moto, si conchiuderà che effettuavasi quivi colle stesse leggi anche prima. Secondariamente formerei il canale artificiale più sopra indicato pel primo, a sponde inclinate parallele, cioè volte l'una all'infuori, l'altra all'indentro: poi introdurrei in lastra sottile sopra la retta media L il piano verticale longitudinale, e osserverei se il moto dalla parte della sponda inclinata all'infuori viene alterato: e quando lo sia, se l'alterazione si estenda soltanto alla metà della doccia compresa fra il piano verticale e il piano P parallelo alla sponda, o se passi oltre il piano P. Potrei suggerire altri sperimenti per meglio illuminare la questione: ma i due ora descritti sembranmi i decisivi.

41.° Intanto io credo di aver buone ragioni (*) per adottare la seconda delle due supposizioni summentovate: il che vuol dire (ammesso che il canale sia simmetrico colle due sponde volte all'infuori, siccome si è detto di sopra in secondo luogo) tener buone per la metà della corrente, dalla prima sponda fino al piano verticale longitudinale, le formole (85), (86), (87), (88), ovvero il sistema delle (90), (91), e trasportarle all'altra metà della corrente col rendere negative le y e sostituire all' angolo i dell' inclinazione della sponda coll' orizzonte, quello del suo supplemento.

(*) Di queste la principale si è che considerato lo spazio prismatico compreso fra il piano P parallelo alla sponda, il piano verticale longitudinale e la superficie della corrente, posso immaginarlo diviso in un numero grande di spartimenti per mezzo di molti piani paralleli alla sponda e di altrettanti paralleli al fondo. Allora in ognuno di tali spartimenti si hanno correnti fra piani paralleli simili a quella esistente fra la sponda e il piano P: è quindi ragionevole il credere che il moto in essi si effettui secondo le stesse leggi. Ben veggo avanzare, anche dopo una tal divisione, varii minimi spazii prismatici aderenti al piano verticale longitudinale: ma siccome posso immaginare moltiplicati all' indefinito i piani adoperati nell'accennata operazione, posso pure concepire diminuite all'indefinito le piccole masse d'acqua il cui moto non rientrerebbe nelle condizioni di quello descritto nella Memoria.

Prevedo un'obbjezione. A questo modo, mi si potrà dire, potete anche, per mezzo di piani verticali paralleli a quello eretto sul mezzo del canale, e moltiplicati quanto bisogna, fare un simil giuoco per dimostrare che, non ostante la sponda inclinata, il moto si effettua in essi, come asseriva il Tadini. Allora i minimi spazii prismatici d'avanzo capiterebbero invece aderenti alle sponde. Rispondo: quel piano verticale è di puro concetto accomodatizio, laddove le sponde sono reali e sono due, e il dover la corrente assecondarle fu già riconosciuto come legge imprescindibile: non è più ragionevole credere che queste e non quello dirigano il movimento? La questione poi sembra ben decisa dall'esistenza del filone, il quale (come si dimostra nel testo) non sussisterebbe supponendo il moto fra piani verticali, e sussiste invece nella supposizione nostra del moto fra piani obbliqui paralleli alla sponda.

Si sarebbe anche potuto credere che nel caso attuale la corrente non ubbidisca nè ad una sponda nè all'altra: ma che per l'effetto combinato delle due venga a prodursi teoricamente da ambe le parti una sponda neutra, probabilmente curva, che la corrente si crei da se medesima, come si crea il proprio fondo: restando alle due sponde piane due rivestimenti di fluido o fermi o dotati di moti particolari e staccati dal movimento della massa principale. Non ho tralasciato d' istituir eziandio ricerche su questa supposizione per indagare qual sarebbe quella sponda neutra, giacchè quando non vi sia ragione per cui una sponda comandi il movimento piuttosto che l'altra, sembravami che così dovesse necessariamente avvenire. Ma poi ho creduto ancora più ragionevole la supposizione adottata nel testo, che di una corrente ne fa due, ciascuna delle quali ubbidisca ad una sponda: parendomi strano che in correnti di grande larghezza un cambiamento d'inclinazione ad una sponda avesse a modificare il movimento di tutta la massa fluida fino all' altra sponda: al più lo modificherà fin verso la metà dell'alveo. Ripeto però che qui è d' uopo cavar lumi dall' esperienze.

Passo pertanto a mostrare in qual modo, così facendo, si possa teoricamente render conto di varii fatti che si osservano nelle correnti acquee. Per maggior semplicità supporrò che il fondo (il quale non è poi il vero fondo naturale, come si è detto anche al num. 28) sia orizzontale, cioè che nella equazione (30) del piano della sponda sia zero l'angolo η, di guisa che l'equazione si riduca

$$f \sin. i = \sin. i \cdot y - \cos. i \cdot z \ . \tag{1}$$

Però insisto affinchè si ritenga che se io così faccio, è unicamente per rendere più comodi i calcoli, e per la considerazione che il più delle volte nei casi pratici l'angolo η potrà ritenersi nullo o estremamente piccolo: ma che alle conseguenze che ora dedurremo si verrebbe, quantunque un po' meno agevolmente, anche trattando le formole generali, cioè la (30) del piano e tutte le altre del Capo precedente, nelle quali si conservassero i valori delle p, q, r, come furono dapprima assunti.

42.° Colla modificazione qui da ultimo dichiarata vengono ad essere (rivedi le equazioni (31), (89))

$$q = 0 \quad ; \quad r = \sin. i \quad ; \quad s = -\cos. i \quad ; \quad m = h = \frac{1}{\sin.^2 i} \ ; \tag{2}$$

e il sistema delle equazioni (90), (91) si riduce

$$\begin{aligned}
&\rho \sin. \theta - g \sin.^3 i \cdot \theta + H = l^2 \sin.^2 i \cdot x \\
&\rho \cos. \theta + g \sin.^3 i \log. \rho + K = l^2 \sin.^2 i (z \sin. i + y \cos. i) \\
&l \sin.^2 i \cdot u = -g \sin.^3 i + \rho \cos. \theta \\
&l \sin.^2 i \cdot v = -\cos. i \cdot \rho \sin. \theta \\
&l \sin. i \cdot w = -\rho \sin. \theta \\
&p = O + g \cos. i (y \sin. i - z \cos. i) - \frac{g^2 \sin.^2 i}{l^2} \log. \rho + \frac{\rho^2}{2 l^2 \sin.^4 i}
\end{aligned} \tag{3}$$

dove si sono rimesse le costanti H, K, O in luogo delle costanti $H \sin. i$; $K \sin.^3 i - g \sin.^3 i \log. \sin. i$; $O + \frac{g^2 \sin.^2 i}{l^2} \log. \sin. i$.

Queste formole, facendo l'angolo i di 90°, ossia riducendo le sponde verticali, ricadono nelle (71), (73), (74) del Capo III della Memoria precedente, avvertendo che in esse le y, v dicono le stesse cose che in questo luogo le z, w. Da ciò inferiamo essere esatta una proposizione la quale riscontrasi nelle opere dei chiarissimi geometri Venturoli, Plana, Mossotti, ma che a me non pareva ancora in ogni sua parte dimostrata: cioè che il moto dell'acqua in un canale a sponde verticali e parallele potesse ridursi al moto in un piano e trattarsi a due coordinate, essendo nulla la velocità laterale, ossia secondo la larghezza del canale. Quello che io non vedeva, e che ora riconosco esser vero, si è che le costanti pel moto in uno dei piani paralleli alle sponde dovessero avere i medesimi valori anche pel moto in altro qualunque di detti piani.

Osservisi infatti per un tal caso delle sponde verticali e parallele, che sparendo nella seconda delle equazioni (3), a motivo dell'annullarsi di cos. i, l'y esplicita, risulta da quelle due prime equazioni che ρ, θ sono funzioni soltanto di x, z: e dalla terza, quinta, sesta, che le velocità u, w, e la pressione p sono indipendenti dalla posizione nel verso della larghezza del canale: la v poi, per la quarta delle (3), è sempre zero, essendo cos. $i = 0$. Queste deduzioni concordano coll'osservazione. (Vedi Tadini in più luoghi della sua Memoria *Del movimento e della misura delle acque correnti* = Nuova Raccolta di Autori italiani che trattano del moto delle acque = Bologna, 1824, Tom. II, pag. 139.)

Altra deduzione degnissima di attenta disamina si è che il fin qui detto non ha più luogo se nella seconda delle equazioni (3), sussistendo cos. i, sussiste l'y esplicita. Adunque dalle inclinazioni delle sponde, e tanto più quanto minore è l'angolo i, dipende il variare delle velocità u, v, w (e quindi anche della velocità assoluta) nelle diverse sezioni longitudinali, poste le altre cose pari, secondo la distanza di esse dalla sponda, e in conseguenza anche la produzione del filone. Questa dipendenza della formazione del filone dalla inclinazione delle sponde, è un principio di cui io non avea notizia, essendomi risultato dalle mie formole. Mi diedi quindi a frugare negli scrittori

d'acque e trovai varii fatti che l'appoggiano (*). Tadini volea che il filone dipendesse dalla convergenza o divergenza delle sponde supposte piane e verticali (vedi luogo citato, pag. 197): cosicchè, secondo lui, non potrebbe darsi filone in un canale di uniforme larghezza colle sponde piane inclinate all'infuori: nella mia teoria invece si dà benissimo, e credo che il fatto lo comprovi. Ma Tadini supponea (vedi luogo citato, pag. 192) che anche quando le sponde non sono a piombo, possono, pel movimento dell'acqua, considerarsi tali: invece, stando alle mie formole, ciò è molto lungi dal vero, influendo l'inclinazione della sponda come elemento principalissimo nel movimento di tutta la massa fluida (**).

43. A meglio illuminare la questione giova dedurre dalle nostre formole qualche nozione più esplicita intorno alle scemare della velocità orizzontale u (che si effettua nel senso della lunghezza del canale) coll'avvicinarsi alle sponde inclinate partendo dal mezzo del canale medesimo. A questo oggetto, non essendo agevole il trattare direttamente le equazioni pel motivo del loro carattere trascendente, tratteremo la serie

$$\Delta_y u = \frac{du}{dy}\omega + \frac{d^2u}{dy^2}\frac{\omega^2}{2} + \text{ec.} \tag{4}$$

la quale esprime l'aumento finito che prende la u quando y diventa $y + \omega$, restando come prima le x, z.

(*) Vi è in fatti favorevole tutta quella dottrina che consiglia, nel caso che s'abbiano a costruire sponde artificiali di fiumi, a dar loro un dolce pendio, imitando ciò che avviene in natura. E in vero quando un fiume si forma le sponde da se, se le forma appunto così: e talvolta pochissimo resistenti, terrose, od anche coperte di erbe: eppure tali sponde bastano a contenere fiumi rapidi e ricchi di acque. La vera ragione per cui le sponde molto inclinate valgono a contenere il fiume meglio che sponde solidissime d'altra foggia, è la piccola velocità che s'ingenera in si fatte correnti verso le sponde in confronto di quella che ha luogo verso il mezzo. (Vedi Mengotti: *Idraulica fisica e sperimentale:* Venezia, 1816, Tom. I, p. 211 e seguenti, ove è recata anche una citazione del Buffon che fa molto al caso mio.) Viene in riconferma del qui asserito quanto scrisse Bernardino Zendrini a pag. 208, 209 del suo *Trattato delle acque correnti.* (Prima Raccolta di Bologna, 1823, Tom. VIII.)

(**) Il fatto che il Tadini reca in prova di sua asserzione, del non piegarsi verso le sponde le aste ritrometriche quand'anche quelle siano inclinate, non si oppone alla nostra dottrina degli strati fluidi scorrenti parallelamente alle sponde, perchè dette aste attraversano molti di tali strati e risentono in diversi loro punti le velocità proprie a ciascuno di essi, senza che per questo motivo debbano piegare in maniera sensibile.

Abbiamo dalla terza delle (3)

$$(5) \qquad l \sin.^2 i \frac{du}{dy} = \cos. \theta \frac{d\rho}{dy} - \rho \sin. \theta \frac{d\vartheta}{dy} \; ;$$

Abbiamo altresì dalle due prime delle (3) derivate per y, o più presto dai valori (68) del Capo precedente, ricordate le equazioni (2).

$$\frac{d\rho}{dy} = \cos. i \cdot l^2 \sin.^2 i \frac{\rho(\rho \cos. \theta - g \sin.^3 i)}{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i} \; ; \; \frac{d\vartheta}{dy} = -\cos. i \cdot l^2 \sin.^2 i \frac{\rho \sin. \theta}{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i} \; .$$

In conseguenza caviamo dalla (5)

$$(6) \qquad \frac{du}{dy} = \cos. i \cdot l \cdot \frac{\rho^2 - g \sin.^3 i \, \rho \cos. \theta}{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i} \; .$$

Possiamo facilmente tramutare questo valore in una espressione fatta colle velocità u, w. Di fatto dalla terza e quinta delle (3) caviamo

$$\rho^2 = \sin.^4 i (g \sin. i + lu)^2 + l^2 \sin.^2 i \, w^2$$

e sostituendo anche per $\rho \cos. \theta$ il valore dedotto dalla terza delle equazioni (3), ci risulta

$$(7) \qquad \frac{du}{dy} = \cos. i \cdot l \frac{g \sin.^3 i \, . \, u + l(u^2 \sin.^2 i + w^2)}{2g \sin.^3 i \, . \, u + l(u^2 \sin.^2 i + w^2)} \; .$$

Non sarebbe difficile, mediante derivazioni simili alla già eseguita, trovare i valori analoghi di $\frac{d^2u}{dy^2}$, $\frac{d^3u}{dy^3}$, ec.; ma volendo, per la questione che ci occupa, solo riconoscere il decrescimento della velocità e non misurarlo, potrà bastare il trovato valore (7): stante il principio lagrangiano che in una serie come la (4) si può sempre supporre l'aumento ω ridotto tanto piccolo che il segno della somma di tutti i termini della serie abbia ad essere quel medesimo del suo primo termine.

Ora se la velocità u decresce venendo verso la sponda, ossia coll'aumentare della y, riflettendo che quella è negativa perchè contraria all'aumento delle x, la differenza finita $\Delta_y u$ deve essere positiva: positivo dunque convien che sia il valore del secondo membro della (7). Vedremo più innanzi che la costante l, quando il pelo della corrente

è declive, ha sempre un valore positivo. Così essendo, veniamo a capire che il secondo membro della (7) ha un valore positivo, quantunque u sia negativa. Di fatti ponendo

$$(8) \qquad u = -\varkappa \quad ; \quad \frac{g \operatorname{sin.} i}{l} = \nu \quad ; \quad \frac{w}{\operatorname{sin.} i} = \sigma$$

e chiamando ζ l'altro fattore oltre $\cos. i \cdot l$ nel secondo membro della (7), troviamo di poter dare al valore di ζ la forma

$$(9) \qquad \zeta = 1 + \frac{\nu\varkappa}{\varkappa^2 - 2\nu\varkappa + \sigma^2} .$$

L'andamento dei valori somministrati dal secondo membro di questa equazione può studiarsi come se essa fosse l'equazione di una curva piana che avesse $\varkappa$ per ascissa e ζ per ordinata. Intanto vediamo a colpo d'occhio che ζ è sempre positiva quando $\varkappa$ è piccola, e quando assume un valore eguale o maggiore di 2ν. Astrattamente parlando potrà darsi anche qualche valore di $\varkappa$ che renda negativo il secondo membro della (9), ma sta poi a vedersi se un valore sì fatto abbia luogo in natura. Ritorneremo più innanzi su questo argomento esaminandolo al lume di un' analisi più accurata.

44.° Un fatto che fu osservato più volte nelle piene dei fiumi si è che l' acqua corrente nel sito del filone è più alta di quella che corre in vicinanza delle sponde: di modo che la sezione normale all' asse del fiume riesce superiormente limitata da una curva convessa (Vedi Guglielmini. *Trattato della natura dei fiumi*. Tom. II, Cap. VII, p. 17-18. Edizione di Milano del 1821). Questo fenomeno è dal Guglielmini stesso chiamato *colmeggiamento*. Vediamo se le nostre formole ce ne dicono qualche cosa.

L' equazione di quella curva che limita al di sopra la sezione trasversale ci è data dall' ultima delle equazioni (3) nella quale mettasi nel primo membro in luogo di p la ϖ esprimente la pressione atmosferica e si consideri x costante: Qui pure per conoscere l'andamento della z al crescere della y considereremo la differenza finita

$$\Delta_y z = \frac{dz}{dy}\omega + \frac{d^2z}{dy^2}\frac{\omega^2}{2} + \text{ec.},$$

di cui aumenta la z quando y diventa $y + \omega$: e per la ragione riferita nel numero precedente ci restringeremo a indagare il segno che porta il valore di $\frac{dz}{dy}$.

La testè indicata equazione della curva, derivata per y, riesce

$$0 = g \sin. i \cos. i + \frac{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i}{\rho l^2 \sin.^4 i} \frac{d\rho}{dy} - \left(g \cos.^2 i - \frac{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i}{\rho l^2 \sin.^4 i} \frac{d\rho}{dz} \right) \frac{dz}{dy} .$$

Mettasi in essa per $\frac{d\rho}{dy}$ il suo valore dato nel numero precedente, e per $\frac{d\rho}{dz}$ quest' altro

$$\frac{d\rho}{dz} = l^2 \sin.^3 i \, \frac{\rho (\rho \cos. \theta - g \sin.^3 i)}{\rho^2 - g^2 \sin.^6 i}$$

che si cava in maniera analoga all' accennata onde dedurre l' antecedente, ed otterremo

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\rho \cos. \theta \cos. i}{\sin. i (g \sin. i - \rho \cos. \theta)} .$$

Qui pongasi per $\rho \cos. \theta$ il suo valore desunto dalla terza delle (3), poi per u l'espressione negativa adottata nella prima delle (8), e ci verrà definitivamente

$$\frac{dz}{dy} = \cos. i \, \frac{g \sin. i - l\varkappa}{g \cos.^2 i + l \sin. i . \varkappa} . \tag{10}$$

Questo valore è sempre positivo se $\varkappa$ è minore di $\frac{g \sin. i}{l}$, e ci ammaestra che quando la velocità nei fiumi è piccola, l'ordinata z della curva superficiale trasversa va piuttosto crescendo venendo dal mezzo del fiume verso le sponde. Ma quando il valore di $\varkappa$ è grande, come avviene nelle piene, e supera $\frac{g \sin. i}{l}$, il secondo membro della equazione (10) diventa negativo, e in conseguenza l'ordinata z scema avvicinandosi alle sponde: ed ecco messo in evidenza il fenomeno del colmeggiamento.

Mi sono provato a cercare che cosa dicono le nostre formole intorno a quell'altro fenomeno singolare che si osserva nelle piene dei fiumi,

ed è appellato il *ventre* (*): ho riconosciuto che mediante un'analisi simile alla testè usata si può intravedere qualche spiegazione anche di esso, sebbene non così perspicua come del precedente: il che in parte dipende dal non avere idee per anco perfette circa alcuni elementi analitici dedotti dalle equazioni (3), sì a motivo dell'indole trascendente delle equazioni stesse, sì per esservi le costanti tuttora indeterminate. Potrà questa indagine fornire una bella applicazione a chi vorrà mettervisi di proposito.

45.° Ora scioglieremo, ritenute le tre coordinate, un problema che ne abbraccia molti altri ed è lo stesso già trattato al num. 48 della Memoria precedente colle due coordinate: esso ha per oggetto la determinazione della costante l e il ritrovamento di due relazioni fra le velocità in due sezioni.

Cominciamo a considerare il passaggio di una molecola del fluido alla sezione superiore, e siano ivi per la superficie

$$(11) \qquad a=\varepsilon \;;\; b=\tau \;;\; c=\mu \;;\; u=-\lambda \;;\; w=-\sigma .$$

Alla sezione inferiore dopo un tempo T siano per la superficie e per la stessa molecola

$$(12) \qquad x=\varepsilon_1 \;;\; y=\tau_1 \;;\; z=\mu_1 \;;\; u=-\lambda_1 \;;\; w=-\sigma_1 .$$

Osserviamo che come necessaria conseguenza delle equazioni (101) (Capo precedente) la ρ è costante in riguardo al tempo, e θ è della forma $n+lt$, essendo n una costante simile alla ρ. Con queste premesse la terza e la quinta delle equazioni (3), ci porgono

$$(13) \qquad \begin{array}{l} (g\sin.i-l\lambda)\sin.^2 i=\rho\cos.n \;;\; l\sigma\sin.i=\rho\sin.n \\ (g\sin.i-l\lambda_1)\sin.^2 i=\rho\cos.(n+lT) \;;\; l\sigma_1\sin.i=\rho\sin.(n+lT) \end{array}$$

dalle quali passiamo facilmente alle due

$$(14) \qquad \begin{array}{l} l\sigma_1=l\sigma\cos.lT+\sin.i\,(g\sin.i-l\lambda)\sin.lT \\ (g\sin.i-l\lambda_1)\sin.i=(g\sin.i-l\lambda)\sin.i\cos.lT-l\sigma\sin.lT \end{array}$$

(*) È questo una certa protuberanza che formasi secondo il lungo del fiume, e che il Mengotti paragonava alla gibbosità del dorso del cammello, o alla curvatura di un arco. (Vedi Cocconcelli. *Istituzioni d'Idraulica teorico-pratica*. Parma, 1832, Tom. II, pag. 152.)

ove non più intervengono le due costanti ρ, n che ci incomodavano. Similmente le due prime delle equazioni (3) ci conducono alle quattro

$$(15)\quad \begin{aligned} &\rho \sin. n - g \sin.^3 i \cdot n + H = l^2 \sin.^2 i \cdot \varepsilon \\ &\rho \sin. (n + lT) - g \sin.^3 i \cdot (n + lT) + H = l^2 \sin.^2 i \cdot \varepsilon_1 \\ &\rho \cos. n + g \sin.^3 i \log. \rho + K = l^2 \sin.^2 i (\mu \sin. i + \tau \cos. i) \\ &\rho \cos. (n + lT) + g \sin.^3 i \log. \rho + K = l^2 \sin.^2 i (\mu_1 \sin. i + \tau_1 \cos. i) . \end{aligned}$$

Per via di breve digressione faremo notare che l'equazione (1) del piano sussiste anche pel principio del tempo, e si ha

$$f \sin. i = \sin. i \cdot b - \cos. i \cdot c$$

la quale, sottratta a quella (1), lascia

$$(16)\qquad 0 = \sin. i (\gamma - b) - \cos. i (z - c) \ ;$$

equazione che per le sezioni estreme dà

$$(17)\qquad \tau_1 - \tau = \frac{\cos. i}{\sin.^2 i} (\mu_1 - \mu) \ .$$

Dopo di ciò, sottraendo la prima delle precedenti equazioni (15) alla seconda e la terza alla quarta, otterremo facilmente, richiamate opportunamente le (13) e la (17), quest'altre due

$$(18)\quad \begin{aligned} l^2 \sin. i (\varepsilon_1 - \varepsilon) &= -g \sin.^2 i \cdot lT + l\sigma (\cos. lT - 1) + \sin. i (g \sin. i - l\lambda) \sin. lT \\ l^2 (\mu_1 - \mu) &= (g \sin. i - l\lambda) \sin. i (\cos. lT - 1) - l\sigma \sin. lT \end{aligned}$$

che al pari delle (14) sono liberate dalle ρ, n.

Vediamo ora come dalle quattro equazioni (14), (18) possa ottenersi la determinazione delle due incognite l, T, e si cavino altresì due relazioni fra le quattro quantità λ, σ, λ_1, σ_1.

46.° Faremo per brevità

$$\varepsilon - \varepsilon_1 = \Delta \qquad \text{distanza orizzontale}$$
$$\mu - \mu_1 = \delta \qquad \text{differenza di livello.}$$

Sottraendo la seconda delle (18) alla seconda delle (14) ci rimane la

$$l^2\delta + \text{sin.}\, i(g \,\text{sin.}\, i - l\lambda_1) = \text{sin.}\, i(g \,\text{sin.}\, i - l\lambda)$$

dalla quale ricaviamo

$$(19) \qquad l = \frac{\text{sin.}\, i(\lambda_1 - \lambda)}{\delta}$$

che corrisponde alla (93) num. 48, Mem. precedente. Questa ci dà il modo di trovare il valore di l, e ci fa capire che detto valore è positivo quando il fiume è declive e si accelera: nozione di cui ci siamo già serviti in anticipazione al num. 43.

Sottraendo invece la prima delle (18) alla prima delle (14) ci risulta un' equazione dalla quale otteniamo prontamente la

$$(20) \qquad T = \frac{l\Delta \,\text{sin.}\, i + \sigma_1 - \sigma}{g \,\text{sin.}^2 i},$$

che corrisponde alla (94) num. 48, Mem. precedente.

Se quadriamo le due equazioni (14) e poi le sommiamo, veniamo a conseguire la seguente simmetrica

$$l^2\sigma_1^2 + \text{sin.}^2 i(g \,\text{sin.}\, i - l\lambda_1)^2 = l^2\sigma^2 + \text{sin.}^2 i(g \,\text{sin.}\, i - l\lambda)^2$$

la quale si riduce

$$2g \,\text{sin.}^3 i(\lambda_1 - \lambda) = l(\sigma_1^2 - \sigma^2 + \text{sin.}^2 i(\lambda_1^2 - \lambda^2)) ;$$

e se mettesi in questa per $\text{sin.}\, i(\lambda_1 - \lambda)$ il valore equivalente $l\delta$ ricavato dalla (19), possiamo dedurne

$$(21) \qquad 2g\delta = \lambda_1^2 + \frac{\sigma_1^2}{\text{sin.}^2 i} - \lambda^2 - \frac{\sigma^2}{\text{sin.}^2 i} .$$

Osserviamo che, detta U la velocità assoluta di una molecola qualunque in moto, è sempre

$$U^2 = u^2 + v^2 + w^2 ;$$

e ponendo per v il suo valore $\frac{\cos. i}{\sin. i} w$ che prontamente si cava dalla (16) derivata pel tempo, o anche dalla quarta e quinta delle (3),

$$U^2 = u^2 + \frac{w^2}{\sin.^2 i} . \tag{22}$$

Ora dunque se chiamiamo V, W le velocità assolute di una stessa molecola alla superficie, molecola che è la (ε, τ, μ) alla sezione superiore, e la $(\varepsilon_1, \tau_1, \mu_1)$ alla sezione inferiore, avremo in virtù delle equazioni (21), (22)

$$\delta = \frac{W^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} ; \tag{23}$$

la quale è la stessa (98) del Capo III della Memoria precedente, e ci fa accorti sussistere con generalità maggiore della già conosciuta il teorema: *la differenza di livello del pelo pei due punti nei quali le due sezioni sono tagliate da un piano parallelo alla sponda, eguaglia la differenza delle altezze dovute alle due velocità assolute superficiali per gli stessi punti.* Però questi due punti di velocità V, W non sono, generalmente parlando, equidistanti dal piano verticale xz, essendone uno distante di τ, e l'altro di τ_1 che ha diverso valore; se volessimo considerare le velocità superficiali per punti equidistanti dal detto piano nelle due sezioni, non sussisterebbe per essi a rigore il teorema scritto nella (23), come avevamo cercato d'indovinare sul fine della Memoria precedente.

Cavando dalle due equazioni (14) i valori di sin. lT, cos. lT, dividendo il primo pel secondo, passando dalla tangente all'arco, e per ultimo sostituendo a T il valore (20), otteniamo

$$\text{Arc. tan.} \frac{l \sin. i \,.\, \sigma_1 (g \sin. i - l\lambda) - l \sin. i \,.\, \sigma (g \sin. i - l\lambda_1)}{l^2 \sigma \sigma_1 + \sin.^2 i (g \sin. i - l\lambda)(g \sin. i - l\lambda_1)} = \frac{l^2 \Delta \sin. i + l(\sigma_1 - \sigma)}{g \sin.^2 i} ; \tag{24}$$

equazione che risponde alla (96) num. 48, Mem. precedente, e che insieme colla (21) o (23) dà le due relazioni dapprima annunciate fra le

quattro $\lambda, \sigma, \lambda_1, \sigma_1$, e quantità cognite: giacchè nella (24) la l può intendersi eliminata mediante la (19).

47.° Siano come sopra V, W le velocità assolute superficiali nelle due sezioni superiore ed inferiore per due punti che coincidono successivamente con una stessa molecola, e siano ϑ, α gli angoli che le direzioni di quelle velocità fanno coll'asse delle x. Possiamo assumere le quattro quantità V, W, ϑ, α invece delle quattro λ, σ, λ_1, σ_1, e per effetto delle due equazioni (21), (24) cercare di ottenere i valori delle due V, W: problema la cui soluzione ci darebbe note le dette due velocità mediante elementi cogniti non desunti da sperienze idrometriche. Già abbiamo trattato un sì fatto problema ai num. 49 e 50 del Capo III, Memoria precedente: ora ci faremo a scioglierlo di nuovo conservando un simile andamento analitico, ma però introducendo quelle modificazioni che sono portate dalla maggior generalità dell'attuale analisi.

Se chiamiamo ϑ, ϑ_1, ϑ_2 gli angoli che la direzione della V fa coi tre assi delle x, y, z, sappiamo che le tre componenti di essa sono espresse da $V\cos.\vartheta$, $V\cos.\vartheta_1$, $V\cos.\vartheta_2$, delle quali la prima e la terza eguagliano rispettivamente λ, σ. Ora è noto che fra i tre coseni $\cos.\vartheta$, $\cos.\vartheta_1$, $\cos.\vartheta_2$, sussiste l'equazione

$$\cos.^2\vartheta + \cos.^2\vartheta_1 + \cos.^2\vartheta_2 = 1 .$$

D'altra parte se nella già usata equazione $v = \frac{\cos. i}{\sin. i} w$ mettiamo i valori particolari $V\cos.\vartheta_1$, $V\cos.\vartheta_2$ al luogo delle v, w, deduciamo l'altra equazione

$$\sin. i \cos.\vartheta_1 = \cos. i \cos.\vartheta_2 ,$$

che associata alla precedente ci somministra dopo qualche riduzione

$$\cos.\vartheta_2 = \sin. i \sin.\vartheta .$$

Così veniamo a formarci le due equazioni

$$\lambda = V\cos.\vartheta \quad ; \quad \sigma = V\sin.\vartheta\sin. i \quad ; \tag{25}$$

e in un modo similissimo anche le corrispondenti

$$\lambda_1 = W\cos.\alpha \quad ; \quad \sigma_1 = W\sin.\alpha\sin. i . \tag{26}$$

Poniamo

$$X = lV \quad ; \quad Y = lW \; ; \tag{27}$$

dall' equazione (23) moltiplicata per l^2 si fa immediato passaggio alla

$$2g\delta l^2 = Y^2 - X^2 \; ; \tag{28}$$

e dalla (19) moltiplicata per l, dopo aver messo per λ_1, λ i valori presentatici dalle (25), (26), otteniamo

$$\delta l^2 = \text{sin.}\, i(Y\text{cos.}\, \alpha - X\text{cos.}\, \epsilon) \; . \tag{29}$$

Fra quest'ultime due eliminata la quantità δl^2, ci risulta l'equazione

$$2g\,\text{sin.}\, i(Y\text{cos.}\, \alpha - X\text{cos.}\, \epsilon) = Y^2 - X^2 \tag{30}$$

la quale è una delle due che cerchiamo non contenenti se non le X, Y e quantità supposte note.

Per aver l'altra osserviamo discendere dalle equazioni (25), (26), (27) i seguenti valori

$$l\lambda = X\text{cos.}\, \epsilon \; ; \; l\sigma = X\text{sin.}\, \epsilon \text{sin.}\, i \; ; \; l\lambda_1 = Y\text{cos.}\, \alpha \; ; \; l\sigma_1 = Y\text{sin.}\, \alpha \text{sin.}\, i$$

coi quali, e col valore di l^2 datoci dalla precedente (29), la (24) si riduce

$$\text{Arc. tan.}\, \frac{g\,\text{sin.}\, i(Y\text{sin.}\, \alpha - X\text{sin.}\, \epsilon) + XY\text{sin.}\, (\epsilon - \alpha)}{g^2\text{sin.}^2 i - g\,\text{sin.}\, i(Y\text{cos.}\, \alpha + X\text{cos.}\, \epsilon) + XY\text{cos.}\, (\epsilon - \alpha)} = \tag{31}$$

$$Y \cdot \frac{\Delta\,\text{sin.}\, i\text{cos.}\, \alpha + \delta\,\text{sin.}\, \alpha}{g\delta\,\text{sin.}\, i} - X \cdot \frac{\Delta\,\text{sin.}\, i\text{cos.}\, \epsilon + \delta\,\text{sin.}\, \epsilon}{g\delta\,\text{sin.}\, i}$$

che è la seconda equazione colle due sole incognite X, Y. Ma la risoluzione delle due equazioni (30), (31) all'oggetto di dedurne i valori delle X, Y, non è praticabile sotto forma finita. Potremmo, come al num. 30 della Memoria precedente, fare $\epsilon = \alpha + \omega$ e dedurre i valori di X, Y in serie che procedessero secondo le potenze intere e positive di ω, che non può essere se non un angolo piccolissimo. Faccio però osservare, come già al num. 31, Memoria precedente, non tornar utili per le applicazioni pratiche, che i soli primi

termini di tali serie, e l'attenersi ad essi essere poi lo stesso che supporre rettilineo il viaggio della molecola fra le due sezioni, ossia gli angoli α, $\mathcal{C}$ fra di loro eguali.

Facendo pertanto $\alpha = \mathcal{C}$, le due equazioni (30), (31) si semplificano assai e primieramente diventano

$$2g \sin. i \cos. \alpha = X + Y$$

$$\text{(32)} \quad \text{Arc. tan.} \frac{g \sin. i \sin. \alpha (Y - X)}{g^2 \sin.^2 i - g \sin. i \cos. \alpha (X + Y) + XY} = (Y - X) \frac{\Delta \sin. i \cos. \alpha + \delta \sin. \alpha}{g \delta \sin. i} .$$

Mettiamo per comodo

$$\text{(33)} \quad Y - X = g \sin. i \sin. \alpha \cdot \xi$$

essendo ξ una nuova incognita da determinarsi. Da questa e dalla prima delle precedenti desumiamo i valori

$$\text{(34)} \quad \begin{aligned} Y &= g \sin. i \left(\cos. \alpha + \frac{\xi}{2} \sin. \alpha \right) \\ X &= g \sin. i \left(\cos. \alpha - \frac{\xi}{2} \sin. \alpha \right) \end{aligned}$$

e la seconda delle (32) per essi si riduce

$$\text{(35)} \quad \text{Arc. tan.} \frac{4\xi}{4 - \xi^2} = \frac{\xi}{\delta} \sin. \alpha (\Delta \sin. i \cos. \alpha + \delta \sin. \alpha) .$$

Di più si possono in tal caso avere i valori di sin. α, cos. α dati per le quantità note sin. i, δ, Δ. Infatti la retta che congiunge i due punti (ε, τ, μ), $(\varepsilon_1, \tau_1, \mu_1)$ è, nella fatta ipotesi, la direzione comune delle due velocità V, IV. Chiamando I una tal retta, abbiamo

$$I = \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon)^2 + (\tau_1 - \tau)^2 + (\mu_1 - \mu)^2}$$

ossia (vedi l'equazione (17) e le denominazioni al principio del n.° 46)

$$\text{(36)} \quad I = \sqrt{\Delta^2 + \frac{\delta^2}{\sin.^2 i}} .$$

Essendo poi $\varepsilon - \varepsilon_1 = I \cos.\,\alpha$, il valore trovato per I ci somministra

$$(37) \qquad \cos.\,\alpha = \frac{\Delta \sin.\,i}{\sqrt{\delta^2 + \Delta^2 \sin.^2 i}} \quad ; \quad \sin.\,\alpha = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \Delta^2 \sin.^2 i}} \,.$$

Adottando queste espressioni, il coefficiente di ξ nel secondo membro della (35) riducesi l'unità, talchè detta equazione diventa

$$(38) \qquad \text{Arc. tan.}\,\frac{4\xi}{4-\xi^2} = \xi$$

cioè la medesima (115) della Memoria precedente.

Supponiamo di aver noto il valore di ξ mediante la precedente equazione; i valori (34) si cangiano in virtù dei (37) nei seguenti

$$(39) \qquad V = g \sin.\,i \,\frac{\Delta \sin.\,i + \frac{\xi}{2}\delta}{\sqrt{\delta^2 + \Delta^2 \sin.^2 i}} \quad ; \quad X = g \sin.\,i \,\frac{\Delta \sin.\,i - \frac{\xi}{2}\delta}{\sqrt{\delta^2 + \Delta^2 \sin.^2 i}} \,.$$

Siccome poi tanto la (28) che la (29) in forza delle equazioni (37), (39) ci danno uno stesso valore di l,

$$(40) \qquad l = \sin.\,i \sqrt{\frac{g \Delta \sin.\,i \,.\, \xi}{\delta^2 + \Delta^2 \sin.^2 i}} \,;$$

abbiamo, rammentate le (27),

$$(41) \qquad V = \frac{\Delta \sin.\,i - \frac{\xi}{2}\delta}{\sqrt{\Delta \sin.\,i}} \sqrt{\frac{g}{\xi}} \quad ; \quad W = \frac{\Delta \sin.\,i + \frac{\xi}{2}\delta}{\sqrt{\Delta \sin.\,i}} \sqrt{\frac{g}{\xi}}$$

che corrispondono alle (117) della Memoria precedente.

48.° Il problema pertanto sarebbe completamente sciolto se la (38) ci desse per ξ un valore determinato. Ma quella equazione ha infinite radici, del ritrovamento delle quali ci occupammo al num. 52 della Memoria precedente: e noi non possiamo conoscere *a priori* fra le infinite quella appropriata al caso che ci venisse proposto di analizzare. Questa spiacevole circostanza ci priva del vantaggio di poter determinare le velocità V, W indipendentemente da sperienze idrometriche.

Se però non è possibile evitare in tutto le mentovate sperienze, ci è lecito adottare un metodo misto in forza del quale la fatica durata nei calcoli precedenti non viene ad essere perduta, e ci resta l'utilità non piccola di saper distribuire di sezione in sezione i cambiamenti della velocità superficiale: della velocità che le sperienze de' galleggianti o delle aste ritrometriche, trattate alla maniera ordinaria, assumono (con idea sottintesa) costante per un tratto sensibile della corrente: il che non è esatto.

Supponiamo adunque di conoscere per via di un mezzo sperimentale il tempo T impiegato da una molecola del fluido per passare (stando in superficie) dalla sezione superiore all'inferiore. Abbiamo dalle equazioni (25), (26), (37)

$$\lambda_1 - \lambda = (W - V)\cos.\,\alpha = \frac{(W-V)\Delta\sin.i}{\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}$$

$$\sigma_1 - \sigma = (W - V)\sin.\,\alpha\sin.\,i = \frac{(W-V)\delta\sin.i}{\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}\,.$$

Quindi l'equazione (19) ci porge

$$l = \frac{(W-V)\Delta\sin.^2 i}{\delta\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}} \tag{42}$$

e in conseguenza di questa la (20) diventa tale che con qualche riduzione se ne cava

$$W - V = \frac{g\delta\sin.i.\,T}{\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}\,. \tag{43}$$

La (28) poi, attese le (27), ci dà

$$2g\delta = (W+V)(W-V)$$

dalla quale, posto per $W-V$ il valore precedente, deduciamo

$$W + V = \frac{2\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}{\sin.i.\,T}\,. \tag{44}$$

Queste (43), (44) ci danno subito

$$(45)\qquad \begin{aligned} W &= \frac{\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}{\sin. i\,.\,T} + \frac{g\,\delta\sin. i\,.\,T}{2\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}} \\ V &= \frac{\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}}{\sin. i\,.\,T} - \frac{g\,\delta\sin. i\,.\,T}{2\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}} \end{aligned} ;$$

ed ecco due equazioni che tengono il luogo delle (41), per mezzo delle quali abbiamo i valori delle due velocità alle sezioni, supposto noto il tempo T. Osserviamo, perchè ne avremo bisogno a momenti, che il valore di l datoci dalla (42) si riduce a motivo della (43)

$$(46)\qquad l = \frac{g\Delta\sin.^3 i\,.\,T}{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i} .$$

Invoco io qui l'attenzione del leggitore sopra quanto sono per dire. Non gli propongo di adoperare direttamente il tempo osservato T all'oggetto di cavare dalle formole (45) i valori delle due velocità W, V: si sa che il moto di un galleggiante estendentesi a molti strati del fluido così in profondità come in larghezza, non può mai rappresentare esattamente il moto di una molecola. Quello ch'io propongo si è di adoperare l'osservazione del tempo T fatta per mezzo di un galleggiante, come operazione preparatoria a fine di riconoscere quale sia la radice dell'equazione (38) che corrisponde al caso che si ha di mira. Ed ecco in qual maniera.

L'equazione (33) a motivo delle (27) e della seconda della (37) ci dà

$$W - V = \frac{g\sin. i\,.\,\delta}{l\sqrt{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i}} \cdot \xi .$$

Se in questa mettiamo in luogo del primo membro il valore eguale fornitoci dalla (43), troviamo

$$\xi = lT ;$$

e sostituendo ad l l'equivalente valore scritto nella (46)

$$(47)\qquad \xi = \frac{g\Delta\sin.^3 i\,.\,T^2}{\delta^2+\Delta^2\sin.^2 i} .$$

Ora ragioniamo così: L'osservato valore di T, se non è esattamente il vero che avrebbe avuto luogo per una molecola, non potrà però differirne di molto: quindi anche il valore di ξ dedotto dalla precedente equazione (47) sarà prossimo al valore della radice dell'equazione (38) che corrisponde al caso contemplato. Cerchiamo pertanto fra le radici della (38) la più vicina in valore a quello di ξ cavato dalla (47), e riconosciutala, serviamoci di essa e non del detto valore approssimato, per dedurre mediante le (41) i valori delle due velocità V, W. Per tal modo l'ufficio del valore osservato di T riesce soltanto quello di fornirci un'indicazione, e i valori finali cercati per V, W nulla risentono dell'imperfezione che in esso potesse per avventura sussistere. Un esempio servirà a pieno schiarimento.

Nel primo degli esperimenti riferiti e calcolati al num. 53 della Memoria precedente, avevamo

$$\Delta = 175^{m},13 \quad ; \quad \delta = 0^{m},094 \quad ; \quad T = 115^{sec.} \quad ; \quad g = 9^{m},8088$$

e supponemmo le sponde verticali, talchè $\sin i = 1$. Calcolando con questi dati la formola (47), otteniamo $\xi = 740,72$. Ora cercando fra le radici dell'equazione (38), trovasi la $\xi = 741,4105$ molto vicina al valore precedente: questa dunque, dico, è la radice che fa pel caso mio, e per essa calcolo col sussidio delle formole (41) i valori delle due velocità, che mi risultano $V = 1^{m},2193$; $W = 1^{m},8250$, come al luogo citato.

Osservo che nell'operazione preparatoria di determinare il valor prossimo di ξ, possiamo in luogo della (47) adoperare quest'altra formola più semplice

$$\xi = \frac{g \sin.i.T^{2}}{\Delta} \tag{48}$$

in cui si cambia la (47) quando vi si trascura nel denominatore il termine δ^{2}. Infatti δ è sempre quantità piccola e più piccolo ne è il quadrato: quindi il divario proveniente dal tenere o non tenere quel termine, non è tale da produrre diversità di effetto, visto l'uso al quale è destinato il valore dedotto da sì fatta formola.

Quando la proposizione dichiarata in questo numero sia ben accolta dai geometri, converrà proprio darsi la pena di costruire una tabella contenente tutte le radici dell'equazione (38), che possano (entro limiti larghi) ricevere un'applicazione nella teorica dei fiumi. Il che, dopo l'esposto al num. 52 della Memoria precedente, non è più che un lavoro di pazienza.

49.° Considerato il contenuto ne' precedenti numeri, parmi che il problema di determinare esattamente la velocità per ogni punto della superficie della corrente possa riguardarsi come risoluto. Più difficile è quello di determinare la velocità orizzontale nel senso della lunghezza del canale per ogni punto di una sezione secondo la larghezza, cioè ad ogni profondità e ad ogni distanza dalla sponda. Un tale problema fa seguito all'antecedente, perchè, come vedremo, diventa solubile quando conoscansi le velocità secondo i due assi per un solo punto di detta sezione fra quelli alla superficie. E potrebbe un tal punto anche non essere alla superficie (il che poi ci varrà per considerazioni teoriche), ma si dice alla superficie perchè ivi si sanno determinare i valori numerici dei due elementi λ, σ.

L'importanza dell'enunciata soluzione si ravvisa ponendo mente ch'essa conduce a conoscere con esattezza la portata della corrente. Infatti nella velocità orizzontale $u(x, y, z)$ riguarderemo la x siccome ridotta ad un valore costante ε corrispondente alla data sezione. Allora la semiportata sarà espressa dall'integrale duplicato della $u(\varepsilon, y, z)$, prese le integrazioni per le z, y, e definita quella per z fra zero e il valore funzione di y che si ricava dall'equazione della curva alla superficie, secondo dicemmo al n.° 44, e quella per y fra zero e la mezza larghezza del fiume. Debbesi però aver riguardo, quando la sponda è inclinata, al triangolo rettangolo formato dalla retta che l'intersecazione della sezione colla sponda segna in questa, come ipotenusa, e da due cateti uno verticale, l'altro orizzontale. Di qui nasce un altro integrale duplicato della $u(\varepsilon, y, z)$ da sottrarsi all'antecedente, ove i limiti della z sono lo zero, e l'ordinata della retta inclinata, e quelli di y sono la semilarghezza totale del fiume meno il cateto orizzontale, e la stessa semilarghezza. Si potrebbe muovere un'obbjezione

contro il modo indicato per definire le integrazioni relativamente alla z, dicendo che il primo limite di questa z non deve essere zero, ma l'ordinata di quella curva simile all'altra della superficie, tra la quale e il fondo piano il fluido è stagnante o si muove con leggi particolari (rivedi i num. 7, 24). Ritengo però che, effettuandosi qui un avvicinamento del genere degli assintotici, questa veduta speculativa non avrà applicazione in pratica, e che quindi il prendere lo zero piuttosto che quella minima ordinata pel primo limite di z, non produrrà divario sensibile.

50.° Vediamo pertanto come possa avviarsi la soluzione dell'esposto problema, supponendo in virtù delle formole (25), (37), (38), (41), (47) note le λ, σ per un punto (ε, τ, μ) della curva che limita la data sezione nella parte superiore, ed anche la costante l per la formola (40).

Ricordate le equazioni (2), le equazioni (85), (86) del Capo precedente, fattevi u, w negative, diventano

$$\frac{l^2 z}{\sin.^2 i} = g + K - \frac{l}{\sin. i} u - \frac{\cos. i}{\sin.^2 i} l^2 (y \sin. i - z \cos. i) + \frac{1}{2} g \log. (l^2 w^2 + \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2)$$

$$l^2 \sin. i . \varepsilon = H - g \sin.^2 i \operatorname{Arc.tan.} \frac{lw}{\sin. i (g \sin. i - lu)} + lw .$$

Sottraggansi queste ordinatamente alle altre che risultano da esse quando vi si fanno pel punto alla superficie

$$u = \lambda \quad ; \quad w = \sigma \quad ; \quad y = \tau \quad ; \quad z = \mu \; ;$$

veniamo ad avere

$$\frac{l^2 (\mu - z)}{\sin.^2 i} = \frac{l}{\sin. i} (u - \lambda) - \frac{\cos. i}{\sin.^2 i} l^2 ((\tau - y) \sin. i - (\mu - z) \cos. i) - \frac{1}{2} g \log. \frac{l^2 w^2 + \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2}{l^2 \sigma^2 + \sin.^2 i (g \sin. i - l\lambda)^2}$$

$$(49) \qquad l(w - \sigma) = g \sin.^2 i \operatorname{Arc.tan.} \frac{lw}{\sin. i (g \sin. i - lu)} - g \sin.^2 i \operatorname{Arc.tan.} \frac{l\sigma}{\sin. i (g \sin. i - l\lambda)} .$$

Ognuno vede che queste due equazioni contengono la soluzione del problema, giacchè possiamo intenderle risolute per le u, w, le quali così risulterebbero funzioni conosciute delle y, z, e di quantità tutte date: e volendo anche la velocità assoluta pel punto (ε, y, z), potremmo assegnarla mediante la formola (22). Tutta la difficoltà sta nella trattazione di tali equazioni, che sono di forma molto complicata. Nondimeno possono praticarsi alcune riduzioni per renderle più maneggevoli.

Cominciando dalla seconda: se compenetriamo i due archi di tangente mediante la formola

$$\text{Arc. tan. } x - \text{Arc. tan. } y = \text{Arc. tan. } \frac{x-y}{1+xy}$$

e facciamo per abbreviare

$$(50) \qquad \beta = l\sigma \quad ; \quad \gamma = \sin. i(g \sin. i - l\lambda) \quad ; \quad m = \frac{l(w-\sigma)}{g \sin.^2 i} \; ;$$

avremo, passando dall'arco alla tangente,

$$\tan. m = \frac{\gamma l w - \beta\gamma + \beta l \sin. i.(u-\lambda)}{\beta l w + \gamma^2 - \gamma l \sin. i.(u-\lambda)}$$

dalla quale deduciamo

$$(51) \qquad l \sin. i \cdot (u-\lambda) = \gamma + lw \frac{\beta \tan. m - \gamma}{\beta + \gamma \tan. m} \; .$$

Se facciamo attenzione all'equazione

$$(52) \qquad \sin. i(g \sin. i - lu) = \gamma - l \sin. i \cdot (u-\lambda)$$

che si manifesta identica ponendo per γ il suo valore (seconda delle (50)), vedremo che la precedente (51) può scriversi

$$(53) \qquad \sin. i(g \sin. i - lu) = lw \frac{\gamma - \beta \tan. m}{\beta + \gamma \tan. m} \; .$$

Ora passiamo alla prima delle (49). Ivi la quantità sotto il segno logaritmico in forza dell'ultima trovata equazione (53), e per le due prime fra le denominazioni (50), si semplifica assai e diventa

$$\frac{l^2 w^2}{(\beta \cos. m + \gamma \sin. m)^2} \; ;$$

così che, ponendo per abbreviare

$$(54) \qquad \omega = l \sin. i \cdot (\mu - z) + l \cos. i \cdot (\tau - y) \; ,$$

quella prima delle (49) si riduce

$$(55) \qquad u - \lambda = \omega + \frac{g \sin. i}{l} \log. \frac{lw}{\beta \cos. m + \gamma \sin. m} \; .$$

E adottando ancora per brevità quest' altra denominazione

$$k = \frac{l(u-\lambda-\omega)}{g \sin. i} , \tag{56}$$

caveremo dalla precedente (55)

$$lw = (\beta \cos. m + \gamma \sin. m) e^k . \tag{57}$$

Mettiamo questo valore nella (53), e ci risulterà

$$\sin. i (g \sin. i - lu) = (\gamma \cos. m - \beta \sin. m) e^k . \tag{58}$$

Quest' ultime due, quadrate e sommate, ci conducono a trovare

$$lw = \sqrt{(\beta^2 + \gamma^2) e^{2k} - \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2} . \tag{59}$$

Sostituendo in questa per lw il valore

$$lw = \beta + gm \sin.^2 i \tag{60}$$

dedotto dalla terza delle (50), potremo cavarne quello di m da porsi nella precedente (58) insieme con quello di k scritto nella (56). Avremo allora finalmente la desiderata equazione fra u, ω, e costanti tutte note; la u ridotta così funzione, quantunque ancora implicita, di ω, deve riguardarsi funzione di y, z, attesa la (54).

Se facciamo per abbreviare

$$\begin{aligned} A &= \gamma \cos. \frac{\beta}{g \sin.^2 i} + \beta \sin. \frac{\beta}{g \sin.^2 i} \\ B &= \gamma \sin. \frac{\beta}{g \sin.^2 i} - \beta \cos. \frac{\beta}{g \sin.^2 i} \\ r &= e^{\frac{l}{g \sin. i}} ; \end{aligned} \tag{61}$$

l' equazione di cui parlasi risulta

$$\begin{aligned} &\sin. i (g \sin. i - lu) \\ &= A r^{u-\lambda-\omega} \cos. \frac{1}{g \sin.^2 i} \sqrt{(\beta^2 + \gamma^2) r^{2(u-\lambda-\omega)} - \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2} \\ &+ B r^{u-\lambda-\omega} \sin. \frac{1}{g \sin.^2 i} \sqrt{(\beta^2 + \gamma^2) r^{2(u-\lambda-\omega)} - \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2} . \end{aligned} \tag{62}$$

51.° È questa l'esatta equazione da cui dovranno partire le indagini analitiche dirette ad ottenere esplicitamente per serie la funzione $u(\omega)$. Non entrerò io però ne' relativi processi di calcolo, ricordandomi che l'oggetto della presente Memoria è quello di stabilire la teorica, piuttosto che di svolgerne i varii particolari. Per altro, a non lasciare a mezzo la soluzione di un problema tanto importante, dirò che, accontentandoci di una approssimazione, possiamo prendere invece della complicata equazione (62) la seguente

$$\text{sin. } i(g \text{ sin. } i - lu) = \gamma r^{u-\lambda-\omega} \tag{63}$$

in cui si cambia la (58) trascurandovi il termine $\beta \text{ sin. } m$ e mettendo l'unità in luogo di cos. m. Che ciò si possa fare senza andar molto lungi dal vero, ce ne persuaderemo osservando il valore di m espresso nella terza delle (50). Esso non può essere che ben piccolo, perchè piccole sono le quantità σ, w a motivo del fattore sin. α (equazioni (25), (26)) il quale (equazione (37)) è di una grandezza dipendente dalla quantità δ che è sempre piccola. Di più, il mettere 1 per cos. m è trascurare soltanto il quadrato di m, quantità di second'ordine, e di second'ordine è pure il termine $\beta \text{ sin. } m$ per effetto del coefficiente β ovvero $l\sigma$ colla σ già dimostrata piccola.

Assunta pertanto la (63), se al primo membro si sostituisce il valore equivalente portoci dalla (52), e poi si fa

$$u - \lambda = \omega - \zeta \ , \tag{64}$$

essendo ζ una quantità sussidiaria che presto esce dal calcolo, si trova di poterla mettere sotto la forma

$$\omega = \zeta - \frac{\gamma}{l \text{ sin. } i}(r^{-\zeta} - 1) \ . \tag{65}$$

Lagrange ci ha insegnato (Vedi *Mécanique Analytique*, tom. II, p. 22) che avendo un'equazione

$$\omega = \zeta - f(\zeta)$$

si ha pure inversamente

$$\zeta = \omega + f(\omega) + \tfrac{1}{2}[f(\omega)^2]' + \tfrac{1}{2.3}[f(\omega)^3]'' + \text{ec.},$$

dove gli apici indicano derivazioni per ω.
Con questo canone otteniamo dalla (65)

$$\zeta = \omega + \frac{\gamma}{l \sin. i}(r^{-\omega} - 1) + \text{ec.};$$

e mettendo per ζ l'equivalente espressione cavata dalla (64),

$$(66) \qquad u - \lambda = \frac{\gamma}{l \sin. i}\left(1 - \frac{\gamma}{g \sin.^2 i} r^{-\omega}\right)(1 - r^{-\omega}) + \text{ec.}$$

seguono termini ch'io credo si possano lasciar andare, essendo moltiplicati per potenze di γ superiori al quadrato, e divisi per potenze elevate della g. La γ, se ben se ne esamina il valore, non può essere quantità grande.

32.° La formola (66) ci guida a molte spontanee considerazioni. Non vi ha forse nella scienza delle acque altro punto intorno al quale le sentenze degli scrittori siano in maggior discordia che quello risguardante la scala delle velocità in una corrente, procedendo nella stessa verticale dalla superficie al fondo. Chi bramasse aver sott'occhio la straordinaria varietà di opinioni su questo argomento, legga l'ottava delle *Dissertazioni Idrauliche* del P. Bartolommeo Ferrari, cap. I e X. A me basterà dire che mentre universalmente credevasi crescere la velocità scendendo dall'alto al basso, il celebre Bonati venne in campo colla sua teorica tendente a provare che la velocità cresce invece salendo dal basso in alto (*Memorie della Società Italiana*, tom. II, pag. 676). Tadini tornò a far rivivere l'opinione di chi volea la velocità al fondo maggiore che alla superficie, però di una quantità piccola e trascurabile (Memoria sopra citata, pag. 195-6). E invece il signor Venturoli (*Elementi di Meccanica e d'Idraulica*, tom. II, pag. 149, n.° 341) conchiude che la velocità dalla superficie scendendo al fondo, o si mantiene costante, o scema, prima lentamente poi rapidamente. Tanta

disparità di pareri fra uomini di molto merito indicava la somma difficoltà della questione, e che inefficaci dovevano riuscire per risolverla alcune ricerche appoggiate a soli mezzi sperimentali o ad imperfette teoriche. Ora la difficoltà di cui parlasi è resa ostensibile: basta volger l'occhio all'equazione (62) per capire quanto complicata sia la funzione esprimente la u per la ω, ossia per la quantità $l \operatorname{sin.} i \cdot (\mu - z)$, sparendo il secondo termine della ω (equazione (54)) quando si esamina la scala delle velocità in una medesima verticale. Intanto la formola approssimata (66) ci mostra dipendere il segno della differenza $u - \lambda$ da quello di γ, ossia della quantità $\operatorname{sin.} i(g \operatorname{sin.} i - l\lambda)$. Allorchè questa è positiva, e lo è nelle correnti lente, il secondo membro della formola (66) è positivo: quindi la velocità cresce, quantunque di poco, andando dalla superficie al fondo. Accade il contrario se la velocità λ supera $\frac{g \operatorname{sin.} i}{l}$ (in corrispondenza a quanto si disse circa il fenomeno del colmeggiamento al num. 44); pertanto nelle correnti rapide la velocità decresce procedendo d'alto in basso. Credo poi possibile in uno stesso tronco di corrente, quando essa molto si acceleri, uno stato di cose inverso alla sezione superiore e all'inferiore.

La medesima formola (66), se vi si fa costante la z ed eguale alla μ (che può appartenere anche ad un punto posto sotto alla superficie, giusta il già detto al num. 49), ci dà la scala delle velocità nel senso orizzontale, partendo dal mezzo del fiume e venendo verso la sponda. È il problema che toccammo al num. 45, dove però mirammo solo a dimostrare l'esistenza del fatto, senza darne valutazione. E altresì quella ricerca di cui il signor Venturoli (luogo sopra citato) manifestò desiderio, giacchè si riferisce ad un oggetto intorno al quale niuno sperimentatore si è fino ad ora occupato. Di fatto nel caso attuale l'equazione (54) si riduce

$$\omega = l \cos. i \cdot (\tau - \gamma) ,$$

e ne risulta ω negativa quando il punto $(\varepsilon, \gamma, \mu)$ è più vicino alla sponda che non il punto (ε, τ, μ), e positiva nel caso contrario. Nel primo, ritenuta γ positiva e ω piccola quanto fa bisogno, il secondo membro della (66) è negativo: quindi u è minore di λ, il che fa

vedere come coll'avvicinarsi alla sponda la velocità diminuisca. Nel secondo caso la formola dà il segno opposto, ma torna la medesima conseguenza, perchè la u maggiore di λ appartiene ad un punto più lontano dalla sponda. Tutto ciò mette in evidenza il già asserito ai num. 42, 43. Nondimeno, se la quantità γ fosse negativa, come accade per le correnti rapide, le precedenti deduzioni verrebbero sconvolte. Questo sembra accennare alla dottrina dei filoni molteplici, sostenuta dal Guglielmini pel caso delle piene (Vedi Cocconcelli, *Instituzioni d'Idraulica*, tom. I, pag. 212; tom. II, pag. 114).

Se sia $\omega = 0$, la formola (66) ci dà $u = \lambda$. Ora l'essere $\omega = 0$ (equazione (54)) è proprietà che si verifica per tutti i punti della retta la cui equazione è

$$\text{sin.}\, i \cdot (\mu - z) + \text{cos.}\, i \cdot (\tau - y) = 0 \;;$$

Ecco dunque un bel teorema. *In ogni sezione verticale e normale alla corrente la velocità orizzontale secondo la lunghezza del fiume è costante per tutti i punti di una retta condotta da un punto qualunque perpendicolarmente al piano della sponda.* Se però è costante in ogni retta perpendicolare alla sponda, varia, generalmente parlando, col passare d'una in altra di tali rette. Non si può obbjettare che l'essere questo teorema dedotto dalla formola (66), vera soltanto per approssimazione, potrebbe lasciar dubbio sulla sua esattezza: esso infatti si verifica anche usando le formole rigorose del num. 30 (le (52), (62)).

53.° Da quanto si disse nel precedente numero apparirebbe che la scala delle velocità secondo le altezze è o continuamente crescente, o continuamente decrescente. Per altro il signor Venturoli (luogo sopra citato) ha scritto che alcuna volta la velocità sembra crescere poco sotto la superficie: e siccome, secondo lui, tornerebbe poscia a diminuire, avrebbe qui luogo un massimo. Anche Tadini nella seconda sua Memoria idraulica (*Di varie cose all'idraulica scienza appartenenti*. Bergamo, 1830, pag. 55, 56) parla di un filone d'altezza che supporrebbe appunto l'esistenza di un massimo nell'anzidetta scala delle velocità. Valutate, come è dovere, queste autorità, può nascere il sospetto che siano erronee le nostre deduzioni appoggiate alla formola (66),

la quale non è rigorosa. Cerchiamo pertanto di risolvere la questione attenendoci alle equazioni esatte.

Converrebbe, usando dell'equazione (62), cercare il valore di ω che vi rende la u massima. L'operazione è possibile, ed anzi presenta riduzioni di calcolo eleganti, ma è un po' lunga. Trovo che si giunge ai medesimi risultamenti per quest'altra via più spedita. Rimontando alle equazioni (49), nella prima di esse s'introduca ω invece della quantità equivalente (equazione (54)). Dopo di ciò si derivino quelle due equazioni per ω, e trattinsi $\frac{du}{d\omega}$, $\frac{dw}{d\omega}$ come due incognite delle quali si cerchi il valore per mezzo della risoluzione di due equazioni lineari. Ponendo per abbreviare

$$(67) \quad h = \beta^2 + \gamma^2 \; ; \; n = g \sin.^2 i \; ; \; X = \sin. i (g \sin. i - lu) \; ; \; Y = r^{\omega - i - \omega}$$

e osservando: 1.° che la (59) ci dà

$$l^2 w^2 + \sin.^2 i (g \sin. i - lu)^2 = hY^2 \; ;$$

2.° che il valore di X può ridursi alla forma $X = n - l \sin. i \cdot u$; otterremo, dopo alcune facili riduzioni, l'equazione

$$(68) \qquad nX - hY^2 = \frac{du}{d\omega}(n^2 - hY^2) \; .$$

Siccome pel caso del massimo deve essere $\frac{du}{d\omega} = 0$, caviamo dalla precedente

$$X = \frac{h}{n} Y^2$$

di modo che, fatta per comodo $X = ns$ (s nuova incognita), abbiamo

$$(69) \qquad X = ns \quad ; \quad Y = n \sqrt{\frac{s}{h}} \; ;$$

il radicale nel valore di Y deve avere il segno positivo, perchè se ben si osserva il primitivo valore di Y, si capisce ch'esso non può giammai diventare quantità negativa.

Notisi presentemente che nella equazione (62) la quantità sottoposta ai simboli di seno e coseno, può ridursi in virtù delle precedenti denominazioni

$$\frac{1}{n}\sqrt{hY^2 - X^2} = \sqrt{s(1-s)} \ ;$$

e che perciò, visti i primitivi valori (67) delle X, Y, e i posteriori (69), la stessa (62) risulta

$$(70) \qquad \sqrt{hs} = A\cos.\sqrt{s(1-s)} + B\sin.\sqrt{s(1-s)} \ .$$

Dai valori poi delle X, Y primitivi (67), e posteriori (69), deduciamo altresì, sostituito per n il suo valore,

$$(71) \quad u = \frac{g\sin.i}{l}(1-s) \ ; \ \omega = \frac{g\sin.i}{l}(1-s) - \lambda - \frac{g\sin.i}{l}\log.g\sin.^2 i\sqrt{\frac{s}{h}}.$$

Per ultimo a decidere se ha luogo un massimo o piuttosto un minimo, convien cercare pel caso in questione il valore della derivata seconda $\frac{d^2u}{d\omega^2}$. Ciò è facile partendo dalla (68) e considerando sui valori (67) che quando si ha $\frac{du}{d\omega} = 0$, riescono $\frac{dX}{d\omega} = 0$; $\frac{dY}{d\omega} = -\frac{l}{g\sin.i}Y$. Otteniamo così

$$(72) \qquad \frac{d^2u}{d\omega^2} = \frac{l}{g\sin.i} \cdot \frac{2s}{1-s} \ .$$

Pertanto dalla risoluzione della equazione trascendente (70) devesi dedurre un valore di s il quale sostituito nelle (71) darà il valore di ω che induce il massimo o il minimo nella u, e questo valore di u massimo o minimo. Quanto al criterio poi per distinguere il massimo dal minimo, l'abbiamo nella equazione (72).

Vediamo ora quali conseguenze discendano dalla precedente analisi. Quella tra le radici dell'equazione (70) che potesse fare pel caso nostro, sarebbe o positiva, o negativa. Sia la s positiva; visto il valore di u nelle (71), se non vogliamo che la corrente venga retrograda, dovrà essere minore dell'unità: ma in tal caso il valore (72) della derivata seconda riuscendo positivo, avremmo un minimo e non un massimo. Resta che la s sia negativa: allora, quantunque nell'equazione (70)

appaja l'immaginario, potrebbe in qualche combinazione di valori delle A, B uscirne una radice reale: ma il valore di u (vedi i num. 44, 52) sarebbe quello che appartiene ai fiumi in piena. Concludiamo pertanto: secondo la teorica esposta in questa Memoria, nelle correnti ordinarie non vi è massimo nella scala delle velocità, ossia non si dà filone di altezza. Solo diventa possibile (senza però aver provato che veramente vi sia) in qualche circostanza dei fiumi in piena.

54.° Per non passare sotto silenzio qualch' altra conseguenza che potrebbe portare ad utili risultati, farò notare come avendosi la u mediante l'equazione (62) in funzione di ω ovvero di y, z, possiamo avere in simil modo anche la w per effetto della (59), ed eziandio la velocità assoluta U in virtù dell'equazione (22).

E, quello che non è meno osservabile, assegnate le u, w in funzione delle y, z, potremo avere similmente espressa anche la pressione p mediante l'ultima formola del Capo II modificata giusta le equazioni (2) di questo. In detta equazione potremo eliminare la costante indeterminata Q, sottraendovi l'altra equazione che da essa medesima si ottiene ponendovi ϖ per p, e λ, σ al luogo di u, w corrispondentemente ad un punto della superficie. Anche sopra la formola della pressione, ottenuta al modo descritto, potremo instituire ricerche per iscoprire se si danno proprietà di massimo o di minimo.

E se in detta formola mettiamo α in luogo di p e riteniamo la costante α suscettibile di mutamenti (num. 24, 27) col passare d'una in altra superficie di egual pressione, avremo (considerata la α costante) tutte le curve secondo le quali le anzidette superficie vengono segate dal piano della sezione trasversale; con questo vantaggio che qui la α è cavata fuori e ridotta nel solo primo membro sotto forma lineare.

55.° Aggiungerò sul finire qualche cenno relativamente alle portate. La determinazione rigorosa del loro valore è forse il problema più difficile. Se in fatti riconoscemmo per operazione assai complicata il dedurre esplicitamente dall'equazione (62) la funzione $u(y, z)$, molto più fastidioso sarà sottoporre una tal funzione ad un integrale duplicato, eseguire le integrazioni, e definirle, siccome abbiamo descritto

a parole al num. 49. Per altro sì fatta complicazione sparisce in qualche caso particolare. Tale è quello del canale a sponde piane, verticali e parallele, per cui sin. $i = 1$. Allora essendo una retta l'intersecazione della superficie col piano della sezione, le due integrazioni risultano fra di loro indipendenti, ed una si effettua subito. Detta quindi P l'intera portata, se ne ha il valore mediante la formola

$$P = \nu \int_0^s dz \cdot u(z) \; ; \tag{73}$$

nella quale ν significa la larghezza intera del canale. L'altro integrale duplicato da sottrarsi, di cui si è fatta menzione al num. 49, in questo caso non sussiste.

Poniamo nella formola (73) in luogo di u l'espressione approssimata somministrataci dall'equazione (66). Riflettendo che nel caso attuale la formola (54) dà semplicemente $\omega = l(\mu - z)$, si può facilmente eseguire e definire l'integrazione; dopo di che ritenute le denominazioni

$$\gamma = g - l\lambda \quad ; \quad k = e^{-\frac{l^2\mu}{s}}$$

si ottiene

$$\begin{aligned} P = {} & \nu\mu\lambda + \nu\mu\left(\frac{g}{l} - \lambda\right) - \frac{\nu\gamma}{l^2}\left(g + \gamma + \frac{\gamma^2}{2g} + \text{ec.}\right)(1 - k) \\ & + \frac{\nu\gamma^2}{l^3}\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma}{g} + \text{ec.}\right)(1 - k^2) - \frac{\nu\gamma^3}{l^3}\left(\frac{1}{2g} + \text{ec.}\right)(1 - k^3) + \text{ec.} \end{aligned} \tag{74}$$

Il primo termine $\nu\mu\lambda$ di questa formola è la misura della portata datici dagli scrittori d'acque ai quali parve potersi ritenere costante la velocità λ per tutti i punti della sezione. È questo un risultamento che si appoggia anche ad una dimostrazione teorica del signor Mossotti (Vedi *Memorie della Società Italiana*, tom. XIX, p. 631) mantenuta fra i limiti dell'approssimazione da lui adottata. Presentemente il secondo termine della formola (74), il quale può essere positivo e negativo, ci proverebbe che la portata stimata mediante il solo termine $\nu\mu\lambda$ sarebbe minore del vero quando la velocità è poca, e maggiore quando la velocità è grande. Quest'ultimo è tale risultamento che pare si accordi cogli sperimenti. Essi furono istituiti sopra orificj dai quali l'acqua

usciva sotto la pressione di un battente, e quindi con notabile velocità. Per tutti fu riconosciuto il bisogno di diminuire la stima fornita dal termine $\gamma\mu\lambda$. Il celebre Bidone si è accorto che anche quando la vena fluida non va soggetta a contrazione, assecondando nel suo muoversi le pareti di tubi o canali, o dei così detti regolatori, o trombe coperte, ec., fa bisogno moltiplicare l'espressione della dispensa teoretica per un coefficiente minore dell'unità, coefficiente il quale in tal caso non corregge la sezione, che non è contratta, ma la velocità media che debb'essere alquanto minore (Vedi *Memorie dell'Accademia di Torino*, Tom. XL, pag. 70, 73). Ora la formola (74) farebbe vedere che l'indicata correzione non deve effettuarsi coll'introduzione di un coefficiente minore dell'unità, ma mediante un termine da sottrarsi.

Qui ponendo fine, dirò che ben comprendo quanto maggior pregio avrebbero varie delle precedenti deduzioni se fossero riconfermate col sussidio di un opportuno corredo di sperienze. Queste però potranno istituirsi in appresso; e intanto conveniva precedesse una teorica per meglio dirigerle e indicarne lo scopo. Ed anche in essa è facile riconoscere il molto che resta a fare. Svolgere con più di estensione la trattazione di alcune questioni da me poco più che sbozzata: analizzare, usando delle formole (29) del Capo II, i casi dei canali cilindrici, o conici, o di quella qualsivoglia altra curvatura che più convenga per avvicinarsi alla natura: cercar anzi qual sia questa curvatura pei fiumi che s'inalveano da se medesimi, adottando l'ipotesi più ragionevole intorno alle escavazioni ed agli interrimenti in relazione colla velocità; ecco ricerche lunghe, laboriose, a esaurir le quali si esige tempo e concorso di molti. Quanto a me, sarò ben contento se taluno s'inoltri più ch'io non feci nella via tracciata colla presente Memoria: più contento se ne trovi altra migliore.

AGGIUNTA

da riferirsi alle pagine 80, 84.

Le equazioni (15) possono essere ridotte a due sole, cioè alle seguenti

$$(A)\qquad \begin{aligned} \Phi'(R) &= \frac{dS}{dx}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)+\frac{dS}{dy}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)+\frac{dS}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \\ \Phi'(S) &= -\frac{dR}{dx}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)-\frac{dR}{dy}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)-\frac{dR}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \end{aligned}.$$

Ecco un andamento che può tenersi per giungere a questa riduzione. Prendansi le prime due delle (15) e se ne cavino i valori di $\Phi'(R)$, $\Phi'(S)$ alla maniera con cui si sciolgono due equazioni di primo grado a due incognite. Tali valori avranno un denominatore comune, che per la terza delle equazioni (4) si trova eguale alla w. La stessa w entra pure come fattore in due termini di ciascun numeratore, e s'introduce anche nel terzo per mezzo di sostituzioni suggerite a colpo d'occhio dalle equazioni (5). Allora si effettuano le divisioni per w, e compajono le due equazioni (A).

Se invece di combinare la prima colla seconda delle (15) volessimo combinare la prima colla terza, o la seconda colla terza, praticando operazioni analoghe arriveremmo egualmente alle equazioni (A).

Può vedersi prontamente *a posteriori* che le due equazioni (A) comprendono tutte e tre le (15). In fatti moltiplicandole per $\frac{dR}{dx}$, $\frac{dS}{dx}$ rispettivamente e sommandole, troviamo subito (tenute d'occhio le equazioni (4)) la prima delle (15): moltiplicandole invece rispettivamente per $\frac{dR}{dy}$, $\frac{dS}{dy}$ e sommandole, troviamo la seconda delle (15): e

moltiplicandole per $\frac{dR}{dz}$, $\frac{dS}{dz}$ e sommandole, abbiamo la terza delle stesse (15).

Osserveremo che facendo $S = z$ le equazioni (4) di questo Capitolo si cambiano nelle (4) del Capitolo precedente, e la prima delle (A) nella (14) di quel Capo. La seconda delle (A) nel caso che il moto si riduca in un piano, non sussiste più, annullandosi tutti i suoi termini. Dispare il termine $\Phi'(S)$ perchè la Φ non contiene più la S: sono nulle le quattro derivate $\frac{dw}{dx}$, $\frac{dw}{dy}$, $\frac{dv}{dz}$, $\frac{du}{dz}$, le prime due perchè è nulla la w, le altre perchè u, v non contengono la z: finalmente svanisce l'ultimo termine di quella equazione, perchè la R non contiene la z, e quindi il fattore $\frac{dR}{dz}$ è zero. Si ha per tal modo una novella prova che l'attuale analisi più generale comprende quella a due coordinate.

Anche le tre equazioni (24) si compendiano nelle due che seguono

$$(B)\quad \begin{aligned} \frac{N'(f)}{M} &= \frac{d\varphi}{dx}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)+\frac{d\varphi}{dy}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)+\frac{d\varphi}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \\ \frac{N'(\varphi)}{M} &= -\frac{df}{dx}\left(\frac{dv}{dz}-\frac{dw}{dy}\right)-\frac{df}{dy}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{du}{dz}\right)-\frac{df}{dz}\left(\frac{du}{dy}-\frac{dv}{dx}\right) \end{aligned}$$

a dimostrar le quali è più speditivo attenersi al metodo *a posteriori* suggerito più sopra. Si moltiplichino rispettivamente per $\frac{df}{dx}$, $\frac{d\varphi}{dx}$, e si sommino: ricordate le equazioni (21), vedremo risultarne la prima delle (24), ed anche le altre due, moltiplicando per $\frac{df}{dy}$, $\frac{d\varphi}{dy}$, e poscia per $\frac{df}{dz}$, $\frac{d\varphi}{dz}$, e nel resto procedendo allo stesso modo.

Le equazioni (B) verranno molto utili per le ricerche indicate sul fine del § 2 di questo Capo.

SOPRA UN NUOVO METODO

DI

GETTARE LE FONDAMENTA DEGLI EDIFICJ IN ACQUA.

Memoria

DI G. A. BORGNIS

(Letta nell'adunanza del giorno 22 Febbrajo 1844.)

Giuseppe Maria Bertini, di Pavia, antico capo-mastro, uomo fornito di molte pratiche cognizioni e d'acuto ingegno, fece varie pregevoli invenzioni meccaniche, per una delle quali (cioè il *vaglio a pendolo*) fu da questo I. R. Istituto premiato con medaglia d'argento nell'anno 1822: imaginò egli eziandio un nuovo ingegnoso metodo di gettare le fondamenta degli edificj in acqua. Quest'uomo benemerito, avvegnachè afflitto da cecità e carico d'anni, aveva ragione di temere che la sua invenzione rimanesse estinta con pregiudicio della idraulica architettura, perciò si rivolse a me, pregandomi premurosamente di pubblicarla; credei di dovere acconsentire a questa lodevole sua brama, d'altrettanto più che ho fiducia che il suo divisamento possa in molte importanti circostanze essere di notevole utilità, a' dì nostri in ispecie, in cui s'attende con somma operosità allo stabilimento delle grandi vie di comunicazioni sì celeri che ordinarie, dove ben anco ampj e profondi corsi d'acqua o palustri ristagni oppongono le più riflessibili difficoltà.

Per procedere con ordine e chiarezza nell'esposizione del metodo dal Bertini proposto, farò cenno primieramente di quelli già conosciuti ed usitati, che ridurre si possono in tre categorie, *ture, cassoni galleggianti,* e *paratie.*

Metodo di piantare fondamenta in acqua mediante le ture.

Coi nomi di *ture,* ovvero di *cassero,* di *palata,* in francese *bâtardeau,* suolsi indicare un recinto chiuso formato entro l'acqua stagnante o corrente per potere operare all'asciutto dopo averne estratto il liquido.

Quando la profondità dell'acqua è piccola e non eccede un metro, le ture di semplice terra sogliono essere foggiate a guisa di arginetti; ma se la profondità è maggiore, conviene che il loro precinto sia costituito da doppia fila di pali fortemente battuti e di convenevole robustezza, destinati a sostenere dei rivestimenti di tavoloni o di *palancole,* i quali formino una ben allestita cassa che deve empirsi di buona terra argillosa dopo che il fondo di essa sarà stato convenientemente espurgato coi badiloni o con altri equivalenti ordigni. Le file dei pali ed i rivestimenti sogliono poi essere consolidati colle opportune traverse, catene e filagne.

Se stabilire devonsi delle ture ove la distanza fra il pelo ordinario dell'acqua ed il fondo eccede tre metri, conviene per lo più di renderle doppie, cioè con due casse parallele ben consolidate ed empiute in ugual modo di buona terra, tenendo più bassa la cassa interna. In questo sistema, quando vuotasi il liquido contenuto nella tura lasciasi tra una cassa e l'altra una colonna d'acqua, la quale, essendo meno alta della esteriore, diminuisce in parte colla sua controspinta lo sforzo che la cassa maggiore ha da sostenere.

Ardue intraprese e di molto dispendio sono la costruzione delle grandi ture, l'estrazione dell'acqua da esse, il mantenerle asciutte, il prevenire e riparare i gravi e pericolosi accidenti che l'impeto delle onde od il furore delle correnti sogliono produrre nelle grandi piene.

Fra gli accidenti che più contristano chi a tali lavori deve sopraintendere sono da annoverarsi le sorgive derivanti non già dalle pareti

delle ture, ma sibbene dal fondo, le quali si manifestano d'ordinario quando si approfonda lo scavamento del terreno nell'interno della tura, e crescono con molta rapidità; avviene talora che tanto aumentano di numero e di forza da rendere l'arte incapace di vincerle. Io stesso ebbi occasione di sperimentarne la malefica possanza, quando, anni sono, nell'arsenale di Venezia dovetti formare una grande tura per costruire la parte sott'acqua dello *scalo,* ossia piano inclinato su cui aveva da scorrere la nave *il Rivoli* per essere varata. Ivi, dopochè lo scavamento del fondo giunse alla profondità di circa sei metri sotto il livello medio della laguna, si manifestò uno zampillo d'acqua perfettamente dolce e tanto abbondante che non trovai altro mezzo di padroneggiarlo se non racchiudendolo entro un doppio involto di palancole, il quale essendo stato riempito di terra argillosa, formò un tubo ove l'acqua salì a tale altezza da fermarlo; è però da notarsi che rimase inferiore al pelo d'acqua della laguna.

Scamozzi asserisce che nelle ture per la costruzione del ponte di Rialto si formarono delle abbondanti sorgive che tanta copia d'acqua versarono da impedire che si potesse continuar l'opera.

Tali fatti ed altri simili, messi a confronto con quanto Fausto Veranzio afferma con decisa asseveranza, danno fondata lusinga che Venezia possa fra le molte sue grandiosità e bellezze annoverare quelle di varie fontane monumentali ricche d'acque dolci zampillanti, quandochè uomini peritissimi facciano diligenti trivellazioni con que' metodi che mirabili inopinati effetti produssero non ha guari a Vienna, a Parigi ed altrove.

Fausto Veranzio è quel Dalmata ingegnosissimo che sull'incominciare del secolo decimo settimo pubblicava il libro sorprendente intitolato *Macchine nuove*, nel quale trovansi indicate molte delle più pregevoli scoperte che generalmente credonsi nate a' nostri giorni. Quest'uomo superiore al suo secolo accenna d'avere scoperto un metodo certo di formare delle *fontane d'acqua viva saliente*, *perpetua*, *chiara e dolce*, *in grande quantità in Venezia e ne' luoghi attorno.*

Egli soggiunge quanto segue: «Agevolmente si può effettuare que» st'opera, nè con sì enorme spesa, quale già facevano a' loro tempi

» li Romani; ma con tale che non ne sentirebbe gravame veruno nè » la repubblica nè i privati. Io odo essere stati alcuni che hanno que- » sta istessa cosa posta similmente in campo, ma con vano successo: » non so però se ciò sia avvenuto per loro colpa, ovvero di quelli che » le cose proposte non capivano ed erano ingannati dalla loro imagi- » nazione. Questo so bene che alla mia invenzione non si può nulla op- » porre con ragione e fondamento; ma perchè per il pregiudicio di » molti, quasi tutti vengono in questa maniera persuasi, serverò con » silenzio il mio pensiero segreto entro il mio petto ».

L'annuncio di Fausto Veranzio è accompagnato da un disegno che rappresenta la piazza di S. Marco con tre ornate fontane, i cui getti d'acqua sembrano scaturire da quattro o cinque metri al disopra del pavimento della piazza medesima.

Dal sin qui detto arguire si può con legittima induzione che quel valent'uomo abbia eseguito o veduto eseguire in Venezia od in una delle isole contigue una trivellazione, la quale abbia raggiunto lo strato valevole a somministrare acqua perenne all'indicata altezza. Siccome poi è cosa probabilissima che il foro non sarà stato rivestito convenevolmente, così lo zampillo non potè mantenersi e sarà scomparsa qualunque traccia dello sperimento.

Metodo de' cassoni galleggianti.

I cassoni sono una sorta di *pontoni* ossiano barche a fondo piatto ed a pareti verticali. Il fondo è composto di travi parallele e contigue; le pareti poi sono connesse in modo da potersi disunire e togliere a piacimento. Si costruiscono sulle ripe a simiglianza delle navi, si lanciano in acqua, si conducono al luogo ad essi destinati e si fermano ad immobili capi saldi per mezzo di grosse funi. Allora s'incomincia la muratura, il cui peso fa calare a basso il cassone, il quale o s'appoggia sul fondo anticipatamente conguagliato a livello se sarà sodo abbastanza per reggere stabilmente l'edificio, ovvero dovrà riposare sopra una palificazione.

Tale palificazione, quando è necessaria, deve essere fortemente conficcata sott'acqua coi noti metodi, ed i pali devono essere recisi pur sott'acqua con tanta precisione che il fondo del cassone riposi pienamente su di essi. A tale effetto l'ingegnere Voglié inventò una ingegnosissima macchina, la quale poi fu ridotta dall'ispettore generale de Cessart a tale grado di esattezza, che a cinque metri di profondità si può col di lei mezzo tagliare da un palo già reciso una sottil fetta di poco più d'un millimetro di grossezza.

I cassoni galleggianti furono la prima volta posti in uso nella costruzione del ponte di Westminster a Londra, poi furono impiegati in molti luoghi della Francia e segnatamente nella fondazione de' più recenti ponti di Parigi.

Questo metodo, quantunque moderno, trae la sua origine da quello usato dagli antichi Romani di affondare delle grandi navi cariche di muratura per servire di base alle costruzioni in acqua ne' luoghi profondi.

L' impiego dei cassoni galleggianti presenta molte difficoltà, ed è ben fondata l'asserzione di Sganzin, il quale afferma che « ce moyen ne peut être confié qu'à l'expérience d'un habile ingénieur. » D' altronde non si possono convenientemente impiegare se non in que' luoghi ove la profondità dell'acqua di poco oltrepassa quattro metri.

Metodo delle paratìe.

La *paratìa* è una cinta continuata di pali a cui s'appoggia una palancata che cinge esattamente uno spazio che deve essere occupato sott'acqua da un masso di muratura, così che questa costruzione costituisce una specie di cassone senza fondo, nel quale si versa tanta copia di *calcestruzzo* che basti per riempirlo compiutamente e così formar il masso richiesto. La materia cementizia componente il calcestruzzo deve essere di tale natura da consolidarsi prontamente, e nel porla a luogo si adoperano apparecchi atti ad impedire che si dilati scendendo al fondo. Le paratìe si lasciano poi sussistere per qualche tempo a difesa del masso.

Questo metodo non era ignoto agli antichi, ora si usa di frequente ne' porti del Mediterraneo. Il professore Cavalieri San Bertolo descrisse una solidissima paratia, che fu costrutta l'anno 1822 per eseguire il prolungamento del molo orientale al porto canale di Sinigaglia. Sganzin si servì pure di tal metodo alla fondazione del ponte di Cahors, la cui profondità è di cinque metri e mezzo sott' acqua.

Metodo del Bertini.

(Vedi le tavole che ne contengono l'icnografia, e gli spaccati tanto longitudinale che trasversale.)

Questo metodo è una ampliazione di quello già anticamente noto di approfondare gradatamente la muratura dei pozzi scavando nel loro interno; colle differenze essenziali che si tratta d'un volume di muratura assai maggiore, e che il grande telajo orizzontale, su cui questa deve appoggiarsi, non tocca da principio il suolo, ma è d' uopo che rimanga pensile e sia sostenuto e guidato artificialmente durante il suo abbassamento entro l'acqua sinchè abbia raggiunto il fondo.

L' apparecchio che tale metodo richiede consiste primieramente in un forte telajo destinato a servire di base alla muratura, in secondo luogo ne' galleggianti e nelle armature fisse necessarie per disporlo con tutta precisione al disopra del luogo che deve occupare, per servirgli di valido sostegno e di guida invariabile durante il suo moto verticale di discesa e per difenderlo contro gli urti accidentali e contro l' impeto della corrente.

Il telajo, il cui perimetro sarà esattamente uguale a quello della base delle fondamenta, posa sopra un'altra intelajatura di ferro intersecata da tramezze longitudinali e trasversali che la suddividono in varj spazj quadrati o rettangolari, di circa quattro metri superficiali ognuno. L' intelajatura è coperta di travi addossate, disposte in modo che la sezione trasversale d'uno dei lati abbia $0^m,90$ d'altezza e $0^m,60$ di larghezza alla sommità, e sia corredato al disotto da uno spigolo tagliente di ferro, largo $0^m,10$, ed alto $0^m,15$. La sezione trasversale del tagliente sotto i lati del contorno sarà un triangolo rettangolo, il cui

cateto verticale coinciderà col prolungamento della parete esterna del lato istesso. La sezione trasversale poi dei taglienti delle tramezze sarà un triangolo isoscele corrispondente alla metà delle loro basi superiori.

Il perimetro di quella parte del fondo, su cui dovrà poi scendere il telajo per internarsi nel terreno, sarà contornato da colonne verticali distanti l'una dall'altra circa due metri, collocate colla maggior precisione e conficcate con forza.

Tali colonne dovendo sporgere almeno sette metri fuori d'acqua, si formeranno di due pezzi se sarà d'uopo. Su di esse si stabiliranno delle *capriate* con *banchine, terzere* e *colmo*, unite con *filagne* e *catene*, acciocchè servano primieramente a fissare e congiungere stabilmente le colonne; in secondo luogo presentino gli appoggi necessarj alle funi destinate a sostenere il telajo e la muratura sovrapposta; in terzo luogo costituiscano un tetto da coprirsi con tela a comodo dei lavoratori. Il tutto avrà la configurazione di una sorta di capanna isolata nell'acqua e circondante esattamente il telajo a cui sarà ad un tempo guida e sostegno.

Sull' asse della *capanna*, a venti metri da essa all' insù, si stabilirà un *taglia-acqua angolare* per difenderla dagli urti, il quale sarà formato da nove colonne ben conficcate, della lunghezza necessaria per sovrastare circa quattro metri all'acqua circostante; valide *filagne* concateneranno le suddette colonne. Il taglia-acqua sarà ben anco opportuno per divenire un sicuro capo saldo, al quale si raccomanderanno le funi de' galleggianti che devono servire alla costruzione della capanna, ed indi servire di *ponte di servizio* per murare e per le manovre successive.

Si allestirà una *puntata* di due grandi barche più lunghe che il telajo; si uniranno con travi alla parte anteriore in modo che siano esattamente parallele e distanti quant'è la larghezza del telajo. Un ponte di servizio avrà per appoggio le barche istesse e le travi trasversali. Sorgeranno ai lati opposti della puntata, normalmente al suo asse, due aste verticali per servire di traguardo quando questa sarà da collocarsi.

Collocata che sia la puntata con tutta precisione, sarà fissata con due áncore e colla conficcazione di pali laterali a *poppa* ed a *prora*.

Così sarà atta a guidare e sostenere le colonne della capanna mentre si conficcheranno, ad impedire ch'esse deviino dall'esatta loro verticalità, ed a dar modo di ultimare la capanna stessa, dopo che sarà stato introdotto il telajo sovradescritto.

A sostegno del telajo si preparerà un buon numero di stanghe di ferro lunghe quanto basti per sopravanzare il pelo d'acqua non meno di un metro, ed aventi sei millimetri sopra tre di riquadratura. Le stanghe saranno uncinate alla estremità inferiore per attaccarsi alla base del telajo, ed avranno ciascuna superiormente un anello a cui si aggrupperà una fune di canapa della miglior qualità, grossa quattro centimetri. Ogni fune s'avvolgerà sulle filagne del tetto; ed il loro complesso sosterrà il telajo a fior d'acqua.

Ciò essendo, si formerà diligentemente la muratura, di buon materiale e di cemento idraulico, tanto sul contorno quanto su tutte le tramezze del telajo, sino all'altezza di metri due; indi superiormente ai vani si porrà un coperto di assoni, grosso cinque centimetri, appoggiato sui lembi della muratura per soli dieci centimetri. Dopo di ciò si calerà per mezzo delle indicate corde il già fatto muro, lasciandolo sopravanzare soli quattro decimetri fuori d'acqua, e si proseguirà a rialzarlo quanto basta perchè calando di bel nuovo il telajo debba toccare il fondo. I coperti servono soltanto a sollievo della corda diminuendo il peso da sostenersi, e devono essere tagliati e distrutti quando la muratura abbia appoggio sul fondo; in allora, dopo levate le corde e le stanghe di ferro, si procederà allo scavamento del terreno nei vani. Si lavorerà contemporaneamente in ognuno di essi cogli ordigni che si usano d'ordinario o con altri equivalenti di maggior perfezione, qualora l'altezza dell'acqua permetta di lavorare con comodità, altrimenti si applicheranno delle trombe in ciascun vano per ridurre l'acqua ad un'altezza non maggiore di tre metri.

Ad eseguire convenevolmente le operazioni dello scavo sott'acqua e per rompere od estrarre i corpi stranieri che incontrare si potrebbero, rendonsi necessarj buon numero di pali di ferro ben temperati, alcuni a punta quadra ed altri a punta triangolare; degli scalpelli da acqua; dei ramponi a punta od a semicerchio, ad una branca ed a due;

non che dei forconi a tre branche e dei tanaglioni. È d' uopo impiegare a tali operazioni scelti muratori guidati da abili sorveglianti. Tutti devono lavorare contemporaneamente nei varj vani; ed in caso che alcuno incontri un qualche corpo duro od altro ostacolo, si dovrà sospendere il lavoro degli altri. Sarà speciale cura dei sorveglianti di fare sì che l'abbassamento sia uniforme e regolare.

È mestieri d'avere in riserva dei tavolati di legno dolce ben connessi, di tale dimensione che siano atti a coprire i vani nel caso che si dovesse sospendere il lavoro per causa di piena; onde schivare che le materie strascinate dalla corrente non ingombrino i vani.

Le materie che si estrarranno dagli scavi, se saranno fangose si rigetteranno in acqua; e se ghiajose, si faranno passare per le *ramine* onde farne uso nella formazione de' cementi.

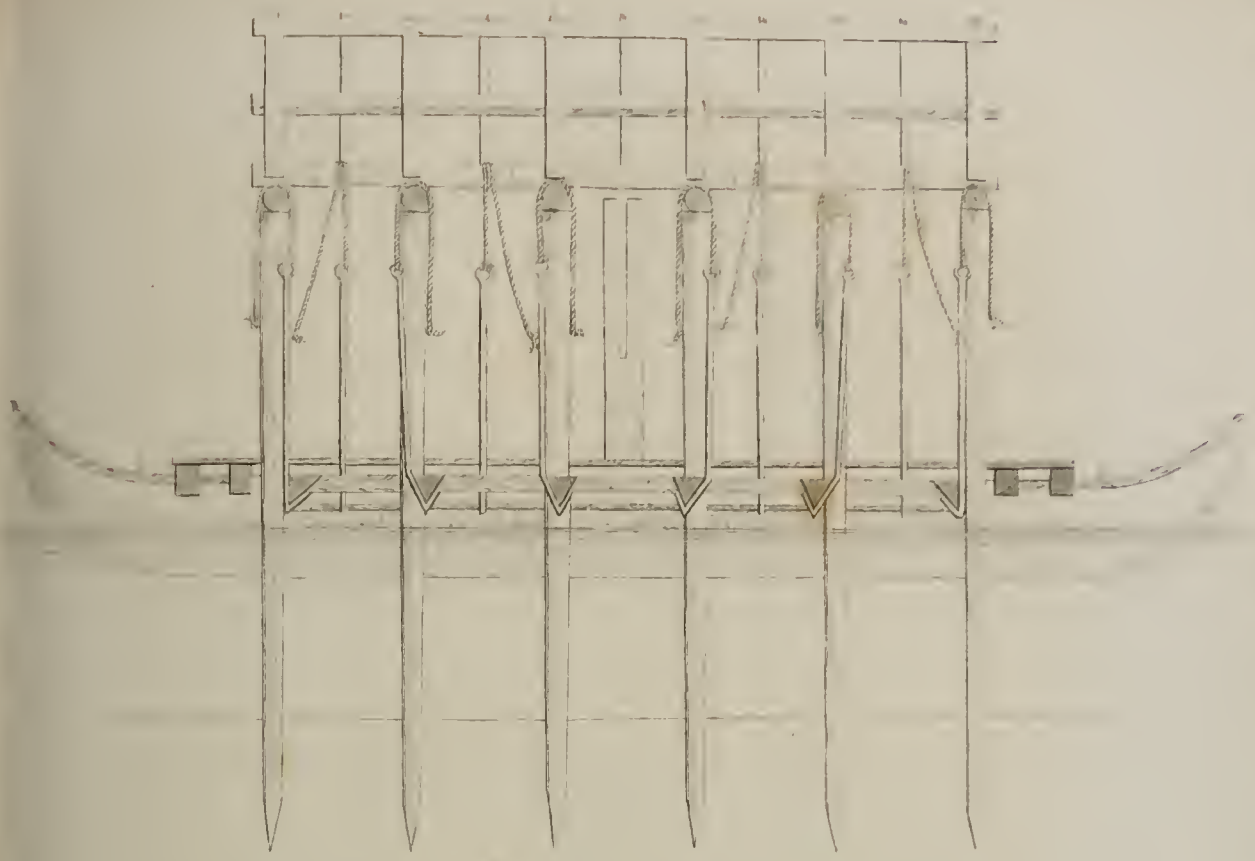
Quando poi la fondazione sarà giunta alla profondità che si crederà di non oltrepassare, se il fondo sarà sodo si deporrà immediatamente in ognuno dei vani uno strato di calcestruzzo. Se tale non fosse, si formerà una palificazione, servendosi a tal uopo di *batti-pali volanti,* e del metodo conosciuto dei *falsi-pali.* Ultimata la palificazione si deporrà uno strato di calcestruzzo che sopravanzi di qualche decimetri la testa dei pali, avendo cura di batterlo ben bene di mano in mano che si depone. In questo modo si avranno tanti pozzi impenetrabili all'acqua quanti sono i vani, entro i quali agevolmente si potrà vuotare l'acqua per operare all'asciutto, e riempiere i suddetti vani con regolare muratura ben concatenata colla già esistente.

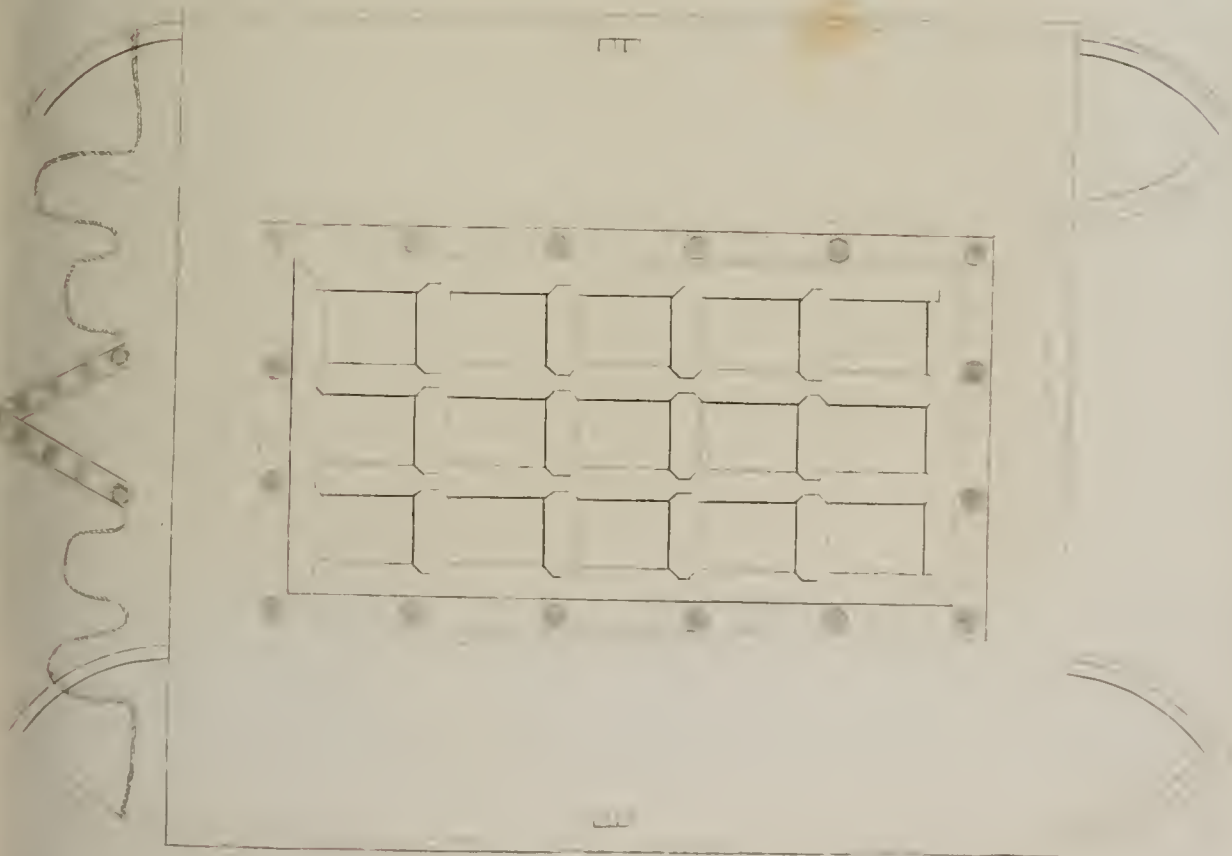
Il masso essendo ultimato sino a fior d'acqua, si procederà al disfacimento della capanna, ed alla estrazione delle colonne tanto di essa quanto del taglia-acqua; e tutto questo legname, come pure i galleggianti e gli ordigni varj valeranno per la fondazione di altri massi. Terminati tutti questi, saranno ancora capaci di servire per le armature delle vôlte, per i ponti di servizio e per altri usi.

Senza ricorrere ai metodi dispendiosi e talora nocivi o di divergere le acque del fiume, o di costruire delle ture entro cui sia mestiere di estrarre non solo l'acqua contenuta, ma pure quella delle filtrazioni sì delle pareti che del fondo, mediante le descritte operazioni conseguire

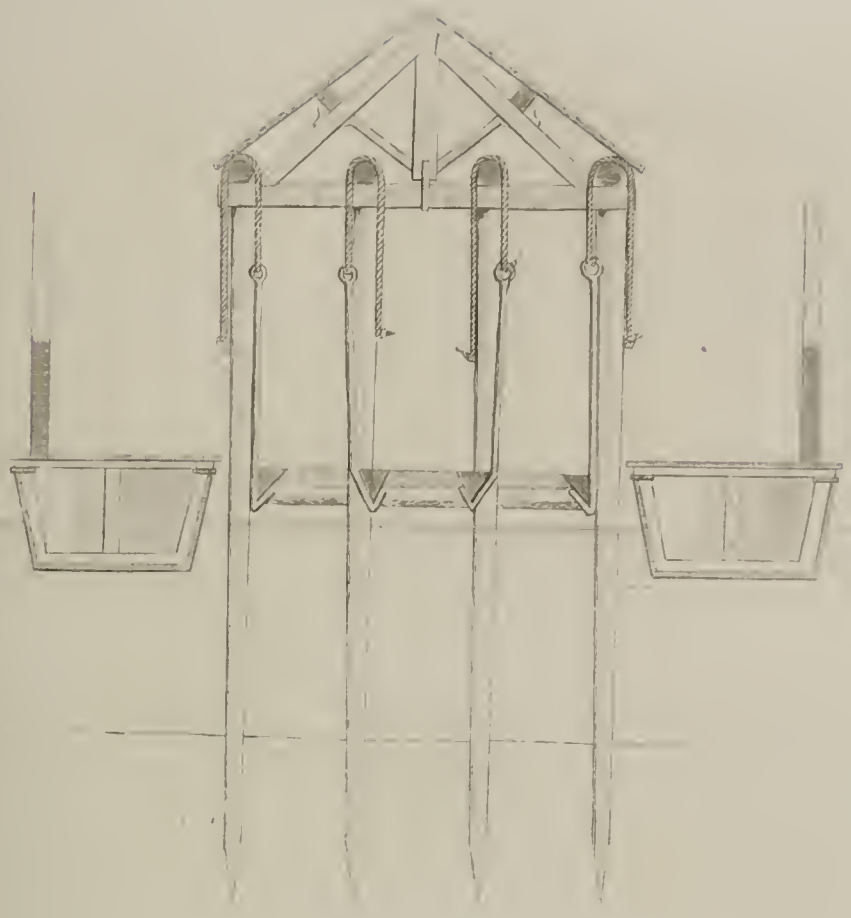
si può di approfondare notevolmente le fondazioni al disotto del fondo, e ciò senza scavare all' intorno, talchè la muratura che scende resta di continuo avviluppata ed intimamente abbracciata dal terreno circostante. Tale utilissima prerogativa del metodo proposto dal Bertini, oltrechè favorisce non poco i riguardi economici, giova assai alla stabilità col togliere l'adito all' acqua di operare dannosi scavamenti attorno le fondazioni. Tale metodo dà altresì facoltà di piantare le palafitte sott'acqua quando siano opportune, e spingerle a profondità maggiori di quelle a cui suolsi arrivare cogli altri metodi. Laddove, servendosi dei cassoni galleggianti, s' incorre nell' inconveniente riprovato da varj distinti ingegneri, di recidere le teste dei pali al disopra del fondo, cosicchè la muratura che deve riposare sulla platea posta sui detti pali, forma una massa non aderente ad essa e quindi esposta ad essere smossa da urti violenti.

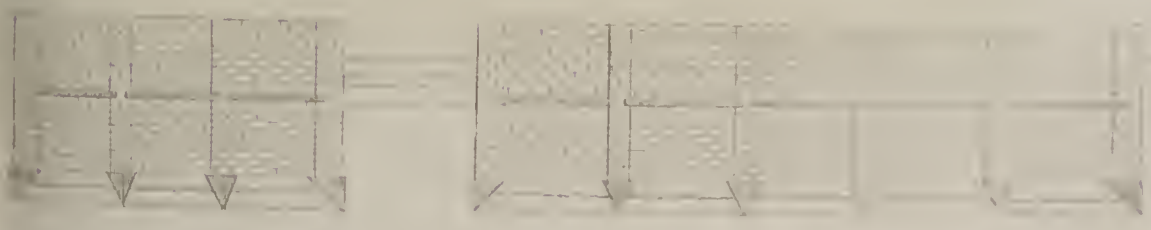
Lo stesso metodo del Bertini, modificato come si conviene, vale pure ne' luoghi ove vi sia poc' acqua, od anche all'asciutto; ma opino che cesserebbe d'essere utile in quelle profondità in cui più non sogliosi impiegare nè le ture nè i cassoni galleggianti. Conviene per esse preferire le paratie, oppure gli affondamenti dagli antichi usati. Non è da tacersi che il metodo del Bertini, al pari di quelli delle ture e de' cassoni galleggianti, richiede, in chi ne volesse far uso, consumata pratica, attività e prudenza, insomma richiede l'abilità d' un valente costruttore.





NATURAL HISTORY





DELL' ORBITA ELLITTICA

DELLA COMETA ULTIMAMENTE OSSERVATA

E DI ALCUNE LEGGI

CHE APPARISCONO NELLA DISTRIBUZIONE DE' CORPI DEL SISTEMA SOLARE.

Memoria

DI F. CARLINI

(Letta nell'adunanza dell'I. R. Istituto del dì 23 Maggio 1844.)

PARTE PRIMA.

La piccola cometa che fu scoperta nello scorso novembre al reale Osservatorio di Parigi dal signor Faye, è venuta a collocarsi nella famiglia di quei corpi celesti che si muovono in ellissi di mediocre eccentricità e popolano principalmente lo spazio compreso fra Marte e Giove. Sulle prime osservazioni fatte dal 22 novembre, giorno in cui fu vista la prima volta a Parigi, al 18 dicembre dello scorso anno io avea tentato di rappresentare le posizioni del nuovo astro per mezzo di un'orbita parabolica; ma nel pubblicare gli elementi da me trovati, feci avvertire che l'assunta ipotesi si allontanava notabilmente dal vero. Per passare alla determinazione di un'orbita ellittica pareva conveniente attendere che la cometa avesse percorso un arco alquanto più considerabile della sua curva. Ciò nulla ostante il signor Goldschmidt

si accinse tosto a siffatta ricerca, e col corredo di soli quindici giorni di osservazioni riuscì a determinare un'ellisse che le rappresentava tutte entro il limite di un mezzo minuto; e successivamente altri valenti calcolatori lo seguirono nel difficile arringo e si avvicinarono sempre più all'esattezza quanto maggiore era l'ampiezza dell'arco su cui potevano fondare i loro calcoli; incontrandosi però tutti nel ritrovare una rivoluzione compresa fra sei anni e mezzo e sette e tre quarti.

Allorchè verso la fine di gennajo si perdette da noi la speranza di poter seguire più oltre, coi migliori cannocchiali del nostro Osservatorio, quest'astro divenuto successivamente di luce debolissima, volli io pure esercitarmi nel calcolo delle orbite ellittiche, impiegando le osservazioni più distanti fra loro e meglio condizionate, e correggendole preventivamente, col sussidio degli elementi già prossimamente conosciuti, dall'effetto della precessione, aberrazione, nutazione e parallasse.

La prima osservazione fatta con sufficiente esattezza è quella di Parigi del giorno 24 novembre dell'anno scorso; l'ultima, per quanto io so, è quella del 25 gennajo del corrente anno, istituita quasi contemporaneamente a Ginevra ed a Milano, con accordo assai maggiore di quello che si poteva sperare, trattandosi d'un oggetto ch'era divenuto quasi impercettibile (1). Per la posizione intermedia, che conveniva scegliere verso la metà dell'intervallo di tempo compreso fra la prima e la terza, ho creduto conveniente di far concorrere le osservazioni di alcuni giorni successivi, e scelsi quelle dei giorni 24, 25, 26 dicembre fatte a Padova, e quelle del suddetto di 26 e dei due susseguenti fatte a Modena. Per ciascuna calcolai le differenze, tanto in longitudine, quanto in latitudine, colle posizioni date dagli elementi approssimati, ed applicai il valor medio di esse alla posizione calcolata del giorno 26. Scelte così le tre posizioni all'intervallo di più d'un mese l'una dall'altra, il far passare per esse una sezione

(1) Dopo la lettura della presente Memoria furono pubblicate le osservazioni fatte a Roma dal chiar. Padre Vico, il quale col gran rifrattore di quella Specola ha potuto veder la cometa fino al 24 febbrajo; e quelle fatte a Pulkowa presso Pietroburgo dal celebre astronomo Struve, che arrivano fino al 23 del suddetto mese.

conica soggetta alle leggi di Keplero è affare di puro calcolo, nel quale, essendo il numero delle incognite eguale a quello delle equazioni, non si può mancare di avere una soluzione che rappresenti i luoghi dati entro il limite d'esattezza corrispondente a quello delle tavole trigonometriche adoperate. Avendo io fatto uso di quelle di Ursinus a sei cifre decimali, ottenni che la massima differenza fra i luoghi osservati ed i calcolati non superasse un minuto secondo. Gli elementi da me trovati e che combinano sufficientemente con quelli dati da varj abili calcolatori, quali sono i signori Goldschmidt, Plantamour, Nicolai, Santini e lo stesso scopritore Faye, sono quelli che segnono:

Epoca primo gennajo 1844 a Milano	56.° 58.′13″
longitudine del perielio	46. 46.51
longitudine del nodo	210. 17.26
inclinazione	11. 30.19
angolo d'eccentricità.	34. 56.10
semiasse maggiore	3,91443
movimento diretto;	

onde risulta la rivoluzione di sette anni e nove mesi, la massima distanza dal Sole sei volte circa la distanza media della Terra dal Sole, la distanza minima una volta e $\frac{2}{3}$ e il prossimo ritorno al perielio verso la metà dell'anno 1851 (1).

Questa nuova cometa, del pari che le altre a breve periodo che

(1) In una elaborata Memoria del sullodato professore Santini, inserita fra quelle della Società Italiana delle scienze residente in Modena, trovansi esposti i calcoli ulteriormente intrapresi si da lui che da altri astronomi per meglio assicurare gli elementi della cometa, facendo concorrere alla loro determinazione il complesso delle migliori osservazioni.

Nel quadro sinottico dato alla pag. 40 della stessa Memoria trovansi raccolte dodici diverse lezioni degli elementi medesimi. Noi ci limiteremo a qui riferire quelli corretti la seconda volta dal signor Nicolai e pubblicati nel N. 501 del giornale *Astronomische Nachrichten*, che si pubblica ad Altona dal cel. signor Schumacher, i quali essendo stati paragonati colle osservazioni ultime fatte a Pulkowa dal 15 dicembre 1843 al 23 febbrajo 1844, hanno presentato un accordo veramente maraviglioso.

Passaggio pel perielio ottobre 16,91978 tempo medio a Berlino.

longitudine del perielio	49°	22′	46″,3
longitudine del nodo	209	32	7 ,5
inclinazione	11	22	33 ,3
angolo d'eccentricità	33	47	52 ,1
semiasse maggiore			3,80914.

Le longitudini sono riferite all'equinozio medio del primo gennajo 1844.

vennero riconosciute nel corrente secolo, dimostrano l'esistenza d'una classe speciale di corpi celesti, la quale tiene un posto di mezzo fra quella dei pianeti primarj che girano in orbite quasi circolari e quella delle comete a lungo periodo moventisi in orbite ellittiche allungatissime, la maggior parte delle quali da noi si considerano come paraboliche.

Le comete a breve periodo, sul cui regolare ritorno non può cader più alcun dubbio, sono quella di Encke e quella di Biela. La periodicità della prima fu riconosciuta alla sua quarta apparizione nell'anno 1819, e fu poi confermata nel 1822, nel 1825, nel 1829, ecc. Questa cometa si attende pel mese di giugno del prossimo anno 1845. La periodicità della seconda si rese manifesta dalle osservazioni del 1826, e si riconobbe la coincidenza degli elementi calcolati con quelli delle comete del 1772 e del 1805. I successivi ritorni ebbero luogo nel 1832, 1839, e si attende nel febbrajo del 1846.

Percorrendo inoltre i cataloghi dati dal Delambre nella sua *Astronomie théorique et pratique*, T. III, pag. 409, dal signor Olbers nell' opera *Astronomische Abhandlungen*, pubblicata dal signor Schumacher, Parte I, pag. 1, e dal professore Santini alla fine del primo volume de' suoi *Elementi di Astronomia*, noi troviamo altre quattro comete a breve periodo, le cui ellissi sono state determinate, se non con piena certezza (la quale non può conseguirsi quando i calcoli s'appoggiano ad una sola apparizione), almeno con grande probabilità.

La prima è la cometa detta di Lexell, i cui movimenti in un'orbita ellittica furono già determinati dal suddetto calcolatore e confermati dal Burckhardt e dal Clausen(1). Essa, in quell'epoca, faceva parte del gruppo dei corpi celesti da noi qui considerati; ma in appresso, a motivo dell'attrazione del pianeta Giove, a cui si era molto avvicinata, aumentò la sua distanza perielia da $\frac{2}{3}$ a $3\frac{1}{3}$ semidiametri dell' orbita terrestre, e si rese perciò a noi invisibile. Questa cometa, se sussistono le plausibili supposizioni del signor Valz, sarebbe ora, per l'effetto delle ulteriori perturbazioni gioviali, ritornata nella sfera di visibilità, e sarebbe identica colla cometa di Faye.

(1) *Astronomische Nachrichten*, *XIX Band. S.* 165.

La seconda è la cometa del 1785, vista la prima volta in Inghilterra dal Pigot il dì 20 novembre, indi osservata a Parigi da Méchain e Messier fino al 21 dicembre. Poichè le orbite paraboliche non rappresentavano convenientemente le osservazioni, il Burckhardt intraprese il calcolo nell'ellisse e trovò una eccentricità di 0,54 circa ed una rivoluzione di cinque anni e mezzo.

La terza è la cometa seconda del 1795, osservata dal Messier dal 27 settembre fino all'8 dicembre di quell'anno. Il celebre presidente di Saron (mentre in carcere attendeva colla tranquillità dell'uomo giusto una morte inevitabile) si risolse di rendere un ultimo servigio ad una scienza da lui con tanto onore coltivata, calcolando l'orbita parabolica sui dati che dal Lalande gli venivano forniti. In un'epoca in cui si aveva un solo esempio d'una cometa di breve corso, quel valente calcolatore rimase sorpreso di non potere diminuire gli errori al disotto del limite di 15 o 20 minuti. Ma molto tempo dopo, il succitato Burckhardt avendo calcolati i luoghi della cometa con maggior precisione, si valse di essi per determinare coi metodi di Gauss un'orbita ellittica, ed ottenne una eccentricità di 0,75 ed una rivoluzione di dodici anni e mezzo. Qualche sospetto gli nacque, non ostante la disparità delle rivoluzioni determinate e delle longitudini de' perielj, che questa cometa fosse identica con quella del 1785, la quale nell'intervallo di dieci anni avesse compiuta una sola oppure due rivoluzioni; su di che però conchiuse essere impossibile pronunciare un fondato giudizio (1).

La quarta cometa, di cui ci rimane a parlare, è pure la quarta di quelle apparse nell'anno 1819. Intorno ad essa ecco quanto lasciò scritto in una sua dotta Memoria il P. De Vico direttore della Specola del Collegio Romano. « A dì 28 novembre 1819 Blancpain scoperse » a Marsiglia una piccola cometa che fu osservata a Bologna, a Parigi e » per l'ultima volta, cioè il 25 gennaio 1820, a Milano. Subito si potè » conoscere che la sua orbita era molto dissimile da una curva para- » bolica. I signori Encke e Carlini ne calcolarono gli elementi parabolici.

(1) *Connaissance des tems pour l'an.* 1820.

» ed il primo di essi ne pubblicò ancora gli ellittici. Or questa ap-
» punto è la cometa creduta identica con quella del 1745 e che, se-
» condo l'opinione del signor Clausen, prima del 1758 compieva un
» periodo nello spazio di anni 6,727; laddove dopo il 1817 lo avrebbe
» accorciato di circa un anno e $\frac{127}{1000}$ (1). »

A queste comete avrei potuto aggiungerne altre due, delle quali si è tentato di determinare l'orbita ellittica e la cui rivoluzione risultò d'un piccol numero di anni; e queste sono la cometa del 1766, e la terza fra quelle del 1819. Ma rispetto alla prima, che il sig. Burckhardt cercò di determinare per mezzo di cinque osservazioni fatte a Parigi nel breve intervallo di quattro giorni, e di altre fatte all'isola di Borbone dal De la Nux con un semplice astrolabio di sei pollici di diametro, non si potrebbe prestar fede ai risultati del calcolo, per sua natura tanto spinoso, quando si vede che in esso non si sono potuti evitare dei dissensi colle longitudini e colle latitudini osservate, che arrivano ad undici o dodici minuti primi (2). Rispetto poi alla seconda è da notarsi che il signor Encke, a cui è dovuto il calcolo dell'orbita ellittica, in sulle prime era riuscito a rappresentare con singolar precisione, per mezzo d'una semplice orbita parabolica, le osservazioni fatte a Marsiglia dal dì 15 al dì 29 giugno; ma avendo posteriormente avuta cognizione di quelle ch'io stesso avea potuto fare dal dì 14 al 19 luglio, ed avendo trovato che ad esse non s'applicavano con eguale consenso i trovati elementi, tentò di dedurre dal complesso di tutte un'orbita ellittica ed ottenne una eccentricità di 0,755 ed una rivoluzione di anni 5,618. Il consenso però delle osservazioni col calcolo non è più così perfetto, giacchè le differenze che prima erano al di sotto di 8″, salirono fino a 55 (3). Parmi invero che il signor Encke avesse riposta troppa fiducia nelle mie osservazioni, sebbene nel pubblicarle io avessi avvertito che quando le cominciai la cometa era già molto bassa e non poteva vedersi che nel crepuscolo (4).

Stabilita così la distinzione d'una nuova classe di corpi celesti

(1) *Nuova cometa di breve periodo, ecc. Roma* 1836.

(2) *Connaissance des tems pour l'an.* 1821.

(3) *Astronom. Jahrbuch für das Jahr* 1823.

(4) *Appendice alle Effemeridi astronomiche di Milano per l'anno* 1820, pag. 94.

appartenenti al sistema solare, la quale non è più dipendente dall'apparenza caudata o crinita che fin qui aveva servito a dividere le comete dai pianeti, ne viene la conseguenza che nella classe medesima convien collocare due dei quattro nuovi pianeti od asteroidi, cioè Giunone e Pallade, le quali hanno una rivoluzione di quattro anni e mezzo ed una eccentricità che supera il quarto della distanza media rispettiva. E poichè si è aperta a questi piccoli corpi l'aggregazione alla nuova categoria, non vi è più motivo di escluderne il piccolo pianeta Mercurio che ha una eccentricità di poco minore delle suindicate.

Le orbite fin qui ricordate dei dieci corpi celesti che, secondo la classificazione da noi proposta, occuperebbero nel sistema solare il luogo intermedio, trovansi raccolte nel seguente quadro, nel quale sono registrate secondo l'ordine delle longitudini dei perielj. Esse sono inoltre delineate nell'annessa tavola, ove, non potendosi aver riguardo alle diverse inclinazioni all'ecclittica, si è conservata ad esse quella figura che hanno nel piano rispettivo in cui eseguiscono il loro movimento.

	LONGITUD. DEL PERIELIO	DISTANZA PERIELIA	ECCENTRICITÀ	RIVOLUZ. IN ANNI GIULIANI	LONGITUD. DEL NODO	INCLINAZ. ALL'ECCLITTICA	MOVIMENTO
Cometa di Lexell	356°.15′	0,6744	0,7855	5,57	131°.55′	1°.35′	diretto
Cometa di Faye	49.23	1,7040	0,5563	7,43	209.32	11.23	diretto
Cometa 1783	50. 3	1,4554	0,5395	5,61	55.45	44.53	diretto
Giunone	54.17	1,9808	0,2556	4,36	170.53	13. 2	diretto
Cometa 4.ª 1819	67.19	0,8926	0,6867	4,81	77.14	9. 1	diretto
Mercurio	74.20	0,3076	0,2056	0,23	45.57	7. 0	diretto
Cometa 1793	75.59	1,4000	0,7348	12,13	359. 5	47.35	diretto
Cometa di Biela	109.46	0,9026	0,7469	6,73	251.28	13.34	diretto
Pallade	121. 5	2,1027	0,2420	4,62	172.38	34.36	diretto
Cometa d'Encke	157.17	0,3455	0,8447	3,32	334.29	13.21	diretto

Ora ci conviene esaminare se fra questi corpi celesti, dei quali abbiamo formata una famiglia speciale fondandoci soltanto sul distintivo d'una eccentricità e d'un tempo periodico compresi entro certi limiti.

sussista qualche altra condizione a tutti comune; poichè, se ciò si avvera, si avrà più forte motivo per riconoscere nella disposizione di essi un legame dipendente da qualche legge meccanica non ancora conosciuta (1). Ora si osserva in primo luogo ch'essi si muovono tutti in senso diretto, ossia secondo l'ordine dei segni zodiacali; la qual coincidenza merita la maggior attenzione, se si considera, che sopra le restanti comete, che si sono ritenute muoversi in orbite paraboliche od in ellissi allungatissime (le quali all'epoca attuale ascendono al numero di 144), ve ne sono precisamente 72 di dirette e 72 di retrograde. Per lo che, senza ripetere i calcoli di probabilità fatti in un caso perfettamente simile dal celebre Laplace (2), si scorge col semplice raziocinio essere affatto improbabile che i dieci corpi circolanti, di cui si tratta, abbiano concepito concordemente un moto in un medesimo verso, quando una legge comune non avesse presieduto alla loro formazione od al loro ingresso nel sistema solare.

Ma un' altra proprietà degna di considerazione del nostro gruppo

(1) Essendo unico nostro intendimento di mostrare coll'appoggio dei fatti l'esistenza di alcune relazioni fra gli elementi delle orbite dei corpi celesti appartenenti al sistema solare, non ci arresteremo ad indagare l'origine delle relazioni stesse che il calcolo ci manifesta; ci basterà ricordare che le leggi dalle quali reggesi l'universo possono distinguersi in tre specie. Quelle della prima sono leggi primordiali di creazione stabilite dall'eterna Sapienza e dirette alla conservazione della macchina celeste. Tale è la distribuzione delle distanze e delle masse dei pianeti, in virtù della quale, per quanto può riconoscere l'umano intelletto, le dimensioni delle loro orbite non potranno variare oltre un limite stabilito. Quelle della seconda sono relazioni fra i moti dei corpi celesti, le quali non sussistevano all'origine della creazione, ma si sono introdotte collo scorrer del tempo; tali sono le equazioni che si verificano fra le longitudini e fra i moti medj dei primi tre satelliti di Giove; tale l'eguaglianza che ora si riscontra fra il tempo della rotazione del globo lunare e il tempo della sua rivoluzione media attorno alla Terra (Laplace, *Exposition du système du Monde*, p. 235 e 306). Esempj di coteste tendenze, che chiamano comunemente forze della natura, ne abbiamo, sebbene in assai più piccola scala, sulla superficie del nostro pianeta. Così un fiume che da scossa sotterranea o dalla mano dell'uomo sia tratto fuori dal suo alveo, giunge col tempo a scavarsi un nuovo letto con tali norme di sinuosità e di pendenze, che possono essere sottoposte ai principj del calcolo. Le leggi della terza specie finalmente (qual è, per esempio, la proporzionalità delle aree descritte dai raggi vettori dei pianeti ai tempi impiegati a percorrerle) sono necessarie conseguenze matematiche della teoria dell' attrazione, e semplici trasformazioni delle equazioni differenziali del moto (Lagrange, *Mécanique analyt.* T. I, p. 244).

(2) Laplace, *Théorie analytique des probabilités*, pag. 258.

planetario si è quella della collocazione degli assi maggiori delle loro orbite, ossia della linea degli absidi: se si gettano gli occhi sulla figura, sembra vedere queste orbite come spinte da un vento che spiri nella direzione dell'ottantesimo grado di longitudine, e disperse entro uno spazio circoscritto. I perielj sono infatti rinchiusi in un arco di 161°, mentre i pianeti primarj, non meno che le comete di orbite allungatissime, hanno i loro perielj disseminati in ogni parte dell'ecclittica (1). Infatti, per rispetto a queste ultime, delle 144 orbite sopra ricordate ve ne sono 72 per le quali la longitudine del perielio è minore di 180°, e 72 per le quali è maggiore. E qui è da notarsi che la regolare distribuzione che queste ultime ci presentano verrebbe alterata notabilmente se le comete a breve periodo non si separassero

(1) All'elenco delle comete a breve periodo possiamo ora aggiungerne altre due, entrambe di moto diretto e col perielio rivolto dal lato verso il quale abbiamo veduto essere rivolto quello delle altre. La prima fu scoperta a Roma il dì 22 agosto dello scorso anno, e sull'appoggio delle prime posizioni io ne presentai gli elementi parabolici nella radunanza della sezione di fisica del Congresso scientifico di Milano del dì 27 del successivo settembre, facendo notare aver essi qualche somiglianza con quelli della cometa dell'anno 1585. Le seguenti osservazioni fecero poi riconoscere che la cometa si allontanava notabilmente dalla parabola, e quindi diversi valenti calcolatori essendosi applicati a ricercare un'orbita ellittica, si accordarono nel ritrovare un'eccentricità di parti 0,61 ed una rivoluzione di 5 anni e mezzo. Noi abbiamo aggiunta nella figura questa nuova orbita, la quale segna il limite della minor longitudine dei perielj. Successivamente i signori Laugier e Mauvais sottomisero di nuovo al calcolo le osservazioni della cometa del 1585 fatte da Ticone ad Uraniburgo e da Rothmann a Cassel, e trovarono anche per essa un'orbita ellittica con una eccentricità di 0,64, ed una rivoluzione di cinque anni ed un sesto. Fu quindi ritenuto come assai probabile, non ostante la notabile differenza che sussiste sulla longitudine dei perigei e dei nodi, l'identità di queste due comete sia fra di loro, sia con altre egualmente di breve periodo. Ma se l'ipotesi ch'io propongo d'una comune origine di questi corpi venisse riconosciuta come verosimile, converrebbe andar più a rilento nel conchiudere sull'appoggio d'una remota somiglianza degli elementi, che le comete a cui appartengono sieno identiche fra di loro. Aggiungendo intanto le due orbite nuovamente acquistate alla tabella che contiene le altre dieci, avremo:

	LONGITUD. DEL PERIELIO	DISTANZA PERIELIA	ECCENTRICITÀ	RIVOLUZIONE	LONGITUD. DEL NODO	INCLINAZIONE	MOVIMENTO
Cometa di Ticone	40°.56′	1,0648	0,6439	5,16	38°.13′	4°.34′	diretto
Cometa di Vico	342.44	1,1863	0,6179	5,44	63.42	2.54	diretto

dalle altre; poichè allora su un numero totale di 151 se ne avrebbero 79 di dirette e 72 di retrograde, 78 colla longitudine del perielio minore di 180° e 73 colla longitudine maggiore.

Il Laplace, nel luogo citato, dopo aver trovato un numero grandissimo esprimente, secondo la sua teoria, la probabilità che una causa primitiva abbia determinate le orbite dei pianeti primarj ad approssimarsi al piano dell'ecclittica, ricerca se questa causa abbia influito sul moto delle comete. Il numero di quelle ch'erano state calcolate fino all'epoca in cui egli intraprese un tal calcolo, giungeva già a cento, di cui 53 dirette e 47 retrograde. La media di tutte le inclinazioni gli risultò di 46° 34′; e poichè questo medio superava d'alquanto l'angolo semiretto, egli ne dedusse la conseguenza che « le comete, lungi » dal partecipare della tendenza dei pianeti a muoversi in piani poco » inclinati all'ecclittica, mostrano di avere una tendenza contraria »; conchiudendo per altro che « il grado di probabilità dato dalle for- » mole non era abbastanza grande per farci abbandonare l'ipotesi d'una » eguale facilità delle inclinazioni delle orbite, e per indicare l'esi- » stenza d'una causa primitiva che abbia influito su queste inclina- » zioni ».

Il signor Cournot (1) fu, credo, il primo a far notare l'errore in cui era incorso l'illustre autore della *Meccanica celeste*: « errore, egli dice, » tacitamente adottato da quasi tutti coloro che dopo di lui hanno scritto » sulle comete. Infatti, prosegue il signor Cournot, il suddetto autore » suppone, che se nessuna causa influisse in un modo regolare sulla di- » rezione delle orbite cometarie nello spazio, tutti i valori dell'inclina- » zione all'ecclittica avrebbero una probabilità eguale; di guisa che la » media delle inclinazioni dovrebbe convergere verso l'angolo semiret- » to ». Per mostrare l'insussistenza d'una tale supposizione egli reca l'esempio d'un globo sul quale siano segnati i circoli di longitudine e di latitudine, ed immagina che essendo lanciato alla ventura, si noti dopo ogni getto il punto su cui si ferma appoggiandosi ad un piano

(1) *Traité d'Astronomie* par Sir John Herschel, *traduit de l'anglais et suivi d'une addition sur la distribution des orbites cométaires dans l'espace.* Par Augustin Cournot, pag. 499.

sottoposto, e la distanza d'un tal punto dall' uno de' poli. Esaminando attentamente le circostanze del caso proposto, si trova che quanto più saranno moltiplicati i getti del globo, tanto più il valor medio delle distanze dal polo si andrà accostando ad un certo limite, per determinare il quale è necessario supporre che il numero N dei getti sia infinito. Supponendo allora che gli N punti siano uniformemente ripartiti sopra la superficie d'un emisfero, si vede che una zona qualunque rinchiusa fra le due distanze dal polo φ e $\varphi + d\varphi$ conterrà un numero di punti $= N \sin. \varphi \, d\varphi$, e quindi la distanza media di questi punti dal polo espressa in parti del quadrante si avrà dividendo per N l'integrale $\int N \varphi \sin. \varphi \, d\varphi$ steso da $\varphi = 0$ a $\varphi = \frac{1}{2}\varpi$. Sarà dunque questa distanza media in parti del quadrante eguale all'unità, ed in gradi sessagesimali eguale a $\frac{90}{1,5707}$ ossia a $57^\circ\,17'$.

Per applicare questi principj al caso dei poli delle orbite delle comete riferite al polo dell'ecclittica, il signor Cournot si valse del catalogo che trovasi negli Elementi di astronomia del professore Santini, al quale aggiunse le due comete ch'erano state osservate nel 1831 e 1832; ond'ebbe 139 orbite, non contando le ripetute apparizioni delle tre comete il cui periodo è posto fuori di dubbio, cioè quelle di Halley, di Encke e di Biela, alle quali attribuì le inclinazioni che avevano rispettivamente negli anni 1607, 1786 e 1772. Egli giudicò inoltre conveniente di omettere come troppo incerte le osservazioni chinesi, arabe ed europee anteriori al XVI secolo, con cui furono determinati gli elementi delle comete segnate coi numeri dall'1 al 16. E siccome egli dice che con questa esclusione ridusse il numero delle orbite a 123, ne deduciamo la conseguenza ch'egli conservò quella periodica dell'anno 1264, che porta il numero 9, scrivendola sotto l'anno 1556, epoca della sua seconda apparizione. Prendendo egli allora i valori medj, prima di 10 successive inclinazioni, poi di 20, indi di 30, e così successivamente, trovò una serie di cifre che convergono verso il limite di $49^\circ\,44'$, inferiore di molto a quello sopra riferito, ch'egli chiama *la moyenne théorique*.

Io ho voluto ripetere questo computo, valendomi dell'elenco degli elementi delle comete prolungato fino all'epoca attuale, e conservando

inoltre anche i primi che l'autore aveva rigettati considerandoli come incerti. Mi parve infatti che l'allegata inesattezza delle antiche osservazioni non fosse un motivo sufficiente per escludere le inclinazioni delle orbite che se ne sono dedotte, trattandosi qui d'un calcolo di probabilità nel quale si giunge ad avvicinarsi ad un certo limite per la fortuita compensazione di differenze molto considerevoli, ma però ora positive ed ora negative. Si avrebbe un sufficiente fondamento per escludere le osservazioni antiche solo nel caso che venisse provato che l'errore da cui sono affette tendesse a far comparire le inclinazioni che si mettono in calcolo, o sempre più grandi o sempre più piccole del vero. Abbiamo per contrario escluse le 7 orbite delle comete a breve periodo, giacchè da noi si considerano come costituenti un separato sistema, e come aventi, al pari de' pianeti principali, una tendenza ad accostarsi all'ecclittica. Acciò il calcolo da noi istituito possa essere, occorrendo, verificato, riportiamo qui le inclinazioni di ciascuna cometa, le quali, fino al numero 127, sono state desunte dal catalogo sopra indicato, e le successive da diversi articoli del giornale del signor Schumacher (1). La cometa segnata col N. 13 è stata omessa, perchè la sua inclinazione non è stata determinata.

NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO		INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.	NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO		INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.
	Anno	Giorno				Anno	Giorno		
1	240	315	44.° 0′		11	1301	243	80.° 0′	
2	539	293	10. 0		12	1337	152	32.11	
3	565	190	62. 0		14	1362	70	21. 0	
4	837	60	10. 0		15	1456	160	17.56	
5	989	255	17. 0	396.°57′	16	1472	59	5.20	430.°31′
6	1066	150	75. 0		17	1532	292	32.36	
7	1097	264	73.30		18	1533	165	28.14	
8	1231	30	6. 5		19	1558	222	73.49	
9	1264	198	30.25		20	1577	299	74.33	
10	1299	90	68.57		21	1580	333	64.52	

(1) *Astronomische Nachrichten herausgegeben von* H. C. Schumacher. Altona.

NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO Anno	Giorno	INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.
22	1582	126	61°.28′	
23	1585	280	6. 4	
24	1590	39	29.41	
25	1593	199	87.58	
26	1596	221	52 10	429°.49′
27	1618	229	21.28	
28	1618	312	37.12	
29	1652	317	79.28	
30	1661	26	33. 1	
31	1664	339	21.19	
32	1665	114	76. 5	
33	1672	61	83.22	
34	1677	126	79. 3	
35	1678	238	3. 4	
36	1680	352	60.40	573°.53′
37	1683	194	83.11	
38	1684	160	65.49	
39	1686	259	31.22	
40	1689	335	69.17	
41	1695	321	22. 0	
42	1698	291	11.46	
43	1699	13	69.20	
44	1701	290	11.39	
45	1702	72	4.25	
46	1706	30	55.14	446°.41′
47	1707	345	88.36	
48	1718	14	30.20	
49	1723	270	49.55	
50	1729	164	77. 5	
51	1737	30	18.21	
52	1737	159	39.14	
53	1739	168	55.53	
54	1742	39	66.52	
55	1743	10	2.16	
56	1743	265	45.48	501°.41′
57	1744	61	47.11	
58	1747	62	79. 7	
59	1748	119	85.27	
60	1748	170	67. 3	
61	1757	294	12.50	

NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO Anno	Giorno	INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.
62	1758	162	68°.19′	
63	1759	331	79. 7	
64	1759	350	4.52	
65	1762	148	85.38	
66	1763	305	72.32	484°.19′
67	1764	43	52.47	
68	1766	48	40.50	
69	1766	116	8. 2	
70	1769	280	40.46	
72	1770	326	31.26	
73	1771	109	11.15	
75	1773	248	61.14	
76	1774	227	83.20	
77	1779	4	32.25	
78	1780	274	53.48	544°.23′
79	1780	333	72. 3	
80	1781	188	81.43	
81	1781	333	27.12	
83	1784	21	51. 9	
84	1785	27	70.14	
85	1785	98	87. 7	
87	1786	189	50.59	
88	1787	130	48.16	
89	1788	315	12.28	
90	1788	325	64.30	504°.41′
91	1790	15	31.54	
92	1790	28	56.58	
93	1790	140	63.35	
94	1792	13	39.47	
95	1792	362	49. 7	
96	1793	308	60.21	
98	1796	93	64.55	
99	1797	190	50.41	
100	1798	94	43.45	
101	1798	365	42.15	524°.46′
102	1799	250	50.58	
103	1799	359	77. 1	
104	1801	220	21.20	
105	1802	252	57. 1	
106	1804	44	56.29	

NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO Anno	Giorno	INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.
107	1806	362	35. 4	
108	1807	261	63.13	
109	1808	194	39.19	
110	1810	278	62.46	
111	1811	255	73. 2	525°.20′
112	1811	314	31.17	
113	1812	259	73.57	
114	1813	63	21.10	
115	1813	139	81. 2	
116	1815	115	44.30	
117	1818	56	89.44	
118	1818	338	62.41	
119	1819	178	80.44	
120	1819	199	10.43	
122	1821	80	73.33	592°.8
123	1822	125	53.35	
124	1822	197	37.43	
125	1822	296	52.39	
126	1823	343	76.12	
127	1824	193	54.34	

NUMERO DEL CATALOGO	PASSAGGIO PEL PERIELIO Anno	Giorno	INCLINAZ. ALL' ECCLITTICA	SOMMA DELLE DIECI INCLINAZ.
128	1824	273	54°.36′	
129	1825	150	56.41	
130	1825	345	33.35	
131	1825	230	89.42	
132	1826	111	40. 0	565°.14′
133	1826	281	25.57	
134	1826	322	89.25	
135	1827	35	77.36	
136	1827	158	43.39	
137	1827	254	54. 3	
138	1830	99	21.16	
139	1830	361	44.45	
140	1832	270	43.18	
141	1833	254	7. 1	
142	1834	92	5.57	381°.17′
143	1835	87	9. 7	
144	1840	4	52.32	
145	1840	72	59.14	
146	1840	93	79.51	
147	1840	319	58.16	
148	1842	349	73.34	
149	1843	58	35.31	161°.43′
150	1843	125	52.38	

Riunendo le somme delle successive decine e dividendo i numeri che risultano pel numero delle orbite, si ottengono i seguenti medj, i quali convergono verso un limite di poco inferiore a quello trovato dal signor Cournot (1).

Somma di	10	596°.57′	medio di	10	39°.42′
	20	827.28		20	41.22
	30	1257.17		30	41.55
	40	1851.10		40	40.47
	50	2277.51		50	45.33

(1) Non ci è sembrato necessario rifare questo calcolo per inchiudervi le cinque comete che sono state osservate dopo il maggio dello scorso anno 1844, giacchè la loro introduzione di poco farebbe variare il limite che abbiamo determinato.

Somma di	60	2779.32′	medio di	60	46.20′
	70	3263.31		70	46.38
	80	3808.14		80	47.36
	90	4312.33		90	47.33
	100	4837.41		100	48.23
	110	5363. 1		110	48.43
	120	5933. 9		120	49.38
	130	6520.23		130	50. 9
	140	6901.40		140	49.17
	143	7063.23		143	49.24

Non ostante però che il medio trovato si scosti di quasi otto gradi dal medio teorico, non credo che si possa ritenere come posta fuori di dubbio la tendenza dei piani in cui si muovono le comete di orbite allungatissime a ravvicinarsi all' ecclittica; giacchè è probabile che la preponderanza delle piccole inclinazioni sulle più grandi debbasi almeno in parte attribuire al fatto che sul nostro globo i cercatori e gli osservatori di comete sono, ed erano anche in passato, collocati nell' emisfero boreale e in distanza dall' equatore, cioè in Europa e nella Cina. Ora in questa situazione dovette sfuggire alle loro ricerche un certo numero di comete, le quali avendo una considerabile inclinazione all' ecclittica, possono essere entrate ed essersi mantenute nella sfera di visibilità con un argomento di latitudine non molto discosto dal limite australe; mentre con assai maggiore facilità si presentarono ai loro occhi quelle altre che avendo una piccola inclinazione all' ecclittica non potevano notabilmente allontanarsi dal tropico del capricorno. Questa eccezione non può farsi alle inclinazioni delle orbite delle comete a breve periodo, giacchè se fra esse ve ne fosse alcuna che avesse un' orbita grandemente inclinata all' ecclittica, entrando più volte a non lunghi intervalli nella sfera di visibilità, non potrebbe a lungo sfuggire alla vista degli astronomi di Europa; oltre di che, consultando il registro della pag. 159 si vede che non solo il valor medio delle inclinazioni per gli astri che costituiscono la classe intermedia è notabilmente minore di 57°, ma nessuna di esse oltrepassa questo limite.

Noi riterremo intanto come valor medio delle inclinazioni delle orbite dato dall' immediata osservazione, i numeri seguenti

Pei pianeti primarj . . . . . 3°.56′
Pei corpi celesti della classe intermedia 19.36
Per le comete di orbite allungatissime 49.24

Il signor Cournot cerca per ultimo separatamente il limite del medio delle inclinazioni per le comete dirette e per le retrograde, e trova che il secondo supera il primo di 6°. 22′, differenza in vero assai considerabile, e ch' egli propenderebbe ad attribuire alle perturbazioni esercitate dai pianeti. Ma questa differenza verrà notabilmente diminuita, se dal novero generale delle comete si separino, come abbiam fatto fin ora, quelle a breve periodo. Infatti si è veduto che queste hanno generalmente una inclinazione assai piccola, ed appartengono tutte alla classe delle dirette; è dunque chiaro che cancellando dalle somme di questa classe delle quantità tutte minori del medio, si avrà il nuovo medio notabilmente più grande. Eseguito il calcolo, trovo

COMETE DIRETTE				COMETE RETROGRADE			
SOMMA DI		MEDIO DI		SOMMA DI		MEDIO DI	
10	375°.46′	10	37°.35′	10	383°.13′	10	38°.19′
20	879.10	20	43.57	20	941.46	20	47. 5
30	1300.35	30	43.21	30	1470.59	30	49. 2
40	1823.38	40	45.35	40	1948. 5	40	48.42
50	2400.55	50	48. 1	50	2478.39	50	49.34
60	2978.13	60	49.38	60	2990.28	60	49.50
71	3455.51	71	48.40	72	3607.32	72	50. 6

e quindi la differenza non è più che di 1°.26′, onde siamo dispensati dal ricercare qualche causa cosmologica, che ne offra una verosimile spiegazione.

PARTE SECONDA.

L'espulsione di Mercurio dal novero dei pianeti primarj, lungi dal turbare l'ordine sussistente nelle loro distanze medie dal Sole, serve a ridurlo a regolarità maggiore. Anche questa riflessione è dovuta al signor Cournot, il quale in una nota alla citata traduzione dell'Astronomia di Herschel (pag. 324), avendo presa in esame la legge già proposta dal Lambert e rischiarata dal Bode (1) per rappresentare le distanze dei pianeti dal Sole, così si esprime: « Giusta questa legge, se » si concepisce il raggio dell'orbita terrestre diviso in 10 parti, il rag- » gio dell'orbita di Mercurio ne conterrà 4 ; il raggio dell'orbita di » Venere 4 + 3, ossia 7 ; quello dell'orbita della Terra 4 più due » volte 3, cioè 10; quello dell'orbita di Marte 4 più quattro volte 3, » ossia 16; quello dell'orbita di Cerere (presa fra i quattro pianeti » telescopici), 4 più otto volte 3, ovvero 28..... Questi valori si scostano » di poco dai valori dei semiassi maggiori, dedotti dalla legge di » Keplero; ma evidentemente questa maniera di presentare la progres- » sione degli intervalli è affatto arbitraria, e non è stata immaginata » che affine di salvare l'irregolarità che offre il pianeta Mercurio. Ora » è da notarsi che Mercurio fa egualmente eccezione nel sistema dei » sette pianeti non telescopici, tanto per la grandezza dell'eccentricità » della sua orbita, quasi eguale a quella delle orbite di Giunone e » Pallade, quanto per la notabile distanza del polo del piano in cui » si muove dalla regione del cielo ove sono presentemente aggruppati » i poli delle sei altre orbite planetarie ». L'obbiezione del signor Cournot è giustissima, avvegnachè, oltre l'attribuire alle distanze dei pianeti dei valori che si allontanano notabilmente dal vero, la progressione di Bode non soddisfa neppure alla legge di continuità. Infatti, indicati i diversi pianeti coi numeri progressivi 1, 2, 3, ... *n*

(1) *Einleitung zur Kenntniss des gestirnten Himmels.* Edizione seconda 1772.

e le distanze medie rispettive dal Sole con d_1, d_2, $d_3 \ldots . d_n$, la regola darebbe in generale $d_n = 4 + 3 \cdot 2^{n-2}$, ove fatto $n = 1$ si ha per Mercurio $4 + \frac{3}{2} = 3\frac{1}{2}$ invece di 4. . . . . .

La formula immaginata non può dunque esser quella che rappresenti un fatto costante della natura. Ma se noi, come propone l'autor francese, allontaneremo il valetto di Giove dal nobil consesso degli altri déi maggiori, tutto rientrerà nell' ordine naturale.

Il Bode nella composizione della sua formula si era invece imposta un' altra condizione, che non è punto necessaria; quella cioè che quando la distanza media della Terra dal Sole venisse rappresentata col numero 10, tutte le altre distanze fossero espresse in numeri interi. Ma poichè per una parte la distanza che si prende per unità di misura è quantità puramente arbitraria, e per l' altra già sappiamo che le distanze medie dei pianeti, del pari che i tempi delle loro rivoluzioni intorno al Sole, sono quantità incommensurabili fra loro, ci sarà lecito il cercare di avvicinarci al vero, assumendo la formula generale $d_n = x + y \cdot z^{n-1}$ e determinando le tre incognite, x, y, z, in modo che il divario sulle distanze medie date dalla legge di Keplero (escluso sempre Mercurio che per noi già fa parte dei corpi celesti della seconda classe) sia il più piccolo possibile (1). A questo fine nella formula $d_n = x + y \cdot z^{n-1}$ fatto successivamente $n = 1$, $n = 2$ fino

(1) Ci sarà, crediam noi, facilmente accordato, che i coefficienti x ed y, i quali dipendono da unità di misura in tutto arbitrarie, possano essere rappresentati da numeri frazionarj; ma forse alcuno avrà difficoltà nel farci l'istessa concessione per rispetto al coefficiente z sostituito al numero 2 dato dalla legge di Bode, il quale non è che un numero astratto. Per risolvere questo dubbio senza entrare in considerazioni metafisiche, ci basterà recare fra molti un esempio in cui un numero astratto che entra nell' espressione delle leggi della celeste meccanica, non solamente non è numero intero, ma è quantità irrazionale. Il rapporto delle velocità di due corpi del sistema solare, posti ad eguale distanza dal Sole, uno de'quali si mova in un'orbita circolare e l'altro in una parabolica, è sicuramente numero astratto, perchè non dipende nè dall' unità delle distanze, nè dall' unità del tempo; ora questo rapporto è espresso da 1,4142, ossia dalla radice di 2. (Lambert, *Insigniores orbitæ cometarum proprietates*, p. 36) Una discussione analoga a questa venne già agitata lo scorso secolo fra due illustri Membri della R. Accademia di Parigi. Avendo il Clairaut proposto di modificare la legge dell' attrazione neutoniana, aggiungendo al termine proporzionale all' unità divisa pel quadrato della distanza un altro termine più piccolo, funzione della distanza stessa, e molti-

ad $n = 7$, e ritenuta per unità la decima parte della distanza media del Sole, porremo in luogo di d_1, d_2, d_3, ec. il decuplo delle distanze medie dal Sole, di Venere, della Terra, di Marte, ec., fino a quella di Urano. Per rispetto al valore di d_4 che corrisponderebbe alle orbite dei quattro nuovi pianeti è da notarsi che due di essi che si muovono in orbite molto eccentriche sono stati da noi collocati nella classe intermedia, ossia fra le comete a breve periodo; per lo che per d_4 prenderemo dieci volte il medio aritmetico fra i semiassi maggiori degli altri due, Cerere e Vesta; ora si ha

Per Cerere il semiasse maggiore	=	2,77091
Per Vesta	=	2,36148
Sarà dunque per noi d_4	=	25,6620

Scrivendo poi per ordine tutti i valori di d_n che abbiamo desunti dal *Prospetto generale del sistema solare del signor Hansen professore a Berlino*, del quale fu pubblicata la versione italiana in Milano nel 1859, avremo le seguenti equazioni

$n = 1$	,	$x + y$	= 7,2333	
2	,	$x + y.z$	= 10,0000	
3	,	$x + y.z^2$	= 15,2369	
4	,	$x + y.z^3$	= 25,6620	(a)
5	,	$x + y.z^4$	= 52,0277	
6	,	$x + y.z^5$	= 95,3885	
7	,	$x + y.z^6$	= 191,8239	

plicato da un coefficiente da determinarsi col mezzo dell'osservazione, il Buffon opponeva che una legge della natura doveva essere rappresentata da un solo termine, e che l'introdurre nell'espressione di essa un numero astratto era cosa assurda. « Existe-t-il dans la nature, » diceva egli, un coëfficient comme un 4, un » 5, un 6, etc.? et n'y a-t-il pas de l'absur- » dité à supposer qu'un nombre puisse exister » réellement, ou qu'un coëfficient puisse être » une qualité essentielle à la matière? » Ma replicava il Clairaut. « Avant de lui repondre, je » le prie de me dire si le 2 qui sert d'expo- » sant dans la loi du quarré, et l'exposant *n* » qu'il veut bien admettre en recevant la loi » d'un seul terme, existent plus dans la na- » ture que le coëfficient de mon second ter- » me » : *Mémoires de l'Academie R. des sciences, année* 1745 *p.* 582 *et* 584. La controversia, la quale diede luogo a molti scritti prodotti in appoggio dell'una e dell'altra opinione, rimase sopita, allorchè il Clairaut ebbe trovato che spingendo più oltre le approssimazioni si otteneva un valore del moto del perigeo lunare assai vicino a quello dato dalle osservazioni senza dipartirsi dall'ipotesi neutoniana.

Per risolvere queste equazioni ho cominciato dal sottrarre ciascuna di esse dalla successiva, indi posto, per semplificare il calcolo, $\log. y\,(z-1) = p$, $\log. z = q$, ho preso i logaritmi dei due membri delle equazioni risultanti, e per tal modo ho ottenuto

$$\begin{array}{llll} y\,(z-1) & = 2{,}7667 & p & = 0{,}4419621 \\ y\,(z-1)\,z & = 5{,}2369 & p+q & = 0{,}7190743 \\ y\,(z-1)\,z^2 & = 10{,}4251 & p+2q & = 1{,}0180803 \\ y\,(z-1)\,z^3 & = 26{,}3637 & p+3q & = 1{,}4210393 \\ y\,(z-1)\,z^4 & = 43{,}3608 & p+4q & = 1{,}6370973 \\ y\,(z-1)\,z^5 & = 96{,}4354 & p+5q & = 1{,}9842363 \end{array} \qquad (b)$$

Poichè per determinare le due incognite p e q abbiamo un numero d' equazioni superiore al bisogno, per ottenere i valori di esse più verisimili faremo uso del metodo dei minimi quadrati, il quale nel caso presente conduce prima a far la somma delle sei equazioni, indi a sommarle di nuovo dopo averle rispettivamente moltiplicate pel coefficiente di q. In tal modo le sei eguaglianze risulteranno compendiate nelle due seguenti:

$$\begin{array}{l} 6p + 15q = 7{,}2214898 \\ 15p + 55q = 23{,}4879245 \end{array} \qquad (c)$$

Moltiplicando la prima per 5 e la seconda per 2, indi sottraendo l' un prodotto dall' altro, avremo

$$\begin{array}{l} 30p + 75q = 36{,}1074490 \\ 30p + 110q = 46{,}9758490 \\ \qquad\quad 35q = 10{,}8684000 \quad \text{e quindi} \quad q = 0{,}3105957 \end{array}$$

Moltiplicando la prima equazione per $\frac{7}{15}$ sarà

$14p + 35q = 16{,}8501429$, da cui sottraendo il valore di $35q$, resterà $14p = 5{,}9817429$, e perciò $p = 0{,}4272673$

Dal trovato valore di q si ricava $z = 10^q = 2{,}0445405$, e successivamente $z - 1 = 1{,}0445405$,

$\log. y = p - \log. (z-1) = 0{,}4085422$, $y = 2{,}560605$.

Sottraendo ora in ciascuna delle equazioni, dal secondo membro il valore di $y \cdot z^{n-1}$ calcolato coi dati precedenti, si avranno altrettante determinazioni di x, fralle quali, per distribuire equabilmente le discordanze fra il calcolo e l'osservazione, prenderemo il medio aritmetico

$n = 1$, $y \cdot z^{n-1} =$	2,5606 ,	$d_n - y \cdot z^{n-1} =$ 4,6727
2	5,2555	4,7647
3	10,7057	4,5532
4	21,8841	5,7779
5	44,7450	7,2847
6	91,4789	5,9097
7	187,0522	4,7917
	valor medio $= x =$	4,8192

sarebbe dunque la formola da sostituirsi a quella di Bode

$$d_n = 4{,}8192 + 2{,}560605\,(2{,}0445405)^{n-1} \quad (d).$$

Questa espressione non può però ancora ritenersi come la più prossima al vero, ossia come quella la quale soddisfaccia alla condizione che la somma dei quadrati delle differenze fra le distanze calcolate ed osservate sia un minimo. Infatti le equazioni che ci erano date da risolvere essendo esponenziali, non abbiamo potuto applicare ad esse il metodo de'minimi quadrati se non dopo averle assoggettate ad una preliminare eliminazione d'una delle incognite, ed aver fatto passaggio dai numeri ai logaritmi. Ma poichè ora abbiamo un valore approssimato delle tre incognite x, y, z, potremo immaginare che sian esse rispettivamente accresciute d'un aumento piccolissimo che indicheremo con Δx, Δy, Δz. Introducendo i nuovi valori nelle equazioni (a), svolgendo e trascurando le potenze degli aumenti superiori alla prima, avremo sette equazioni di primo grado fralle nuove incognite alle quali potremo applicare immediatamente il metodo succennato. Ora indicando con Δd_n la differenza fra le distanze osser-

vate, e quelle risultanti dalla espressione (d), le equazioni da risolversi saranno della forma

$$\Delta x + z^{n-1}\,\Delta y + (n-1)\,yz^{n-2}\,\Delta z = \Delta d_n,$$

che rappresenteremo per maggior semplicità con

$$\Delta x + M\Delta y + N\Delta z = P;$$

posto ciò, avremo da risolvere le tre equazioni

$$\begin{aligned} y.\Delta x + \Sigma M\ .\Delta y + \Sigma N\ .\Delta z &= \Sigma P \\ \Sigma M.\Delta x + \Sigma M^2\ .\Delta y + \Sigma MN.\Delta z &= \Sigma MP \\ \Sigma N.\Delta x + \Sigma MN.\Delta y + \Sigma N^2\ .\Delta x &= \Sigma NP \end{aligned}$$

Le somme qui indicate dovendo essere estese solo da $n=1$ ad $n=7$ sono facili da eseguirsi con operazioni aritmetiche, ma si possono, volendo, abbreviare oppure soltanto verificare per mezzo di espressioni analitiche. Essendo $M = z^{n-1}$ si ha infatti

$$\Sigma M = 1 + z + z^2 + z^3 \ldots\ldots + z^6 = \frac{z^7 - 1}{z - 1}$$

$$\Sigma N = y\,(1 + 2z + 3z^2 \ldots\ldots + 6z^5) = y\,\frac{6z^7 - 7z^6 + 1}{(z-1)^2}$$

e così delle altre somme.

Operando in un modo o nell'altro, si troveranno i coefficienti numerici delle tre equazioni, le quali saranno

$$\begin{aligned} 7{,}00000.\Delta x + 142{,}01204.\Delta y + 905{,}2668.\Delta z &= 0 \\ 142{,}01204.\Delta x + 7012{,}506\ .\Delta y + 49933{,}82\ .\Delta z &= -1{,}7771 \\ 905{,}2668\ .\Delta x + 49933{,}82\ .\Delta y + 360119{,}8\ .\Delta z &= -39{,}55 \end{aligned}$$

e daranno per mezzo dell'eliminazione

$$\Delta x = -1{,}0930, \qquad \Delta y = +0{,}278713, \qquad \Delta z = -0{,}036069$$

Queste correzioni dovranno applicarsi ai valori assunti come prossimi al vero delle tre incognite, ed allora si avrà

$$x + \Delta x = 3{,}7262,\ y + \Delta y = 2{,}839316,\ z + \Delta z = 2{,}008471.$$

Sebbene le correzioni sieno risultate assai piccole, ed il computo numerico sia stato eseguito coll'esattezza delle seste cifre decimali, pure siamo ancora lontani dall' aver ottenuto l' intento di rappresentare le sette equazioni originali in modo che la somma degli errori positivi riesca eguale a quella dei negativi, e che la somma dei quadrati degli errori sia un minimo. Questa imperfezione del calcolo proviene dalla circostanza che dovendo svolgere dei binomii elevati a potenze alquanto considerabili, i coefficienti delle potenze superiori della quantità che si considera come piccolissima crescono rapidamente e fanno sì che i termini omessi non siano affatto trascurabili a fronte di quelli che si conservano. Per avvicinarmi possibilmente al vero mi convenne perciò passare per una serie di successive approssimazioni, nelle quali riteneva pei valori di x, y, z, quelli di $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$ risultanti dall'approssimazione precedente. I valori successivi a cui pervenni trovansi raccolti nella seguente tabella:

APPROSSIMAZIONE	VALORE DI		
	x	y	z
1.ª	4,8192	2,560603	2,044540
2.ª	3,7262	2,839316	2,008471
3.ª	4,4032	2,683900	2,028189
4.ª	4,4549	2,672193	2,030243

Arrestandoci a quest' ultima avremo

$$d_n = 4{,}4549 + 2{,}672193\ (2{,}030245)^{n-1}$$

ove fatta successivamente $n = 1, 2, 3 \ldots 7$ si hanno i valori delle distanze date dalla formula e le differenze colle osservazioni ossia i valori di P

	d_n calcolato	d_n osservato	P
$n = 1$	7,1271	7,2333	+ 0,1062
2	9,8801	10,0000	+ 0,1199
3	15,4694	15,2369	— 0,2325
4	26,8170	25,6620	— 1,1550
5	49,8353	52,0277	+ 2,1724
6	96,6288	95,3885	— 1,2403
7	191,5903	191,8239	+ 0,2336
		Somma	+ 0,0043

Siamo dunque pervenuti a una espressione nella quale la massima differenza dal vero arriva a sole 2 parti, e la somma delle differenze positive e negative a quattro millesime dell' unità di cui la distanza della Terra dal Sole ne contiene dieci; mentre nella formula di Bode la massima differenza arriva a 4 parti, e la somma delle differenze a — 9.

Ma esaminando partitamente le differenze che ancora sussistono, si rileva che la maggiore cade sulla distanza media di Giove, il quale ha fra i pianeti la massa più considerabile; nasce perciò il dubbio che la legge che si va cercando, dipenda in qualche parte anche dalla massa dei pianeti diversi. Volli perciò tentare, procedendo sempre per vie empiriche, se introducendo nell'espressione di d_n un termine dipendente dalla massa di ciascun pianeta, si potesse ottenere di sminuire le differenze sussistenti fra il calcolo e l' osservazione. Ma poichè nessun raziocinio potrebbe condurci a riconoscere la forma che possa avere questo termine, intorno al quale non sappiamo altro se non che debb' essere una quantità piccolissima e dell' ordine di quelle

che abbiamo fin ora considerate, adotteremo per esso la forma più semplice e supporremo che sia eguale alla massa di ciascun pianeta, che indicheremo con Q_n, moltiplicata per un coefficiente piccolissimo u da determinarsi per mezzo delle distanze date. Saranno dunque le equazioni da risolversi della forma

$$d_n = x + y z^{n-1} + u Q_n .$$

Le masse dei pianeti che ho adoperate in questo calcolo sono state desunte dalla già citata Astronomia di Herschel (pag. 490 della traduzione francese), coll'avvertenza che ove dice trilionesimi della massa del Sole, deve leggersi bilionesimi. Queste masse sono state da noi ridotte in parti della massa della Terra, e per rispetto a quelle di Cerere e di Vesta, che non si conoscono, ma si sa dover essere estremamente piccole, le abbiamo ritenute come eguali a zero.

NUM.	PIANETI	MASSE IN PARTI	
		DELLA MASSA DEL SOLE	DELLA MASSA DELLA TERRA
1	Venere	0,000 002 463 836	$0,874 = Q_1$
2	Terra	0,000 002 817 409	$1,000 = Q_2$
3	Marte	0,000 000 392 735	$0,139 = Q_3$
4	Cerere, Vesta	0,000 000 000 000	$0,000 = Q_4$
5	Giove	0,000 953 570 222	$338,454 = Q_5$
6	Saturno	0,000 284 738 000	$101,065 = Q_6$
7	Urano	0,000 055 899 812	$19,841 = Q_7$

Era facile il vedere che le variazioni nelle costanti x, y, z già determinate, risultanti dall'aggiunta dei nuovi termini $u Q_n$ nelle sette equazioni fondamentali, dovevano essere quantità piccolissime e dell'ordine del coefficiente u. Mi era perciò immaginato di poter giungere per successive approssimazioni alla determinazione di Δx, Δy, Δz, u partendo dagli ultimi valori approssimati delle suddette costanti; ma dopo aver eseguiti diversi calcoli mi accorsi di essere

caduto in uno dei casi nei quali, giusta le riflessioni del Lagrange, il metodo neutoniano per la risoluzione delle equazioni conduce a valori continuamente divergenti e lontani dal vero. Mi convenne perciò cercar di nuovo dei valori approssimati delle incognite, cominciando, come si è praticato alla pag. 172, dall' eliminare alcune di esse, indi passando dai numeri ai logaritmi, affine di fare sparire le espressioni esponenziali. Scrivendo di nuovo le equazioni fondamentali, e trasferendo, per facilitare gli svolgimenti che dovremo eseguire in appresso nel secondo membro, il termine $Q_n\, u$, avremo

$$\begin{aligned}
x + y &= 7{,}2333 - 0{,}374\,.\,u \\
x + yz &= 10{,}0000 - 1{,}000\,.\,u \\
x + yz^2 &= 15{,}2369 - 0{,}139\,.\,u \\
x + yz^3 &= 25{,}6620 - 0{,}000\,.\,u \\
x + yz^4 &= 52{,}0277 - 338{,}454\,.\,u \\
x + yz^5 &= 95{,}3385 - 101{,}065\,.\,u \\
x + yz^6 &= 191{,}8239 - 19{,}841\,.\,u
\end{aligned} \qquad (e)$$

Prendendo, come prima, le differenze, si avrà

$$\begin{aligned}
y(z-1) &= 2{,}7667 - 0{,}126\,.\,u \\
y(z-1)z &= 5{,}2369 + 0{,}861\,.\,u \\
y(z-1)z^2 &= 10{,}4251 + 0{,}139\,.\,u \\
y(z-1)z^3 &= 26{,}3657 - 338{,}454\,.\,u \\
y(z-1)z^4 &= 43{,}3608 + 257{,}389\,.\,u \\
y(z-1)z^5 &= 96{,}4354 + 81{,}224\,.\,u
\end{aligned} \qquad (f)$$

Per passare dai numeri ai logaritmi, si rappresentino con $h + ku$ i secondi membri di queste equazioni, si avrà svolgendo e trascurando le potenze superiori di u, $\log.(h + ku) = \log. h + 0{,}43429\frac{ku}{h}$; ritenuti poi i valori precedentemente attribuiti a p e q, si otterrà

$$\begin{aligned}
p &= 0{,}44196 - 0{,}01978\,.\,u \\
p + q &= 0{,}71907 + 0{,}07140\,.\,u \\
p + 2q &= 1{,}01808 + 0{,}00579\,.\,u \\
p + 3q &= 1{,}42104 - 3{,}57480\,.\,u \\
p + 4q &= 1{,}65710 + 2{,}57760\,.\,u \\
p + 5q &= 1{,}98424 + 0{,}56578\,.\,u
\end{aligned} \qquad (g)$$

Prendendo le differenze prime e le seconde fra le sei equazioni, si avrà successivamente

$$\begin{aligned} q &= 0{,}27711 + 0{,}09118\,.\,u \\ q &= 0{,}29901 - 0{,}06561\,.\,u \\ q &= 0{,}40296 - 3{,}38039\,.\,u \\ q &= 0{,}21606 + 7{,}93240\,.\,u \\ q &= 0{,}34714 - 2{,}01182\,.\,u \end{aligned} \qquad \begin{aligned} o &= + 0{,}02190 - 0{,}13679\,.\,u \\ o &= + 0{,}10393 - 3{,}31498\,.\,u \\ o &= - 0{,}18690 + 13{,}33299\,.\,u \\ o &= + 0{,}13108 - 9{,}96422\,.\,u \end{aligned}$$

Sommando le quattro equazioni, dopo aver cambiati i segni della terza, si avrà $0{,}44383 = 29{,}16898\,.\,u$, e quindi $u = 0{,}015216$. Da questa prima approssimazione passai ad una seconda, scrivendo $u + \Delta u$ al luogo di u, e riunendo la quantità cognita ku al primo termine del secondo membro delle equazioni (g). Fatto $h + ku = h'$ si ebbe allora a svolgere il logaritmo di $h' + k\Delta u$, onde le equazioni suddette si trasformarono nelle seguenti

$$\begin{aligned} p &= 0{,}44166 - 0{,}01979\,.\,\Delta u \\ p + q &= 0{,}72016 + 0{,}07124\,.\,\Delta u \\ p + 2q &= 1{,}01816 + 0{,}00379\,.\,\Delta u \\ p + 3q &= 1{,}32666 - 6{,}92803\,.\,\Delta u \\ p + 4q &= 1{,}67184 + 2{,}19482\,.\,\Delta u \\ p + 5q &= 1{,}98977 + 0{,}36113\,.\,\Delta u\,; \end{aligned}$$

le quali risolte col già usato processo diedero $\Delta u = - 0{,}000996$, e quindi pel valore di u più prossimo al vero $u = 0{,}014220$.

Una terza correzione di questo valore ci risultò minore d'una unità sulla quinta decimale; ritenendo perciò come bastantemente esatto il numero trovato ultimamente, e sostituendolo nelle equazioni (f) si ebbe

$$\begin{aligned} y\,(z-1) &= 2{,}7649 \\ y\,(z-1)\,z &= 5{,}2491 \\ y\,(z-1)\,z^2 &= 10{,}4271 \\ y\,(z-1)\,z^3 &= 21{,}3527 \\ y\,(z-1)\,z^4 &= 46{,}7367 \\ y\,(z-1)\,z^5 &= 97{,}5905 \end{aligned}$$

e di qui si dedusse col metodo già adoperato a pag. 172 $q = 0{,}311506$, $p = 0{,}41665$, $z = 2{,}04883$, log. $\gamma = 0{,}39595$, $\gamma = 2{,}48857$, e finalmente $x = 4{,}7680$.

Ma anche questa soluzione non può ritenersi come definitiva, stante che per le ragioni esposte alla pag. 173 non soddisfa alla condizione richiesta dal metodo de' minimi quadrati; ci converrà dunque sostituir di nuovo nelle equazioni (*e*) $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$, $u + \Delta u$ in luogo di x, y, z, u, svolgere le funzioni esponenziali e trascurare le potenze dei Δ superiori alla prima; in questo modo le equazioni da risolversi risulteranno dalla forma

$$\Delta x + M\Delta y + N\Delta z + Q\Delta u = P\ ,$$

le quali, essendo ora il numero delle incognite eguale a quattro, si ridurranno alle quattro seguenti

$$\begin{aligned}
7\Delta x + \Sigma M\,.\,\Delta y + \Sigma N\,.\,\Delta z + \Sigma Q\,.\,\Delta u &= \Sigma P\\
\Sigma M\Delta x + \Sigma M^2\,.\,\Delta y + \Sigma MN\,.\,\Delta z + \Sigma MQ\,.\,\Delta u &= \Sigma MP\\
\Sigma N\Delta x + \Sigma MN\,.\,\Delta y + \Sigma N^2\,.\,\Delta z + \Sigma NQ\,.\,\Delta u &= \Sigma NP\\
\Sigma Q\Delta x + \Sigma MQ\,.\,\Delta y + \Sigma NQ\,.\,\Delta z + \Sigma Q^2\,.\,\Delta u &= \Sigma QP,
\end{aligned}$$

che, ridotte in numeri, divengono

$$\begin{aligned}
7{,}000\,.\,\Delta x + 143{,}629\,.\,\Delta y + 888{,}604\,.\,\Delta z + 461{,}373\,.\,\Delta u &= 0\\
143{,}629\,.\,\Delta x + 7181\ .\,\Delta y + 49622\ .\,\Delta z + 11083{,}7\ .\,\Delta u &= +145{,}23\\
888{,}604\,.\,\Delta x + 49622\ .\,\Delta y + 347118\ .\,\Delta z + 61834\ .\,\Delta u &= +1167{,}90\\
461{,}373\,.\,\Delta x + 11083{,}7\ .\,\Delta y + 61834\ .\,\Delta z + 125161\ .\,\Delta u &= -489{,}19
\end{aligned}$$

Di qui ho cavato un primo valore delle quattro incognite; indi per diverse successive approssimazioni, ottenni le quantità qui avanti registrate

APPROSSIMAZIONE	VALORE DI			
	x	y	z	u
1.ª	4,7680	2,48857	2,04883	0,014220
2.ª	5,3695	2,16129	2,09766	0,012950
3.ª	5,2866	2,21825	2,09252	0,012305
4.ª	5,2857279	2,2186980	2,0925015	0,01230142

L'ultima approssimazione ci somministra la formula

$$d_n = 5{,}2857279 + 2{,}2186980\ (2{,}0925015)^{n-1} + 0{,}01230142\ .\ Q_n,$$

colla quale le distanze dei sette pianeti sono rappresentate entro assai ristretti limiti di differenze: in fatti si trova

	d_n calcolato	d_n osservato	differenza
$n = 1$	7,5152	7,2333	— 0,2819
2	9,9407	10,0000	+ 0,0593
3	15,0021	15,2369	+ 0,2348
4	25,6138	25,6620	+ 0,0482
5	51,9857	52,0277	+ 0,0420
6	95,5366	95,3885	— 0,1481
7	191,7784	191,8239	+ 0,0455
		Somma	— 0,0002.

La distanza di Giove, sulla quale cadeva da prima la maggiore discordanza, ora è quella che meno si discosta dal vero, sicchè sembra che la massa dei pianeti debba realmente modificare la legge delle distanze.

Tutte queste indagini, che rimarranno per lungo tempo nel regno delle pure ipotesi, possono assomigliarsi ai primi tentativi fatti dagli antichi astronomi onde rappresentare per via di eccentrici e di epicicli il movimento di corpi celesti. Ma, come osservò sagacemente il signor Valz valente astronomo di Marsiglia in un recente suo scritto nel quale espone delle idee alquanto ardite sulle alterazioni delle orbite cometarie: *c'est en ne craignant pas d'en émettre, et en les soumettant à un examen public, qu'on peut parvenir par fois à reconnaître des vérités scientifiques, si bien cachées qu'il est assez difficile de les decouvrir* (1).

Ciò per altro che c'induce a credere che nella legge di Bode vi abbia qualche cosa di reale, si è il riflesso che una relazione analoga ad essa sussiste per rispetto alle distanze dal pianeta centrale dei quattro satelliti di Giove. Supponendo che la distanza del satellite ennesimo sia rappresentato colla formula $\delta_n = a + b \cdot c^{n-1}$, si hanno le quattro equazioni seguenti, a lato delle quali sono scritte le successive differenze

$$\begin{aligned} a + b &= 5{,}3130 \\ a + bc &= 9{,}2487 \\ a + bc^2 &= 14{,}7524 \\ a + bc^3 &= 25{,}9469 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} b(c-1) &= 5{,}4357 \\ b(c-1)c &= 5{,}5057 \\ b(c-1)c^2 &= 11{,}1945 \end{aligned}$$

Presi i logaritmi e supposto $\log. b(c-1) = p$, $\log. c = q$, avremo le tre equazioni

$$\begin{aligned} p &= 0{,}55602 \\ p + q &= 0{,}74066 \\ p + 2q &= 1{,}04900, \end{aligned}$$

le quali si compendiano nelle due

$$3p + 3q = 2{,}32567, \qquad 3p + 3q = 2{,}33866$$

Di qui si deduce

$$p = 0{,}51372, \quad q = 0{,}25650, \quad b = 4{,}1003, \quad c = 1{,}8051;$$

(1) Astronom. Nachr. N.° 504.

e questi numeri sostituiti nelle equazioni originali danno i seguenti valori di α:

1,7122
1,8464
1,3904
1,8269

fra i quali si ritiene il medio $a = 1{,}6940$

Ometteremo per brevità di esporre le operazioni che abbiamo successivamente istituite per ottenere il valore delle costanti che più prossimamente rappresentano le distanze dei quattro satelliti, e ci limiteremo a trascrivere la formula finale, la quale fu

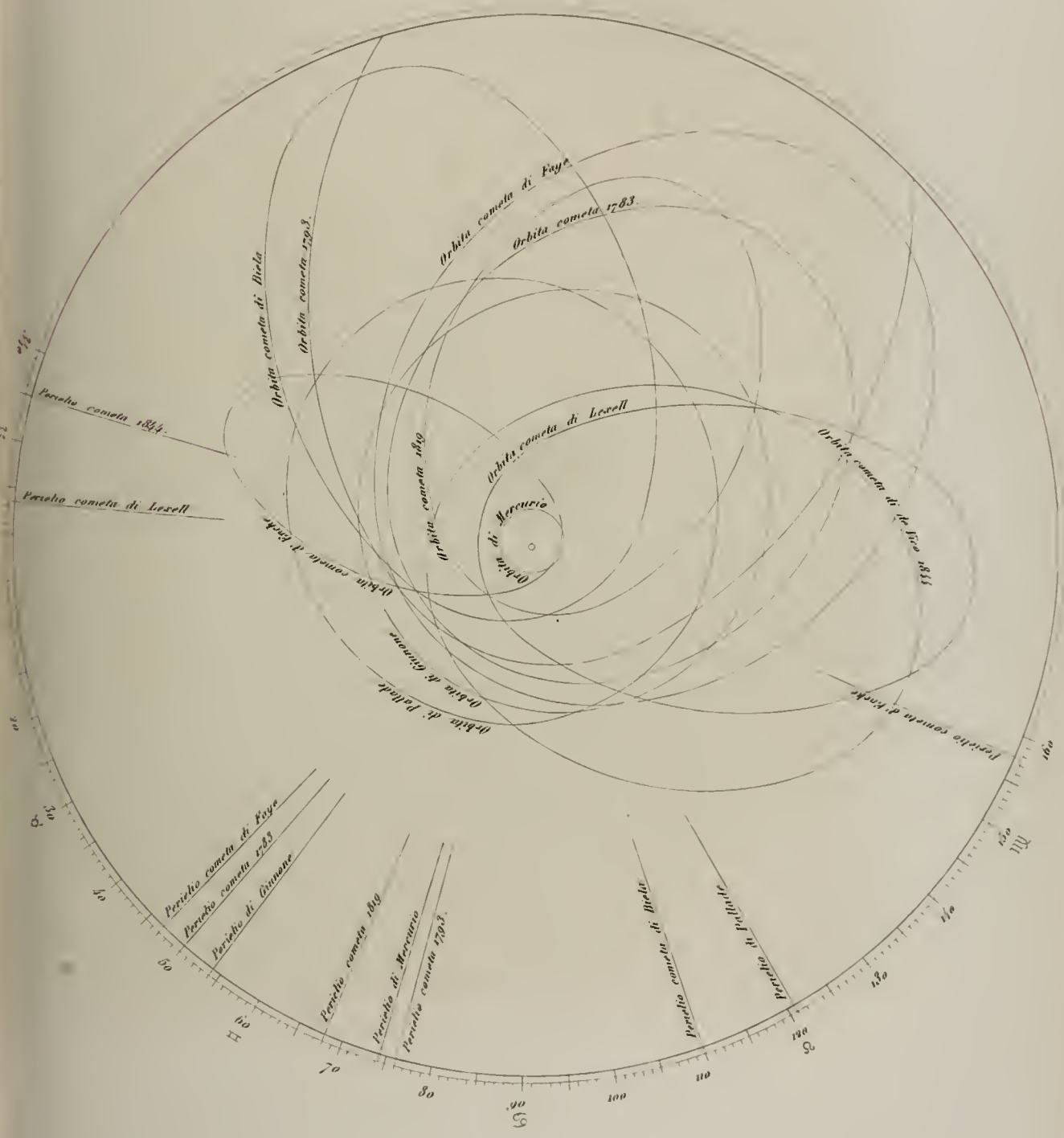
$$\delta_n = 2{,}3796 + 3{,}53752\,(1{,}88089)^{n-1}$$

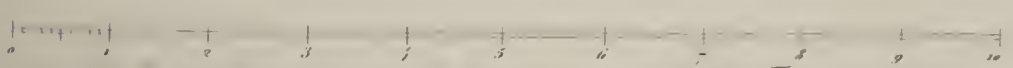
Questa, paragonata coi dati dell'osservazioni, somministra le differenze qui sotto notate

	δ_n calcolato	δ_n osservato	differenza
$n =$ 1 ,	5,9171	5,8130	— 0,1041
2 ,	9,0333	9,2487	+ 0,2154
3 ,	14,8945	14,7524	— 0,1421
4 ,	25,9186	25,9469	+ 0,0283
		Somma	— 0,0025.

ORBITE DEI CORPI DEL SISTEMA SOLARE

restituiti la Classe intermediai





Scala presa per unità la distanza media della Terra dal Sole

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

SUI

TERRENI DI SEDIMENTO INFERIORE

DELL'ITALIA SETTENTRIONALE

Memoria

DI GIULIO CURIONI

(Letta nell'adunanza dell'I. R. Istituto del giorno 2 Aprile 1843.)

Dolomieu, Brocchi, Breislak, Hericart de Thury ed altri geologi di gran fama avevano ammesso nei tempi andati, dietro un esame assai diligente del suolo dell'Italia superiore, che vi esistessero presso che tutti i terreni di sedimento inferiore che si erano riconosciuti costituire la corteccia del globo in tutte le altre regioni dove potè penetrare l'ardito passo del naturalista. Dolomieu riteneva che i terreni ad antraciti delle grandi Alpi, che per molti rapporti si mostrano connessi coi terreni più bassi dell'Italia settentrionale, appartenessero esclusivamente ai terreni primitivi. Hericart de Thury dimostrava in seguito che i terreni ad antracite dell'Oisans, connessi coi primi, erano associati ai terreni arenacei ed alle rocce di schisto argilloso ripiene di impressioni vegetali, per la qual cosa dovevano essere classificati tra i terreni secondarj; e nel 1808 Brochant faceva l'osservazione che i terreni antraciferi della Tarantasia e dell'Oisans, associati cogli schisti ad impressioni vegetali, colle puddinghe quarzose, cogli schisti micacei, si legavano coi terreni primitivi, e ne concludeva che dovevano essere considerati come spettanti ai terreni di transizione; opinione che venne di quei tempi ge-

neralmente ammessa. Nel 1827 però incominciarono ad elevarsi dubbj su tale classificazione di questi terreni, per le ricerche istituite dal signor Elia di Beaumont nella Tarantasia e nella Moriana. Egli scoperse belemniti nei banchi argilloso-calcarei di que' contorni, e si assicurò che questi banchi trovavansi tanto al di sopra quanto al di sotto delle arenarie e degli schisti neri con impressioni vegetali, racchiudenti antraciti connessi coi gneiss. Nella Tarantasia, il monte Buet contiene banchi ad antracite nelle parti inferiori, e i terreni a belemniti vanno a costituire le sue elevate cime; mentre nella Moriana, nella montagna di Chardonnet, gli schisti argillosi calcarei a belemniti riposano immediatamente sui terreni di gneiss, e sono ricoperti dalle arenarie e dagli schisti ad antracite che ne costituiscono la sommità. Il signor De Beaumont sostenne che i banchi a belemniti dei contorni di Petit-Cœur nella Tarantasia erano i primi membri di una immensa serie di schisti argillosi più o meno calcarei e di grès ad antraciti, e che tutti questi banchi, in cui si trovano talvolta belemniti, pentacriniti, ammoniti ed altri fossili, appartenevano ad una sola formazione. Osservando egli che le belemniti non si trovano mai in terreni più antichi del Giurese, e facendosi forte del legame degli schisti della Moriana con quelli dei contorni di Digne (Basse Alpi), riconosciuti generalmente come appartenenti al liasse, cioè al membro più basso della formazione giurese, opinava che si dovesse riportare a quest' ultimo terreno la serie intiera dei banchi ad antraciti, tanto del suddetto luogo come di molte altre parti delle Alpi, poichè le impressioni vegetali degli schisti antracitosi, tanto a Petit-Cœur quanto al Chardonnet, cioè alle due estremità della formazione, si incontrano anche nei contorni della Mure, a Valbannais, a Mont des Lens ed altrove. Questa opinione venne subito adottata da molti geologi; da altri non venne rigettata per rispetto alla ben meritata fama di diligente osservatore che seppe acquistarsi il signor di Beaumont, ma nemmeno ammessa definitivamente. Il signor Adolfo Brongniart non trovò tra le impressioni de' vegetabili fossili stati raccolti in questi terreni, in diversi luoghi, specie alcuna che non fosse propria dei terreni carboniferi antichi. Ciò esclude l' opinione emessa in seguito dal signor di Beaumont in favore del suo assunto, di un tras-

porto nelle Alpi nell'epoca liassica di vegetabili della flora primitiva, che forse ancora esistevano in qualche lontano luogo. In questa supposizione si sarebbero dovuti scoprire, in tanta abbondanza di impressioni vegetali, pur qualche traccia della flora contemporanea ai sedimenti a belemniti.

La cosa trovavasi in questo stato, quando il signor De la Bèche pubblicò il suo *Manuale geologico*. Accennò egli, come assai probabili, le idee del signor De Beaumont, applicandole ai terreni contigui dell'Italia settentrionale che hanno molte analogie mineralogiche coi gneiss, cogli schisti micacei e talcosi, colle arenarie e coi conglomerati dei terreni delle grandi Alpi. Ma non si occupò di mettere d'accordo questi principj coi fatti di una diversa significazione che si osservano in Italia.

Tra i geologi che non si affrettarono di adottare questa maniera di vedere, piacemi indicare il signor Omalius d'Halloy, il quale dichiarò nei suoi *Elementi di geologia*, che per le osservazioni stesse del signor De Beaumont, il terreno della Tarantasia, riferito al terreno giurese e liassico, differisce da tutti gli altri sistemi di questi ultimi terreni, ed ha in vece la più grande rassomiglianza coi terreni emilisiani; e che se l'opinione che il terreno ad antracite debba riferirsi al sistema liassico riceve gran peso dalla riputazione e dal talento di osservazione del suo dotto autore, la natura però dei fossili vegetali, analoghi a quelli della flora primitiva, ci deve indurre a non affrettarci di troppo a rigettare completamente l'antica maniera di vedere.

Queste riserve, ripetute anche da altri, non trattennero però diversi geologi, tra' quali il mio dotto amico prof. De Collegno, dall'abbracciare l'opinione del signor di Beaumont, in modo da considerare come anomalie tutti i fatti che vi si oppongono, od anche di trascurarli onninamente. Il signor De Collegno si rese più forte in questa opinione per alcuni fatti da noi osservati sul Lago di Como, ai quali però egli diede un'interpretazione assai diversa dalla nostra (1).

In una memoria sopra un'antica cava di marmo cipollino, inserita nel *Politecnico* nel 1839, io mi era accinto a dimostrare che i monti

(1) *Bulletin de la Société géologique de France*, mars 1844.

del Lago di Como assunsero il loro profilo attuale posteriormente all'epoca giurese, poichè in una parte molto elevata del deposito di dolomia silicifera, che trovasi incassata verticalmente nel gneiss sopra Musso, vi ho osservato una dolomia contenente conchiglie bivalvi, che per la loro forma e per l'aspetto sbadigliante delle valve giudicai essere la lutraria giurese. Io ammetteva che la dolomia fosse posteriore al gneiss; che in causa del rammollimento di quest'ultima roccia per l'azione delle vicine rocce eruttive la dolomia rimanesse investita del gneiss, e che per effetto di quell'azione ignea si fossero prodotte le belle tremoliti che vi si vedono specialmente al vertice di quell'eminenza. Il signor De Collegno pretende in vece che la detta dolomia silicifera sia di deposito contemporaneo al gneiss, il quale non sarebbe più costituito da una roccia metamorfosata; opinione che ora io ammetto pienamente. Contenendo essa la lutraria giurese, ci ne deduce che il gneiss e tutte le rocce che vi sono connesse non siano più antiche dell'età geologica indicata da questa specie di conchiglie.

I geologi dunque che hanno adottate le idee del signor De Beaumont circa la contemporaneità degli schisti ad antraciti, con impronte della flora primitiva e della calcarea a belemniti dell'epoca liassica, pretenderebbero che tutto il terreno di gneiss e tutte le rocce che si deposero su di esso, tanto nelle grandi Alpi quanto in tutta l'Italia settentrionale, non possano essere più antiche del liasse. Non si lasciano essi trattenere dalla natura mineralogica delle rocce inferiori che formano la base di tutte le formazioni sedimentarie dell'Italia superiore affatto simile a quella dei veri terreni emilisiani; nè dai minerali che vi sono contenuti, esclusivamente proprj dei terreni di sedimento inferiore; nè dalle petrificazioni che indicherebbero l'esistenza nelle arenarie del Veneto, del Tirolo, ec., superiori agli schisti fondamentali di quelle formazioni analoghi ai nostri, di cui sono un prolungamento, di un terreno contemporaneo alla flora primitiva; nè dall'esistenza non dubbia del muschelkalk, che insieme cogli altri membri del trias, colla calcarea alpina e coll'arenaria rossa inferiore formano la grande separazione dei terreni emilisiani da quelli liassici e giuresi. Le petrificazioni, che sarebbero per essi di un valore esclusivo per determinare i terreni,

cesserebbero dal possedere questo valore tutte le volte che non sono concordi colle nuove idee che si vogliono far prevalere, e diverrebbero anomalie o fenomeni accidentali. I sostenitori di queste teoriche, per ispiegare l'apparenza delle nostre rocce inferiori affatto simile a quella delle vere rocce emilisiane delle altre contrade, sono costretti di supporre che sia essa dovuta ad un metamorfismo prodotto dalle rocce eruttive, cui si attribuisce un' azione veramente straordinaria. Le masse di gneiss, di schisti micacei e silicco-talcosi, di conglomerati silicei, di arenarie rosse, di quarziti, sono in Lombardia talmente sviluppate ed estese, che formano intiere catene di monti. Credo che un calore sviluppato dalle nostre rocce eruttive sufficiente a modificare i banchi superiori di esse, avrebbe dovuto fondere e fare scomparire una gran parte dei banchi inferiori. Noi vediamo però in più luoghi i graniti penetrati in filoni nelle calcaree e nei gneiss (Valle Strona, monte Tonale, Saviore, ec.), e i porfidi anfibolici e pirossenici nelle calcaree (Val Seriana, Val d'Agno, ec.), senza modificare molto sensibilmente tali rocce anche nei punti di contatto. Bisognerebbe anche supporre in questa ipotesi che la natura, durante il tempo in cui per tutta la superficie del globo si deponevano terreni più antichi del liasse, rimanesse affatto inerte nelle nostre contrade, come osserva il signor Baubée (1); e aggiungerò in oltre che si dovrebbe supporre che, sopraggiunta l'epoca liassica, raddoppiasse di attività nel formare depositi sedimentari. Abbracciando nel terreno liassico tutti i depositi inferiori che si incontrano nella Lombardia e nel Veneto, si avrebbe un complesso di rocce di un solo periodo geologico di tale potenza da non trovarsene altri esempj.

A me pare che quando si hanno importanti fatti che, senza supporre anomalie, dimostrerebbero l'esistenza in Italia di terreni assai più antichi del liasse, prima di considerarli come accidentali apparenze, gioverebbe riprendere in esame i pochi fatti che servirono di orizzonte geognostico a quei naturalisti che hanno creduto di spossessare l'Italia dei terreni sedimentari inferiori.

(1) *Bulletin de la Société géologique de France.* Août, 1844.

Il signor ingegnere Gras, in una sua memoria sui banchi ad antracite del Dipartimento dell'Isère (1), vedendo che le indicazioni dei fossili di questo terreno e della calcarea schistosa con belemniti, che si considera ad esso connessa, conducono i geologi a conclusioni affatto discordanti, stimò opportuno, nello studiare que' depositi ad antracite, di attenersi specialmente ai mezzi forniti dalla geologia propriamente detta, vale a dire alla discordanza di stratificazioni ed agli altri caratteri di indipendenza delle formazioni. Le sue conclusioni risultarono diverse da quelle del signor Elia di Beaumont. Egli crede essere possibile che l'opinione di questo eminente naturalista sopra l'età geologica della formazione antracitosa delle alte Alpi e della Moriana sia fondata, ma dichiara che non si può estenderla ai banchi ad antracite del Dipartimento dell'Isère, quantunque questi banchi vengano considerati da tutti i geologi come affatto analoghi a quelli ad antracite delle alte Alpi, e contengano gli stessi avanzi della flora primitiva. Questi terreni gli risultarono affatto indipendenti dal terreno a belemniti.

Credo utile di entrare in qualche particolarità sulla natura delle rocce descritte dal signor Gras per la loro grande analogia con quelle che costituiscono le rocce sedimentarie dell'Italia settentrionale, le quali trovandosi allo scoperto per una superficie di oltre un terzo dell'area montuosa, dovevano ritrovarsi emerse anteriormente alle deposizioni liassiche e giuresi. Ciò verrebbe confermato anche dai rettili che si vanno scoprendo nei banchi di calcarea carboniosa delle eminenze dei monti che separano la Val Sassina dal Lago di Lecco, dove incomincia la zona di calcaree giuresi. La forma digitata delle zampe di questi rettili analoga a quelle dei coccodrilli, dimostrerebbe che abitavano lungo le spiagge de' mari giuresi; e lo stato perfetto di conservazione lascerebbe credere che siano stati sepolti nei banchi pietrosi che andavano formandosi nelle vicinanze dei luoghi di loro dimora.

Le montagne dell'Oisans che contengono antraciti, constano di schisti talcosi, di arenarie con antraciti e di calcaree più o meno argillose. Gli schisti talcosi siliciferi e feldspatici contengono vene e filoni di

(1) *Annales des mines.* Liv. V, 1839.

quarzo, di carbonato di ferro spatico con rame grigio, rame piritoso e ferro solforato. Fanno passaggio al gneiss che vi è inferiore. I banchi arenacei ad antracite constano di una grande varietà di rocce. Vi si distinguono arenarie fine, arenarie quarzose a tessitura granulare, schisti argillosi neri, non facenti effervescenza negli acidi, schisti talcosi, quarzi compatti facenti passaggio all'arenaria, ed in fine una specie di grauwake a grossi grani, costituita di frammenti di quarzo e di schisti di varia grossezza riuniti da un cemento argillo-talcoso. Gli schisti talcosi, specialmente quelli vicini all'antracite, contengono impressioni di vegetali che, come abbiamo veduto, secondo il signor Adolfo Brongniart, sono esclusivamente proprj della flora primitiva. Il signor Gras osserva inoltre che a Monteynard, ed altrove, l'antracite è in banchi grossi da 10 a 12 metri, e presenta tutti gli accidenti dei banchi di litantrace.

La serie dei terreni calcarei a belemniti dell'Oisans è in vece costituita da una calcarea cristallina grigia, con entrochi circolari, pentacriniti, ciclostomi, belemniti, che riposa sempre sull'arenaria ad antraciti, e da una grossa serie di schisti argilloso-calcarei, di marne e di calcaree più o meno solide. Questa formazione argillosa calcarea può essere paragonata, per la sua potenza e pe' suoi fossili, a quella indicata dal signor De Beaumont nelle alte Alpi e nella Moriana, ma ne differisce per la mancanza delle arenarie ad antraciti con impronte vegetali.

Nel 1837, cioè dieci anni dopo che il signor De Beaumont ebbe emessa la suenunciata opinione, vennero eseguiti alcuni lavori alla cava di antracite *du Rocher-blanc* presso la Mure, i quali hanno dimostrato che il banco d'antracite, da prima parallelo alla calcarea per qualche estensione, acquistava in seguito una inclinazione più rapida, e se ne allontanava considerabilmente. Alcune gallerie, state dirette presso il letto dell'antracite contro la calcarea giurese, hanno fatto conoscere che vi sono frammezzo diversi banchi di arenaria, di schisti ed anche di antraciti, tutti inclinati come il banco principale, che andavano a tagliare sotto un angolo sensibile i banchi calcarei posti al di sopra. Secondo i signori Gras, Gueymard ed altri, tanto qui come altrove, la

disposizione de' banchi dimostra che il terreno giurese a belemniti è affatto indipendente dalla formazione arenacea. Presso il letto della Romanche nell'Oisans ed a Freney si è inoltre riconosciuto che vi è un passaggio mineralogico evidente tra le arenarie e gli schisti ad antracite e gli schisti talcosi ed i gneiss, le quali rocce trovansi tutte disposte in banchi quasi verticali. Ciò rende facile l'osservazione che questo sistema di rocce è indipendente dai banchi di calcarea ardesiana a belemniti che ne ricoprono le testate. I primi banchi più antichi di queste formazioni giuresi sono compatti e si modificano in una breccia calcarea, alla quale succedono le marne e gli schisti fissili. A Bons ed a Mont des Lens si inclinano in senso contrario a quello dei banchi di arenarie ed antraciti. Queste rocce calcaree coprirono presso Freney irregolarmente i gneiss già sollevati; ma aggiungeremo, come cosa di grande importanza pel nostro argomento, che al Ponte di Veiton presso Pinsot i banchi di gneiss e di schisti talcosi sono verticali ed oltrepassano anche la verticale, in modo che talvolta prendono una direzione opposta.

Anche nei monti *Les Rousses* venne dal signor Dausse (1) riconosciuto che questa formazione a belemniti si è deposta e modellata sul gneiss di già sollevato.

Abbiamo dunque due fatti che non si potrebbero mettere in dubbio. L'uno osservato dal signor De Beaumont nella Tarantasia e nella Moriana, dove vedonsi in più luoghi i gneiss e gli schisti micacei e talcosi e le arenarie ad antraciti con impressioni della flora primitiva sovrapposti alle calcaree ed agli schisti con belemniti dell'epoca giurese, il qual fatto, interpretato come indicante contemporaneità dei terreni ad antraciti con quelli a belemniti, non ne avrebbe di analoghi in tutte le parti del globo fin qui esaminate; sovvertirebbe, come osservano i geologi, le leggi seguite altrove dalla natura nella distribuzione delle rocce, e toglierebbe per quella regione il valore attribuito ai fossili, per determinare le età geologiche diverse dei terreni sedimentari basate sopra una costante osservazione di una decisa modificazione

(1) *Mémoires de la Société géologique de France.* T. II, p. 125.

nella vita animale e vegetale nei diversi periodi geologici, la quale però parmi che non escluderebbe il principio che alcune specie organiche deperite in un'epoca geologica nelle regioni nordiche non abbiano potuto prolungare l'esistenza in epoche successive, in estuarj più meridionali.

L'altro fatto osservato nella Tarantasia stessa, nella Moriana, e più particolarmente nell'Oisans, il quale ci dimostra che i gneiss, gli schisti micacei e talcosi, le arenarie con impronte vegetali della flora primitiva, le grauwake e le antraciti che si alternano, occupano il loro posto naturale, cioè la parte inferiore delle formazioni secondarie, e che queste rocce erano più o meno sollevate, allorchè sopraggiunse la formazione giurese che le ha ricoperte. Questo fatto trovasi perfettamente in armonia con tutti i principj geologici fondati sulla diretta e generale osservazione delle leggi seguite dalla natura.

Io credo che non si potrebbe conciliare questo diverso ordine di cose, se non coll'ammettere che i fatti, di cui si è occupato il signor De Beaumont, siano, come già alcuni pensarono, da considerarsi intieramente eccezionali e dovuti a cause ancora ignote e limitati ai luoghi da lui descritti, quando non si voglia invece indagare se non vi si possa dare una interpretazione diversa.

Gli scrittori che si sono occupati di far conoscere i terreni ad antraciti delle alte Alpi, o non hanno avvertito alla possibilità che siano accaduti rovesciamenti di estese serie di banchi pietrosi, pei quali a Petit-Cœur ed altrove i diversi terreni sedimentari di quelle contrade trovansi disposti in ordine inverso di quello osservato in altri luoghi di quella stessa regione, o si sono limitati ad escludere questa idea senza occuparsi di dimostrare come non possa reggere. Parmi però che si abbia motivo di sospettare che siano realmente accaduti rovesciamenti di banchi in quelle contrade, pei fatti osservati dal sig. Brard (1) di fratturamento di tutti i banchi ad antracite da lui fatti escavare pel corso di quattro anni, e per quelli osservati dal signor Gras a Freney. Se i banchi ad antracite di questo luogo, che pur trovasi lontano dal

(1) *Minéralogie appliquée aux arts.* Tom. I.

centro delle maggiori forze sovvertitrici delle masse eruttive, vennero spinti oltre la verticale, parmi da credersi che se sopra questi banchi all' epoca di quel movimento trovavansi adagiate altre rocce più moderne con belemniti ed altri fossili giuresi, queste, ubbedendo alla legge di gravità, si saranno necessariamente rovesciate sulle altre rocce contigue; e se alcuni dei banchi ad antracite subirono ancor essi tale rovesciamento, le calcaree a belemniti si vedrebbero attualmente coperte dalle rocce ad antracite, con impronte di vegetali della flora primitiva, e risulterebbero rinchiuse tra questi banchi rovesciati e quelli su cui si rovesciarono.

Nella Lombardia, dove le forze di sovvertimento delle roccie eruttive non possono al certo paragonarsi a quelle che hanno agito nelle grandi Alpi, mi è occorso di osservare recentemente diversi fatti di evidentissimi rovesciamenti non prima avvertiti. In questa parte d' Italia si contano non meno di quattro diverse specie ben distinte di rocce eruttive: le serpentine, le leptiniti, i graniti, i porfidi pirossenici; le quali rocce, nell' emergere sollevando le rocce sedimentarie, le fecero inclinare seguendo diverse direzioni, in modo che, se in qualche luogo queste direzioni si accordano con quelle del sollevamento alpino, in altri con quelli del sollevamento pireneo-appenninico, in molti altri luoghi non si accordano nè coll' uno nè coll' altro dei detti sistemi. Credo dunque che le inclinazioni e le direzioni dei nostri banchi pietrosi debbano attribuirsi di preferenza alle suddette rocce eruttive che agirono immediatamente al di sotto del nostro suolo. Queste rocce comparvero in filoni ed in masse di montagne interrottamente nella Val Tellina, nella Val Sassina, nella Val Cuvia, nella Val Seriana, nella Val Camonica, nella Val Trompia; e quantunque non siano per alcun modo da paragonarsi alle masse eruttive delle grandi Alpi, la loro azione di sovvertimento delle rocce stratificate fu tale da produrre evidenti rovesciamenti, i quali, per le cose dette, poterono seguire in tutte le direzioni. Si osservano evidentissimi rovesciamenti di rocce di sedimento inferiore nelle parti elevate della valle del Varrone, nella Val Seriana ed in altre vallate, dove i gneiss, gli schisti siliceo-talcosi, ec., si inclinano sul conglomerato silicco e sull' arenaria rossa, e questo sullo schisto argil-

loso, trovandosi con ciò invertito l' ordine di successione delle rocce nelle zone de' monti che subirono solo moderate perturbazioni. Ma abbandonando quegli inospiti dirupi, possiamo trovare rovesciamenti anche in terreni più moderni verso la pianura. I più manifesti sono quelli subíti dalle calcaree rosse ammonitiche che formano coperchio alle formazioni evidentemente giuresi, e sostengono immediatamente terreni caratterizzati, pei loro fossili, come cretacei. Il loro colore e le loro pietrificazioni offrono mezzo di distinguerle chiaramente da tutte le altre e di riconoscere dove non occupano più il loro posto normale. Molti geologi hanno recentemente emessa l' opinione che questo terreno, pei fossili che vi sono racchiusi, debba riferirsi al liasse. Le perturbazioni subíte dalle rocce sedimentarie nel Veneto e nel Tirolo furono assai più limitate di quelle subíte dalle stesse rocce nella Lombardia, nella Toscana, ec. Gioverà quindi scegliere di preferenza da quelle regioni gli esempi di sovrapposizione delle rocce sedimentarie. Per tratti estesi di alcune miglia tali rocce, specialmente nel Veneto, si discostano di poco dalla linea orizzontale. Nella Val Sugana, di contro ad Ospedaletto, si osserva uno spaccato assai istruttivo dei monti de' Sette Comuni; da cui risulta chiaro che sotto la calcarea rossa ammonitica trovansi le ooliti e le dolomie giuresi ed indi più sotto tutte le altre serie dei banchi pietrosi calcarei, frammezzati dalle diverse arenarie rosse. Chi esamina questa successione di rocce, non può al certo riconoscere nella calcarea rossa ammonitica un rappresentante del liasse. Io credo, come già dissi in altre occasioni, che le determinazioni sino ad ora fatte degli ammoniti di questi terreni calcarei rossi siano fondate sopra analogie anzichè sopra assolute identità con quelli cui si crede di riferirli speciali del liasse. Questa opinione è fondata anche sopra confronti tra alcuni degli ammoniti liassici di oltremonte ed altri della calcarea rossa, cui veniva applicata egual denominazione, e che mi risultarono non identici. Nella Lombardia la successione normale delle calcaree rosse e delle rocce che si depositarono su di esse procedendo dal basso all' alto, è la seguente: calcarea marnosa rossa ammonitica, la quale nel Bellunese contiene anche catilli, calcarea marnosa talvolta manganesifera alternante, biancone alternante coi banchi supe-

riori delle calcaree rosse ammonitiche (Solzago, Quadrivio d'Arzate, ec.), marne rosse e verdognole, arenarie spesso nummulitiche, e marne grigie contenenti spesso fucoidi cretacee alternanti colle arenarie. È stato recentemente asserito che il biancone nella Lombardia manchi di pietrificazioni: io vi ho trovato belemniti ed aptichi (Quadrivio d'Arzate, Valle della Cosia, Caravate). Questa sovrapposizione di rocce è manifesta per estesi tratti, e le petrificazioni che vi sono contenute non lasciano dubitare che tale non sia la loro natural successione. Nella linea di monti diretta dal N. al S. che separa la Valle Imagna dalla Valle dell'Adda, questa successione è invertita. I banchi calcarei, che formano la giogaia di que' monti, mostrano le loro testate verso la Valle Imagna e si inclinano rapidamente verso l'Adda, descrivendo una linea arcuata. Lungo questa catena di monti da Caprino sin' oltre il paese di Carenno, verso la metà dell'altezza si vedono diversi banchi di calcarea più terrosa che cristallina perfettamente verticali; e più al basso verso il corso dell'Adda si vedono banchi che si succedono dall' alto al basso nell'ordine seguente: calcarea marnosa rossa ammonitica, biancone, marne rosse e verdognole, arenarie e marne grigie alternanti, di modo che presso il paese di Carenno e lungo que' monti la natural successione delle rocce è capovolta. La più eminente è la calcarea rossa ammonitica; l'inferiore è l'arenaria alternante colle marne; il che basterebbe a persuaderci essere qui accaduto un reale rovesciamento. Ma la cosa riesce ancor più evidente pel cambiamento che si osserva nella inclinazione dei banchi di tutte queste rocce. I banchi più antichi spettanti al terreno giurese, che formano le creste di quella catena montuosa, si inclinano, come abbiam veduto, da levante a ponente. A questi si succedono banchi verticali, e dopo di essi, procedendo sempre verso ponente, si vedono altri banchi inclinati verso levante. L' inclinazione dei banchi esterni dei monti opposta a quella dei banchi che formano l' ossatura centrale, parmi che meriti di essere avvertita come un forte indizio di questi rovesciamenti.

Gli eccelsi dirupi, che si innalzano a tramontana di Valmadrera, offrono un altro notabilissimo esempio di rovesciamenti della calcarea

rossa ammonitica, e dei terreni marnosi ed arenacei che dovevano essersi deposti su di essa. Poco al di sotto delle cime dette i Corni di Valmadrera, costituite da calcaree bianchiccie semi-cristalline, vedonsi banchi di calcarea ammonitica rossa, e sotto di essi potenti banchi di marne, alle quali succedono più sotto marne grigie e verdognole ed arenarie alternanti. Dopo di questa serie di terreni tornano a comparire, discendendo ancor più e senza interruzione, le marne rosse, e sotto di esse le calcaree rosse ammonitiche. Tutta questa serie di rocce inclinano a tramontana-levante. Sotto di quest' ultima calcarea rossa vedesi una calcarea bianchiccia simile a quella delle indicate cime di Valmadrera, inferiormente alla quale vaneggia uno spaventoso precipizio che impedisce di riconoscere le rocce ancor più inferiori. Ai fianchi di questo precipizio vedonsi sopra Civate, verso ponente, banchi calcarei perfettamente verticali sin presso il vertice del monte dove si biforcano, piegando parte a tramontana e parte a mezzogiorno.

Al lato esterno di questo monte i diversi banchi calcarei, che si succedono verso la pianura, inclinano invece verso mezzodì, scostandosi di pochi gradi dalla verticale. I più esterni di tutti, che non arrivano ad un terzo dell' altezza del monte, constano, come al solito, di calcaree rosse ammonitiche, di biancone e di marne. Le calcaree rosse ammonitiche, le marne e le arenarie vennero presso i Corni di Valmadrera spinti ad insolite altezze, e si trovano inclinate in senso opposto, cioè verso tramontana-levante.

Parrebbe quindi che le marne e le arenarie siano contemporanee alle calcaree rosse ammonitiche, trovandosi esse racchiuse tra queste ultime; ma riesce facile, a mio avviso, il vedere essere qui accaduto un rovesciamento di banchi di tutta la serie di terreni sopra descritta. Le arenarie, le marne e le calcaree rosse ammonitiche, rovesciandosi in parte, si adagiàrono sopra un' eguale serie di terreni disposti in ordine inverso e secondo la loro posizione normale. Questi rovesciamenti si sono estesi anche ad una parte delle colline della Brianza. Nella gita fatta ad Imbersago dai geologi che intervennero al Congresso scientifico milanese, si verificò da molti di essi che le marne rosse, che nel

loro stato normale sono sempre inferiori alle marne grigie ed alle arenarie a nummuliti, si sono ivi piegate sopra quest'ultime. Esplorando in seguito quei terreni, mi accertai che questo fenomeno si estende a più miglia. Si potrebbero indicare molti altri fatti di simili rovesciamenti nella Val Cavallina e nel Comasco, fiancheggiate sempre da banchi perfettamente verticali. Pasini[1] e Catullo ne avvertirono recentemente anche nel Veneto, e per ciò scomparvero diverse anomalie che si erano notate nella distribuzione delle rocce e dei fossili in quei terreni.

Dopo questi fatti mi riesce difficile il credere che nelle grandi Alpi, dove le gigantesche masse eruttive, che vi hanno dato origine, devono avere esercitato una grande azione sovvertitrice dei banchi sedimentari, non sia accaduto alcun rovesciamento di rocce stratificate. Gli scrittori però non ne accennano; ma si osserva che, dove le calcaree a belemniti sono inferiori ai terreni ad antracite, l'ordine di successione dei banchi è in più luoghi inverso dell'ordine di successione notato nei luoghi dove la calcarea a belemniti copre come più moderna tutte le altre rocce ad antraciti, ciò che doveva appunto accadere ammettendo rovesciamenti. Quest'ordine di successione, precisamente opposto a quello già indicato superiormente, venne recentemente avvertito dallo stesso signor Gras anche nella valle della Roisanne[2], dove per circa un centinajo di metri gli schisti a belemniti costituiscono le rocce inferiori, ai quali succedono banchi di spilite e di calcarea, di grès argilloso e micaceo con indizi di antracite, di grès quarzosi e di puddinghe a base di schisto argillo-talcoso; tutti questi banchi sono poi coronati dagli schisti talcosi e dai gneiss. Questa serie di rocce in ordine inverso del normale è poi fiancheggiata spesso da banchi di gneiss e di schisti micacei e talcosi verticali, come abbiamo veduto osservarsi presso i nostri terreni rovesciati sopra descritti. Supponendo, come tutti ammettono, che il movimento di quelle rocce eruttive non sia stato istantaneo, è facile l'immaginare come, dopo seguiti

(1) *Atti del secondo Congresso Scientifico di Torino.*
(2) *Bulletin de la Société géologique*, novembre 1844.

i sospettati rovesciamenti, abbiano quei terreni subito ulteriori movimenti, pei quali in alcuni luoghi i terreni rovesciati vennero poi sospinti a notabilissime elevatezze.

In quanto al fatto da me osservato presso Musso, è da notarsi che quando non debba quella dolomia considerarsi come investita dal gneiss di origine assai più antica per l'azione delle vicine rocce eruttive, ma si voglia invece risguardarla come contemporanea allo stesso gneiss, gioverà por mente ad una circostanza da me indicata assai importante, alla quale non venne fatta attenzione; cioè alla differenza mineralogica che esiste tra la dolomia silicifera veramente incassata nel gneiss e l'altra esterna non silicifera contenente lutrarie. Io non ho spinto allora più oltre le mie indagini; era mio assunto soltanto di dimostrare, che essendo stato sollevato un terreno a lutrarie, quei monti dovevano aver subito un movimento emersorio dopo l'epoca giurese. Quando si voglia far servire quel fatto di base ad un generale principio per istabilire la contemporaneità del gneiss di queste nostre contrade e del terreno liassico, parmi che prima di tutto occorrerebbe di spingere più oltre le indagini e di verificare se l'avvertita differenza mineralogica non accenni ad una diversità di origine. Lungo lo stesso lago di Como e nella Valle Tellina trovansi in più luoghi adagiati sul gneiss lembi di terreno calcareo spesso dolomitico, privo di silicati terrosi, in tal condizione geognostica da non poter essere considerato come contemporaneo al gneiss che lo sostiene. Credo dunque possibile che un lembo di questi terreni siasi deposto anche sul gneiss di Musso, al punto in cui vi si trova incassata la dolomia silicifera che viene ora considerata, e credo a ragione, come contemporanea al gneiss. Il giudicare la cosa altrimenti ci condurrebbe, a mio avviso, ad un assurdo geologico. Parmi che anche i geologi che considerano il gneiss come il membro più antico del terreno giurese, non potrebbero giudicarlo facilmente come contemporaneo ad una dolomia contenente petrificazioni caratteristiche del giura medio.

Io credo per queste ragioni, che il fatto osservato a Musso non ci autorizzi a dedurne che il gneiss e tutte le rocce che vi sono connesse debbano essere riferite al membro più basso della formazione giurese,

cioè al liasse. Questa opinione sarebbe dunque appoggiata ancora unicamente alle osservazioni ed alle interpretazioni date dal celebre signor Elia di Beaumont al fatto che si osserva nella Tarantasia e nella Moriana dell'associazione apparente delle calcaree a belemniti proprie del liasse coi gneiss e colle arenarie e schisti ad antraciti con impronte della flora primitiva; ma gioverà avvertire che queste interpretazioni datano da un'epoca in cui erano ancora recenti e scarse le osservazioni dei fenomeni prodotti dalle rocce eruttive. Esponendo i fatti che si osservano in Lombardia di rovesciamenti di intiere ed estese serie di banchi petrosi, non ancora avvertiti, e ravvicinandoli ad alcuni fatti che dan luogo a sospettare che anche nelle grandi alpi sia accaduta la stessa cosa, credo di fornire documenti che potrebbero forse servire di norma istruttiva per una diversa interpretazione di quelli osservati in quest'ultima regione.

Parmi che al naturalista, che si occupa della geologia dell'Italia, ad ogni modo rimanga libero di far servire di orizzonte geognostico i fatti delle grandi Alpi secondo le interpretazioni del signor de Beaumont, o piuttosto quelli che si sono osservati nell'Oisans in armonia colle chiare indicazioni dei terreni a noi più vicini del Veneto e del Tirolo. Ma chi si attenesse ai primi incontrerebbe le obbiezioni che vi si sono sempre fatte, come abbiam detto, cioè che quei fenomeni non sono in armonia con quanto si osserva in tutte le altre parti del globo, e che perciò debbono considerarsi come fatti intieramente isolati. Chi poi vuole farli servire di orizzonte geognostico per tutta l'Italia, si trova costretto a considerare questo paese siccome posto in condizioni affatto speciali; quindi si porterebbero fuori dalle loro sedi naturali le sue rocce sedimentarie fondamentali, le cui analoghe trovansi sempre in una sede assai più antica, ed i minerali che vi sono contenuti, non che i fossili che trovansi nei banchi specialmente del trias, che in alcuni luoghi separano le suddette rocce dalle posteriori formazioni liassiche e giuresi.

Se in vece facciamo servire di orizzonte geognostico i fatti osservati nell'Oisans, i quali mostrerebbero che i gneiss, gli schisti talcosi, le grauwacke, le arenarie e gli schisti ad antraciti, contenenti spesso

impressioni della flora primitiva, erano già raddrizzati quando sopraggiunse la formazione liassica a belemniti, il tutto rientra nell'ordine generale della natura. La geologia dell'Italia esce allora dalle anomalie e dalle incertezze in cui venne recentemente gettata, e trovasi d'accordo con quella delle altre contrade e con quella pure della contigua isola della Sardegna illustrata con molta dottrina dal cavaliere Della Marmora.

Troviamo allora che le rocce di sedimento fondamentale dell'Italia constano di quel complesso di terreni detti emilisiani, formati da gneiss, schisti micacei, talcosi, ec., che sono fondamento di tutte le altre rocce sedimentarie per tutte le parti del globo sino ad ora esplorate. che contengono qui, come altrove, disseminati nelle rocce o in banchi alternanti i medesimi minerali di origine in queste circostanze non eruttiva, come il ferro olgisto (Splugen, Val Tellina, Val Varrone, Vicentino, Massa di Carrara, ec. ec.), il ferro carbonato, la calcopirite, la galena argentifera, la giallamina, il rame grigio, il solfuro di mercurio, l'antracite, la grafite, le staurotidi, il disteno, i granati, il quarzo latteo in vene ed in ammassi, e molti altri minerali (ora l'uno ora l'altro di questi minerali e spesso molti di essi; Splugen, lago di Como, Val Tellina, Val Cavargna, Val Sassina e altre valli Lombarde, Bellunese, Vicentino, Ripa, Serra Vezza, Massa di Carrara, Spezia, ec.)

I cipollini, le dolomie con tremoliti, le emitrene, che tanto abbondano nelle vallate che si estendono verso le Alpi a ponente del Verbano, e sono connesse col gneiss e colle quarziti, si troverebbero del pari nella loro sede naturale. L'emitrene trovasi ivi in banchi spesso potenti e solo raddrizzati dalle rocce granitiche, e questi banchi sono spesso costituiti da regolarissime alternazioni di calcaree pure, di calcaree silicifere, talvolta ripiene di frantumi di cristalli di silicati terrosi, e specialmente di amfibolo. La calcarea non eccede talvolta il 5 per 100 della massa. La presenza in questa roccia della silice, che in parte è ancora solubile negli acidi, e dei frantumi di cristalli di silicati terrosi, parmi che non ci permetta di considerarla come risultante dal metamorfismo di altre rocce. In questo caso la silice dovrebbe aver

perduta ogni sua solubilità, ed i silicati dovrebbero trovarsi sotto tutt'altra forma che di frantumi. Accade spesso di vedere in questa roccia il passaggio alla calcarea pura cristallina, come nella Valle Strona, alla Gandollia, a Musso, a Piona, ec. Da questi luoghi si estrassero tutti i marmi con cui furono costrutti i Duomi di Monza, di Como e di Milano.

Gli esami che ebbi occasione di istituire a lungo nel 1841 nei monti di Massa e di Carrara mi condussero ad adottare circa quei marmi la stessa opinione che recentemente ha emessa il signor Baubée (1) dietro considerazioni puramente mineralogiche, cioè che quelle calcaree debbano riputarsi più antiche del liasse e non metamorfosate. Io le credo anche parallele alle calcaree sopra descritte. Nei monti di Massa, di Ferrima e di Laviliane la roccia fondamentale è costituita da gneiss, che nelle parti superiori si modifica in uno schisto talcoso, contenente arene silicee, cui succede una calcarea talcosa, ed a queste la calcarea bianca cristallina, talvolta nelle parti più basse dolomitica. Questa calcarea cristallina caricandosi in qualche luogo di carbonio, si modifica in marmo bradiglio. La stratificazione della calcarea nei monti di Massa, nel Monte Altissimo, nel monte Corchia, ec. è evidentissima, e spesso regolare; i banchi sono talvolta di un metro e mezzo di grossezza e trovansi divisi da un tenuissimo deposito argilloso. Questi marmi, come è noto, presentano talvolta dei vani tappezzati da cristalli di rocca limpidissimi, e contengono in qualche luogo la silice gelatinosa e lo zolfo; le quali cose non si accordano, secondo il mio modo di vedere, coi principj del metamorfismo. Nell'interno delle conchiglie rappresse nelle rocce calcaree di tutte le formazioni, dove la calcarea non potè penetrare che allo stato di soluzione pura, vedesi il carbonato di calce cristallizzato candido coll'aspetto dei marmi. La deposizione in un mare assai profondo, lontano da correnti limacciose di calcaree tenute in perfetta soluzione, poteva dunque produrre i purissimi marmi carraresi.

Io non ho potuto incontrare nei veri marmi traccia alcuna di ammoniti, nè seppero gli escavatori indicarmi di averne veduti. Credo

(1) Vedi Memoria citata

dunque che quelli indicati dagli scrittori come rinvenuti a Carrara, procedano tutti dai banchi calcarei esterni diversificanti dai marmi, tanto pei caratteri mineralogici, quanto pei rapporti di giacitura.

I banchi più moderni dei terreni di gneiss nella Lombardia preludono ad una roccia analoga alla grauwacke, contenendo nodi silicei e frantumi di fillade d'aspetto setaceo. Conservano in più luoghi tracce evidentissime di regolare stratificazione, come ebbi già a dimostrare nei miei cenni geologici inseriti nella *Raccolta di notizie naturali e civili su la Lombardia* compilata dal dottor Carlo Cattaneo, in occasione del Sesto Congresso scientifico riunitosi in Milano. Potentissimi banchi di conglomerati e di rocce arenacee ricoprono i gneiss e gli schisti micacei e siliceo-talcosi. Questi banchi, lungi dalla zona calcarea, sono in generale assai sconcertati, e vennero sospinti ad altezza che in qualche luogo raggiunge il limite delle nevi perpetue. Anche dove vanno a nascondersi sotto la zona calcarea, come a Bellano, sono di una notevole potenza. Io ne ho presa la misura tanto presso il lago, quanto lungo la strada della Scalottola, che percorre su questa formazione a metà altezza dal monte. Riescì facile di eseguirla, poichè i banchi si succedono regolarmente sotto un angolo di circa 60 gradi inclinati dal NO al SE. Escludendone i lembi estremi, in parte mascherati dalla vegetazione ed in parte discordanti nell'angolo d'inclinazione, ciò che può far supporre che appartengano a masse rovesciate, mi risultò la loro misura di metri 236. Alle arenarie rosse, che formano il più esterno membro di queste rocce, succede una calcarea magnesiana cenericcia contenente minute arene silicee che sembra esservi connessa, di frattura compatta, intersecata da vene spatiche bianchiccie, la quale non può essere confusa colle altre calcaree carboniose della zona calcarea che si estende più al sud verso la pianura. Diversifica essa da queste ultime tanto per la chimica composizione, quanto per la direzione ed inclinazione de'banchi. Questa calcarea magnesiana è chimicamente eguale alle altre connesse del pari colle rocce arenacee, che da Taceno si innalza incassata quasi verticalmente sul monte Muccio, e da Barconcelli, nella valle del Varrone, si protende alla costiera di Biandino. La mancanza di fossili in questa formazione mi indusse a fare diligenti ricerche in diversi

punti dove si vedono i conglomerati, come a Bellano, al Pizzo de' tre Signori, a Bondione, ec., per riconoscere la natura delle rocce che ne fanno parte, nella speranza di ricavarne qualche luce sull' epoca della sua deposizione. Non mi fu dato di incontrarvi altro che qualche raro cristallo di feldspato, e non frequenti ciottoli di fillade di aspetto setaceo, e di un porfido rosso cupo, con cristalli d'albite in parte decomposti, e di schisto siliceo talcoso. Vi predominano i ciottoli quarzosi, ora lattei, ora ferruginosi. Il tutto è poi cementato da una argilla silicea ferruginosa, con lamelle talcose e micacee, o dalla silice, la quale vi forma anche banchi quasi puri alternanti colle rocce conglomerate. Non mi riescì di vedervi veri gneiss considerati come rocce metamorfosate. La natura del cemento rende tanto il conglomerato quanto l'arenaria di una notabilissima durezza; ma in molti luoghi il cemento siliceo scompare, e ne risulta un' arenaria rossa non molto tenace che non si sostiene in dirupi, come nella Val Cagnoletta e contigue nel Val Sassina; la quale dovrà forse essere separata dalle altre e riferita più decisamente alla vera arenaria rossa (*Rothe Todt Liegende*). La sua stratificazione è discordante da quella del sottoposto terreno emilisiano. I ciottoli di schisto siliceo talcoso e micaceo, e di fillade dei suddetti conglomerati, dovevano procedere dalle stesse rocce che li sostiene; ma non è facile di indicare d'onde procedessero i ciottoli porfiritici. La pasta di questi porfidi è omogenea rossiccia; i feldspati che vi sono contenuti, ora più ora meno abbondanti, trovansi spesso decomposti e convertiti in caolino, ma talvolta conservano il loro lucicore vetrigno. Non vi si scorge traccia di pirosseno, nè di quarzo. Il loro aspetto però ricorda quello di alcuna varietà dei nostri porfidi pirossenici; ma questi porfidi, avendo sollevato colla loro comparsa alla superficie del suolo i terreni di sedimento medio, non potevano somministrare materie ai conglomerati che stanno inferiormente ai detti terreni. Io mi occupai di istituire alcune particolari ricerche sulla composizione di questi ciottoli, parendomi che quando si trovassero composti egualmente dei porfidi pirossenici, che vediamo in posto in più luoghi nella Lombardia, ciò dovesse condurci ad ammettere che incominciassero a fare irruzione in epoche geologiche assai antiche e continuassero ad

irrompere sin dopo compiuta la deposizione dei terreni cretacei. Le ricerche analitiche non potevano fornire nozioni concludenti a causa della notabile quantità di cristalletti di feldspato, diffusi non uniformemente nella pasta pietrosa, la quale non poteva esserne isolata, e del loro stato di decomposizione assai variabile. Presi dunque il partito di attenermi ai mezzi di cui si valse, con molto successo, lo Spallanzani per giudicare della natura intima delle rocce vulcaniche di dissimili aspetti. Sottoposi diversi di questi ciottoli ad un calor sufficiente a fondere il feldspato, e mantenni ad un egual calore varj pezzetti dei nostri porfidi pirossenici, preferendo quelli che vi si avvicinavano maggiormente pei caratteri esterni, e trattai nello stesso modo anche qualche pezzo di porfido orientale. I risultamenti ottenuti mi dimostrarono una differenza di composizione. La pasta dei ciottoli porfiritici perdè il suo color rosso acquistando un color bianchiccio sporco. I feldspati, diffusi in essa, trasudarono in gocciolette vetrigne, rimanendo insensibili al calore i cristalletti decomposti, i quali soltanto si indurirono. I pezzetti di porfido pirossenico, invece, o si fusero in una scorie nera, o si mostrarono macchiati qua e là da una sostanza vetrigna nera che dava indizio del posto occupato dal pirosseno, anche dove non era da prima discernibile. Il porfido orientale a questo calore si fuse in un vetro nero. Da quanto si è detto risulta che i ciottoli porfiritici del nostro conglomerato non debbono riferirsi ai nostri porfidi pirossenici, ma bensì a porfidi argillosi ferruginei, di cui si ignorerebbe ancora la procedenza.

Le arenarie rosse connesse coi conglomerati contengono banchi di ferro carbonato, di quarzite, di calcopirite e tracce di solfuro di mercurio (Val Varrone, Val Bondione, Valle del Dezzo, Val Camonica, Vall'Alta). I banchi inferiori dell'arenaria rossa del Veneto contengono tracce di litantrace dell'epoca detta carbonifera, le quali tracce non possono più essere considerate come accidentali, e forse trasportate da lontani paesi, da che a Malunga, comune di Valli nel Vicentino, si potè recentemente tener dietro per più metri ad un sottile banco di questo combustibile, che all'esame chimico si mostrò della stessa composizione del cannelkoal. Alla Spezia, nei banchi raddriz-

zati, connessi coi terreni analoghi ai nostri, si trovarono petrificazioni specialmente di ammoniti, giudicati da Sowerby dell'era carbonifera, i quali, in questa maniera di vedere, si troverebbero nella loro sede naturale.

Dopo di queste arenarie si è deposto lo schisto argilloso contenente i più ricchi depositi di carbonato di ferro; queste ultime due rocce trovansi spesso associate tra loro e formano la ricchezza di molte vallate della Lombardia, del Tirolo, della Stiria e della Carinzia.

Ad Eisenherz, i carbonati di ferro di questa formazione, ad attestare la loro antica origine, contengono tracce di solfuro di mercurio. Queste formazioni, che generalmente abbracciano, per così dire, tutto il globo, si incontrano sempre tra noi quasi dovunque il suolo non è coperto da più moderni depositi. Tutti i minerali che abbiamo indicato trovansi anche fuori d'Italia in terreni più antichi del liasse. A queste rocce succede, nel Veneto e nel Tirolo italiano, la calcarea alpina e la formazione detta triasica, costituita dalle marne vario colori (Keuper), dal muschelkalk e dalle arenarie screziate; il qual sistema di rocce separa, tanto ivi come dappertutto, i già descritti depositi da quelli del liasse e del giura. Il muschelkalk è sempre di limitata estensione e, come è noto, molti paesi ne sono privi, come l'Inghilterra e il nord della Francia e della Germania. Questa calcarea è così ben caratterizzata pei suoi fossili, che non può essere confusa con altri terreni, e dove incontrasi, serve di sicura guida nell'assegnare il posto dei terreni inferiori e superiori ad essa. I petrefatti che si incontrano nel muschelkalk del Tirolo e del Veneto sono troppo caratteristici e numerosi, perchè si possa considerarli come accidentali; essi sono la *terebratula vulgaris*, la *terebratula trigonella*, la *gervilia socialis*, l'*encrinites liliiformis*, l'*ophiura scutellata*, ec., petrefatti che trovansi sempre nel muschelkalk degli altri paesi. Maraschini, Pasini, Catullo, Trattenero indicarono già da gran tempo l'esistenza nel Veneto del muschelkalk nella sua natural sede. Venne esso descritto anche più recentemente dal celebre B. De Buch e da Zueschner (1), i quali attestarono essere esattissime le osser-

(1) *Neues Jahrbuch von Leonhard.* 1 Helft., 1844.

vazioni state fatte dai suddetti scrittori italiani, e posero fuori di dubbio la sua esistenza appoggiandosi ai caratteri zoologici, ai rapporti geologici ed ai confronti con terreni analoghi di altri paesi. Parmi che questa evidenza di cose non possa essere facilmente revocata in dubbio. Nella Lombardia, la formazione del trias non è per anche stata evidentemente riconosciuta, ma non può dirsi con sicurezza che non esista. I terreni posteriori alle formazioni già descritte, costituiti specialmente dal liasse e dal calcare giuresi, formano masse di montagne quasi sempre divise dalle rocce già descritte da vallate trasversali. I ruderi di esse impediscono il più delle volte di osservare le rocce che vi sono immediatamente inferiori. Vi è però motivo di sospettare che vi siano lembi del trias nella Val Sassina, nella Val Brembana e nella Valle del Dezzo. Se valessero poche specie fossili per determinare i terreni, questa opinione verrebbe convalidata dalla esistenza nella calcarea con lamelle talcose ricoprente l'arenaria rossa nella catena dei monti che separa la Val Sassina dal lago di Lecco, di frantumi colonnari dell'*encrinites liliiformis* ben evidenti, e dell'*encrinites moniliformis*. Questa calcarea è poi coperta da una seconda arenaria molto feldspatica e micacea, a grana assai minuta e di una grande saldezza, alla quale, procedendo dal basso all'alto, succedono dolomie carboniose ed a queste le calcaree marno-carboniose con avanzi di rettili e specialmente di pesci della famiglia dei lepidoidi, illustrati dal chiarissimo professore Gius. Balsamo-Crivelli(1). Alle alture di Esino, queste calcaree sono coperte dalle dolomie ripiene di frantumi di apiocriniti, le quali discendono in qualche luogo sino presso il lago di Lecco. La successione di queste rocce, tutte assai sviluppate, vedesi manifesta nella Valle Vallori, nella Val Cagnoletta, ed in parte anche nella Valle de' Molini sopra Corte Nuova in Val Sassina. I banchi di queste rocce inclinano sotto un angolo di circa 35 gradi verso il lago, lungo il quale non riescono per ciò visibili i banchi inferiori alle calcaree carboniose. Le numerose petrificazioni che io stesso raccolsi nel muschelkalk del Veneto superiore agli schisti talcosi e micacei, ai conglomerati silicei, alle are-

(1) Vedi *Politecnico*. Maggio, 1839.

narie rosse, affatto simili a quelle che si estendono nella Lombardia, in parte della Toscana ed in altre parti d'Italia, benchè in questi ultimi luoghi siano assai poco sviluppate, aggiunsero per me una materiale certezza all'opinione indotta già dai rapporti geognostici, che i suddetti terreni siano decisamente indipendenti dalle posteriori formazioni liassiche e giuresi.

Questi brevi cenni, i quali tendono a dimostrare che l'opinione che manchi nell'Italia settentrionale ogni terreno più antico del liasse, è unicamente appoggiata a fatti osservati nelle grandi Alpi, considerati generalmente come straordinarj ed eccezionali, ed è contraddetta da numerosi fatti mineralogici e paleontologici, non mirano soltanto a conservare la dovuta importanza alle estese osservazioni istituite con grande amore e perseveranza da molti geologi italiani, ma sono dirette anche ad evitare un gravissimo danno di ben più importante significazione.

Tutti i minerali di solito contenuti nelle rocce sedimentarie, i più pregevoli per l'uomo, non trovansi in abbondanza che nei terreni inferiori al liasse, cioè nei terreni emilisiani, nelle arenarie rosse, nella calcarea alpina. Se divenisse popolare l'opinione, che nell'Italia superiore manchino tutti questi terreni, appena si crederebbe all'esistenza delle abbondanti miniere, che pur sono in escavazione, e si considererebbero come vere anomalie. Certamente nessuno si arrischierebbe di aprire nuove escavazioni di minerali utili, nemmeno dove se ne trovassero le più lusinghiere fioriture, poichè non esisterebbero nella loro sede naturale assegnata dalle osservazioni istituite da eminenti geologi in tutte le parti del globo.

La sopra indicata diversità di opinione circa il posto da assegnarsi alle rocce stratificate fondamentali dell'Italia arreca anche grave inciampo alla compilazione della carta geologica generale di questo paese, che per la grande varietà di rocce sedimentarie ed eruttive, per gli interessanti fenomeni prodotti da queste ultime rocce, che fecero nascere tra noi le teoriche delle emersioni e delle dolomizzazioni, le quali vennero poi sviluppate ed estese dal De Buch e dal De Beaumont, ed indi abbracciate da tutti i geologi, e per l'abbondanza e bellezza dei minerali che vi si annidano, è uno dei più interessanti del globo.

Le carte parziali di diverse zone dell'Italia, che si stanno da molti anni elaborando da naturalisti dimoranti sul campo delle loro osservazioni, ne risentono una pregiudicievole influenza. Nella carta geologica del Bellunese del Fuchs, in quella di parte dell'Italia superiore che si sta compilando dal Pasini, in quella della Lombardia che io vado conducendo a termine; nella carta della Corsica di Pareto, in quella della Sardegna che si sta ultimando dal Della Marmora, ec., si ammette l'esistenza dei terreni emilisiani e delle rocce di sedimento inferiore, ben distinti dai terreni liassici e giuresi, mentre quella di parte della Toscana del Savi, quella del Piemonte che sta ultimando il Sismonda, sono basate sul principio della contemporaneità dei gneiss e di rocce analoghe alla grauwake ed alle arenarie rosse, coi terreni liassici a belemniti. A queste carte parziali devono aggiungersi anche quelle che si stanno compilando per l'Italia meridionale, dal Pilla, dall'Orsini e da altri; ma ignoro su quali principj siano esse basate. Queste carte parziali non potrebbero dunque formare un insieme ben armonizzato, e sarei lieto se questi cenni giovassero anche ad impegnare valenti ed imparziali geologi a ripetere studj sotto gli indicati punti di vista, che conducessero a conciliare definitivamente tali diverse opinioni.

(1) La presente Memoria era già stampata, quando arrivò a Milano il *Bulletin de la Société Géologique de France*, contenente la relazione dei lavori della Riunione geologica straordinaria tenutasi a Chambery nel 1844. Da questi lavori rilevasi che molti geologi inclinano, al pari dell'autore di questa Memoria, a ritenere necessaria una nuova interpretazione dei fatti osservati dal signor Elia di Beaumont nella Tarantasia, ec. In luogo dei rovesciamenti in questa Memoria supposti, che non basterebbero più per tale nuova interpretazione dacchè venne riconosciuto esistere in più luoghi nei medesimi banchi impronte della flora carbonifera ed avanzi di belemniti, si credette da alcuni geologi di dovere ammettere che esistessero belemniti anche prima della formazione liassica. L'autore di questa Memoria crede che, prescindendo anche dai suddetti rovesciamenti, i fatti in essa indicati, che si osservano nel Tirolo, nel Veneto ed in parte della Lombardia, possano contribuire a convalidare l'opinione della necessità della nuova interpretazione sopraindicata per evitare anomalie che altrimenti si incontrerebbero ad ogni passo. La determinazione recentemente fatta dal barone de Buch di trigonie proprie del Muschelkalk, cui applicò il nome di T. Whateley, state rinvenute nella Valle Brembana in terreni che separano la formazione giurese dalle arenarie rosse, dai conglomerati, dai gneiss, ec., è nuovo argomento per ritenere inammissibile il riferimento al lias delle rocce arenarie e gnesiache dell'Italia. Vedi *Neues Jahrbuch für Mineralogie*, ec. *von Leonhard. Jahrgang* 1845, *Zweites Heft.*

ALCUNE IDEE

SOPRA LE VICENDE DEL DIRITTO NELLA STORIA

Memoria

DI FRANCESCO ROSSI

(Letta nelle Adunanze dei giorni 9 e 23 Gennajo e 6 Febbrajo 1845.)

Le storiche discipline sono oggidì costituite in tale condizione di rinnovamento e di controversia, che chi piglia a trattarne, benchè una sola parte, quando questa sia essenziale alla vita di un popolo, epperò con essa ne segua le vicende, sente la necessità di aversi formata un'opinione intorno alla natura tutta intera della storia, da poi che la sua particolare trattazione non può a meno che non sia eseguita secondo lo spirito o la natura stessa ch'egli attribuisce alla storia in generale.

Per questa cagione, chi voglia istituire qualche investigazione intorno alle vicende del diritto nella storia in generale, od in qualche importante periodo di essa, mi pare che abbia prima da produrre un qualche cenno intorno alla natura della disciplina sopraddetta per giustificare da poi l'ordine che fosse per osservare nella sua investigazione.

Due sono i modi, secondo i caratteri che vengono oggidì principalmente attribuiti alla storia, per i quali essa potrebbe essere inter-

pretata e trattata. Il primo si è quello che accetta i fatti, quali gli sono offerti dalla esperienza e verificati dalla critica, li considera nei loro rapporti di causa e di effetto, riconosce talvolta delle rassomiglianze tra i diversi gruppi o serie, le quali sono da essi costituite, e da queste rassomiglianze inferisce anche qualche congettura intorno all'andamento delle cose umane in certe determinate circostanze. Questo è il modo di Tucidide e di Tacito, di Guicciardini, e nell'essenza anche di Machiavelli; è quello di tutti gli storici che non trassero dalla storia che lezioni di esperienza e di prudenza. Ma l'uomo, essere sistematico e costituito col bisogno di sapere, vuole ad ogni modo trovar la ragione delle cose, tende ad unificarle in sistema, a scoprire la legge che le governa, per potere con essa avere in mano la spiegazione del contingibile. Emersero quindi, quando il mondo diventò un po' vecchio, di tempo in tempo alcune idee che avevano significato di ordinare le cose umane in un qualche sistema. Di poi la filosofia, che è la necessaria espressione di quella tendenza ora accennata, adoperò di scoprire nelle idee e facoltà dello spirito e nei fatti avvenuti, se pur fosse discernibile per l'uomo un principio legale che governi queste umane cose. Furono i suoi tentativi, come era natural cosa, da prima incidentali ed espressi per larghi lineamenti, quando, in sulla fine del secolo XVII, Vico propriamente produsse colle forme di una scienza distinta la legge, secondo la quale egli si avvisò che vivano le nazioni. Un secolo dopo e nel presente, senza tenere qui conto se pigliando le mosse dalle idee di Vico o per naturale maturità dei tempi, questa scienza assunse un carattere, per il quale potrebbe più adequatamente nominarsi *scienza dell'umanità*.

La differenza fra questi due modi di scienza sta in ciò, che nella scienza delle nazioni la legge si compirebbe in ciascuna di esse, in quella dell'umanità si richiederebbe di tutto il genere umano per l'esecuzione del preconcepito sistema. Nell'una e nell'altra la legge può formularsi in un sistema di ciclo o di ritorno di cose umane; ma nella scienza dell'umanità sola può apparire il progresso. Per un altro aspetto cotesti sistemi scientifici vorrebbero ancora essere distinti, il quale sarebbe secondo che la legge riguarda direttamente i fatti stessi

della storia o le idee e facoltà produttrici di questi fatti. La specie dei sistemi per i fatti della storia comprenderebbe quelli di Vico, di Herder, dei Sansimoniani, di Buchez e somiglianti; quella delle facoltà, il sistema di Cousin e di Hegel, e da ultimo anche i principj di Ferrari (1). Secondo questi ultimi filosofi, le forme positive dei fatti non sarebbero calcolate, ma soltanto sarebbe determinato il loro carattere generale procedente da quella facoltà che in dato periodo è in predominio. Così p. e. ricorrerebbe un periodo dell'immaginazione e poi quello della riflessione o ragione, od il periodo dell'idea generale o dell'assoluto e dell'idea subalterna o del relativo, e somiglianti forme generali, secondo il normale sviluppo di queste facoltà ed idee.

Tutta intera questa questione della legittimità della scienza della storia parmi che realmente possa essere riassunta in quella del modo con cui questa disciplina può essere ridotta a quella forma. Fu creduto che la legge si potesse manifestare o nell'ordine delle idee e delle facoltà determinatrici dei fatti, o nell'ordine dei fatti stessi. Ma in che modo si può certificarsi dell'ordine di sviluppo delle idee e facoltà nel rapporto di una effettiva determinazione di fatti, se non esaminando i fatti stessi avvenuti? Questa questione non può dunque essere sciolta nel campo subbiettivo delle facoltà o delle idee! Trasportata nell'altro campo dei fatti avvenuti, vuolsi primamente fare un' osservazione, la quale, quantunque comunale, è necessaria per l'ordine logico; cioè, che se la storia potesse essere elevata a scienza, non diverrebbe che una scienza esperimentale. Ora siffatte scienze non sono di rigore come le pure: esse sono tali quali bastano per l'uso dell'uomo. Egli osserva un fenomeno, riconosce che è sempre avvenuto al medesimo modo; osserva, p. e., che i corpi sono sempre gravi verso il centro della terra; si soddisfa di questa costanza di riproduzione; non sa immaginarsi che la cosa possa diversamente accadere, epperò si fa certo, come sottintendendo, finchè il mondo fisico sarà ordinato in questo modo, che i corpi saranno sempre gravi verso il centro della terra. Egli si appoggia così sul principio che il futuro sarà simile al passato. Ma se il fe-

(1) *Essai sur le principe et les limites de la philosophie de l'histoire.*

nomeno della gravità dei corpi non fosse bene determinato nella sua identità; se esso fosse avvenuto soltanto p. e. tre volte, potremmo noi convincerci di sufficiente certezza della legge della gravitazione? Osiamo noi anche in fisica determinare una legge, quando i fatti non sieno stati bene isolati dalle circostanze contingenti, quando non sieno bene distintamente riconosciuti identici, e di poi quando non si abbia per certa la costanza della loro riproduzione, in modo che ponendo la permanenza dell'ordine fisico attuale, non si possa credere che i fenomeni in questione possano altrimenti avvenire? I logici per verità hanno distinta una certezza fisica ed una certezza morale; ma se questa distinzione non si fonda che sulla diversità della materia a cui si applica la certezza, se essa non procede che dalla riproduzione più o meno costante dei fenomeni dell'una o dell'altra specie, una tale distinzione non è che di quantità, quindi l'una e l'altra certezza per l'intima loro natura si confonderanno insieme. Le leggi della certezza fisica si ponno pertanto considerare nella loro essenza come le medesime della certezza morale.

Nell'ordine dei fenomeni morali adunque per riconoscere una legge nella storia si vogliono considerare nei fatti due cose: il loro carattere distinto, e la costanza della loro riproduzione. Vi fu una civiltà del mondo antico, indi un ottenebramento di barbarie, e poi una civiltà moderna. Non voglio qui addurre l'inconveniente per sciogliere l'argomento; non voglio raccontare che Vico in questi tre fatti del genere umano riconobbe la legge del ciclo, laddove altri filosofi vi scopersero quella del progresso, per quella fusione dei popoli barbari coi colti, donde la civiltà si estese sopra maggior superficie. Ma dimando in buona fede, se questi, se altri fatti della storia erano così chiaramente distinti da potere riconoscere la loro identità, quando ritornassero, da poi che quelli furono così diversamente interpretati; se essi siano abbastanza determinati nelle loro circostanze, se siano sufficienti in numero da generare, nella mente di chi li considera, la certezza ch'essi sono avvenuti secondo una legge, e che questa legge li governerà anche nell'avvenire? Se s'interroga un dotto di scienze fisiche, se i corpi graviteranno ancora verso il centro della terra, egli non potrà

trattenersi dal non affermare di sì: ma in fatto di legge storica potremo noi ottenere la medesima, si può dire, necessaria risposta da un dotto di cose storiche? In fine, per tutto insieme possiamo noi ottenere quel risultamento di scienza, che nelle cose di esperienza basta per acquietare la coscienza dell'uomo e per ingenerargli la opinione ch'egli possiede una scienza? Nei fenomeni fisici si ha il carattere distinto e la costanza di riproduzione; in alcuni fenomeni morali si può fino ad un certo punto riconoscervi queste condizioni, siccome nella manifestazione dell'amore di sè stessi e della tendenza alla felicità, sopra i quali principj furono fondati massimamente i sistemi di economia pubblica; ma nei fatti storici ha mancato spesso la prima condizione, e dove anche ci sia, non vi si riconosce una sufficiente riproduzione da potere stabilire una costanza della medesima. Il mondo morale, siccome il mondo fisico, è certamente governato dalla Provvidenza: il nostro pianeta, e tutto questo sistema mondiale che vediamo od imaginiamo, sono tra loro in rapporto; la natura e l'uomo lo sono per conseguenza: nulla avviene d'insignificante, nulla di contingente al cospetto della Divinità! Ma è dato all'uomo di conoscere queste leggi eterne, cosmiche o morali che governano le forme del suo vivere? Per i mezzi delle sue argomentazioni parmi che non lo possa!

Ma se la storia per l'uomo non può assumere il carattere di scienza, è lecito però, sull'andamento delle probabilità, di portare un'opinione sopra il suo significato. Si può asserire che nel genere umano vi siano i germi della sua vita presente, siccome quelli della sua vita avvenire. Essi stanno nelle sue facoltà e nelle sue azioni; nelle facoltà, perchè producono le azioni, e nelle azioni, perchè sono occasioni di determinare le facoltà ad altre azioni. Ma perchè non è discernibile la legge secondo la quale avvengono coteste azioni, così questi germi di vita non sono intelligibili, se non quando sono sviluppati. Osservasi che alcuni di essi si sviluppano in un tempo vicino alla loro origine, che altri hanno una portata più lontana. I primi assumeranno adunque piuttosto un significato in rapporto alla loro finalità, i secondi più tardi: ma e gli uni e gli altri, finchè non sono sviluppati e per quella parte che non è ancora sviluppata, rimangono insignificanti,

contingenti, accidentali. Osservasi che gli uomini riuniti in un dato sistema ed il genere umano in certi periodi di tempo che pur sono sistemi, per il commercio d'idee che hanno fra loro, transigendo, rettificando, convengono a tendere ad un determinato fine. I germi che si sviluppano, i fatti che si compiono in questo fine, ricevono allora un significato; quella parte che vi rimane straniera od esuberante, è forse destinata ad un fine ulteriore. Quei fini raggiunti, danno il significato di vita ad un periodo di storia, a tutta la storia di un popolo, ad un periodo della storia dell'umanità. Finchè siffatto periodo è in formazione, la sua tendenza può essere sentita dall'universale; l'uomo di genio, che rappresenta i suoi contemporanei, può annunciare, promovendola, questa tendenza; ma il fine a cui riuscirà da poi il periodo, il significato che finalmente riceverà, non è da esso pronunziato. Diderot e Voltaire hanno potuto dire che il loro secolo voleva distruggere gli errori dei loro maggiori, distruggere l'impero di un'autorità pregiudicata, rigenerare il genere umano colla ragione, ricostruire l'edifizio della verità coll'esperienza: ma che il loro secolo alla fine avrebbe mutilato l'uomo, separandolo dalla sua storia; che lo avrebbe mutilato negandogli alcuni sentimenti che gli sono naturali; che il loro secolo, se ha distrutto del male antecedente, avrebbe anche distrutto del bene: in fine, il significato di crisi sensualistica e non di ricostruzione che ebbe quel periodo nel drama del genere umano, non l'hanno avvertito, perchè tutti i fatti non erano compiuti. Se così è, il significato della storia del genere umano dovrebbe essere inteso alla sua fine? E lo potrebbe certamente essere, se tutta la sua storia potesse essere allora conosciuta.

Ma comecchè l'umanità non abbia la veduta che del tempo che si compie sotto ai suoi occhi, tuttavia, argomentando da quello che si sviluppò fino ad ora, se non può determinare in quali forme ed in quali modi essa alla fine sarà per rendersi migliore, può nondimeno fare congettura ch'essa sia per progredire. I ritorni di barbarie che occorsero nella sua vita passata, non fecero che allargare il campo della civiltà. Questa civiltà, dopo lo sviluppo delle idee cristiane, si è fatta più intera e più forte nella sua essenza, ed il mondo è oramai

così in mano dei popoli colti, che non appare donde possa uscire una nuova forza bruta a ricacciarlo nella barbarie.

L'umanità adunque, secondo che ci pare di poter congetturare, considerata nei grandi lineamenti della sua vita, si svolge secondo le sue facoltà, le sue tendenze nel sentimento de'suoi doveri in un modo per noi contingente, ma coll'apparenza del progresso. Pare che essa, quantunque non mostri un ordine costante di fenomeni, pure presenti molti esempj di analogie di fatti. Ma certamente essa riceve le tradizioni e le influenze dalla sua vita anteriore, la sua natura va sempre più assumendo elementi storici, infine la sua vita presente riassume la passata.

E per conchiudere finalmente intorno alla natura di questa disciplina per il presente scopo, se ad essa non può essere attribuito un carattere di scienza, laddove in questo caso essa sarebbe da costruirsi *a priori*, si converrà invece di accettare i fatti in quell'ordine in cui si presentano, di connessione, di causa e di effetto, rimanendo contenti a quelle induzioni che per analogia si ponno da essa ritrarre.

In questa condizione vorrà essere riconosciuto anche il carattere della storia del diritto, perchè essa segue così strettamente le vicende della storia generale. Ma prima di entrare nella sua investigazione importa forse di avvertire che una trattazione distinta di questo elemento, dappoichè esso è parte essenziale della storia generale, non può ricevere tutto il suo significato, se non nel complesso di quella, dove il diritto insieme cogli altri elementi di vita entra in funzione a costituirne il compimento. Una siffatta investigazione potrebbe adunque essere per se un'imperfezione; lo potrebbero essere con essa le storie particolari delle diverse nazioni, le quali pure non sono che parti del drama complessivo del genere umano: questo principio spinto alla sua ultima conseguenza non troverebbe perfetta che la storia cosmica! Tuttavolta vi ha un significato ed una necessità per questi lavori particolari; vi ha un significato per le storie particolari, le quali costituiscono diverse unità, rappresentano distinte idee, e quindi un tutto per se, il quale, comecchè entri in un sistema maggiore, costituisce però sempre un agente distinto nel drama complessivo. Vi ha

un significato per le storie di cotesti singoli elementi di vita, siccome del diritto, della filosofia e somiglianti, perchè essi pure costituiscono diversi sistemi compiuti in se con idea propria, sebbene passino all'atto in compagnia di altri elementi; in fine vi ha una necessità per le une e per le altre, perchè niuna opera generale è veramente matura per la sua migliore possibile formazione, se non è stata prima preparata nelle sue parti.

Fin qui del significato e della necessità generale della storia del diritto. Ma vi ha in essa un'utilità che vuole essere più specialmente avvertita, ed è, che se la natura umana va componendosi nella sua vita di antecedenti storici, come fu di sopra accennato intorno alla storia in generale, e quindi dalla cognizione della storia derivi anche un complemento della cognizione diretta di questa natura, perciò anche la storia del diritto presterà la speciale utilità di somministrare una maggiore cognizione dell'uomo per lo scopo di accomodare a lui una qualche legislazione. È questo in fine il fondamento principale su cui si appoggia la distinzione della scuola storica e della filosofica di giurisprudenza nata in Germania.

Ma ora si conviene di determinare l'ente che debb'essere il soggetto di questa investigazione; nella quale determinazione non si può certamente prescindere dal punto di vista, sotto al quale chi piglia a trattarla nello stato attuale della scienza, ha riguardato questa materia; perchè in fine si conviene bene che si assuma sotto al concetto del diritto ciò che s'intende per questo principio. Hobbes ha collocato il diritto nel risultamento dei patti positivi fra gli uomini, ed ha mutilato la questione dell'uomo morale. Grozio, Puffendorfio, Burlemaqui hanno ammessa una giustizia anteriore ai patti umani senza farne una esplicita distinzione dalla morale. Kant ed i maestri di diritto naturale della sua scuola ne l'hanno distinta. Essi, posta la personalità dell'uomo, ossia il diritto di eguaglianza, in rapporto a' suoi simili per raggiungere lo scopo della sua vita, hanno collocato nella morale tutti i doveri di lui, e nella giustizia la condizione di lasciarlo operare secondo la sua personalità. Savigny ha accolto questi principj, ed un'al-

tra pur recente scuola germanica (1) li ha spinti ad un maggiore sviluppo. Questa scuola insegna che l'idea fondamentale del diritto è la libertà, cioè che in quanto il diritto è possibile, è perchè l'uomo è libero: il che è pure una condizione della morale. Per questa libertà, pigliandola qui nel solo rapporto al diritto, egli può determinarsi in una direzione piuttosto che in un'altra. Alla morale spetta la decisione del bene e del male; al diritto, di costituirsi in norma in quanto norma di azioni, astrazione fatta da ogni natura di precetto. Ma l'uomo nell'esercizio della sua libertà s'imbatte in quella de' suoi simili; essi al par di lui hanno una personalità la quale egli può rispettare od offendere. Il diritto stabilisce adunque il confine tra l'osservanza e la lesione: ma, norma astratta e vacua d'ogni idea morale, non pronunzia se l'osservanza sia un bene, se la lesione sia un male. Da questa presunta natura del diritto, di cui ora si scoperse la teorica, poterono procedere, prima che questa fosse avvertita, certi principj giuridici concreti che sono condannati dalla morale. Così, perchè il diritto di proprietà debb'essere sacro, sacro in diritto può anche essere il diritto del padrone sullo schiavo, sacro il diritto di un ricco creditore che per esigere i suoi crediti riduce alla miseria la famiglia del suo debitore. Ma del diritto non è questa la colpa, si risponde, il quale non conosce nè bene nè male; bensì la è delle istituzioni civili che non ponno impedire il male in ogni parte? Ma il nominarsi diritto quello che, se non può essere condannato come delitto, debbe almeno essere respinto come peccato, è pur colpa di una distinzione tra i mezzi ed il fine, di una separazione di parti di una questione, la quale non può essere adequatamente risolta che nella sua interezza.

Pur si soggiunge che a malgrado che nell'idea di diritto si voglia comprendere anche quella di morale, nondimeno vi ha nella coscienza dell'uomo una distinzione tra questa e la giustizia; che nella giustizia egli intende i doveri che si debbono sempre sodisfare, che si possono esigere dagli altri, e colla morale i doveri di puro merito, i quali da-

(1) Puchta G. F. Einleitung in die Rechtswissenschaft. Leipzig, 1841, pag. 9 e seguenti B. *Von dem Recht.*

gli altri non si ponno esigere: dei quali i primi sogliono chiamarsi perfetti, i secondi imperfetti.

È forza di esaminare questo fatto di coscienza, perchè potrebbe avvenire che questa distinzione fosse più apparente che vera, che essa procedesse per avventura dall'illusione generata da certi giudizj abituali. Io dimando primamente, se la coscienza dell'uomo non si sdegna egualmente contro a chi ammazza il suo prossimo, e contro a chi avendo i mezzi di soccorso lo lascia morire di fame. Credo che la risposta non possa essere dubbia. Vuolsi di poi avvertire, che nella questione dei doveri perfetti è la coscienza generale di tutti gli uomini che può essere chiamata a giudice, laddove nei doveri imperfetti la questione ordinariamente si sottrae a questo giudizio, perchè dovendosi riguardare alla facoltà, ossia ai mezzi di chi sarebbe chiamato a sodisfare questi doveri, e questa facoltà essendo strettamente relativa alla condizione di questo agente, essa si toglie alla cognizione adequata dell'universale per essere abbandonata alla coscienza particolare del medesimo agente, il quale determini se ed in quanto può sodisfare ai detti doveri. Ma quando questa facoltà in qualche caso si fa evidente, cioè diventa del dominio della coscienza universale, allora questa coscienza pronunzia così assoluta la sua sentenza, come fa nei casi dei doveri perfetti.

La difficoltà adunque di conoscere i mezzi di un agente che sarebbe chiamato a sodisfare ad un dovere così detto imperfetto, diventata frequente, può avere trattenuto la coscienza universale dal pronunziare in modo assoluto sopra questo genere di quistioni, e questa ritrosia di giudizio diventata abituale potè essere tenuta per un responso della ragione generale che distingueva i doveri in perfetti ed in imperfetti. Da tutto ciò si vorrebbe conchiudere che la preallegata distinzione dei doveri, anzichè essere fondata nella coscienza, sarebbe dalla medesima contraddetta.

Nelle opinioni ora ricordate dei varj filosofi giuridici il diritto talvolta compare siccome legge e talvolta come facoltà: ma qualunque opinione che si porta del diritto come facoltà, non si può a meno d'inchiudervi il concetto che se ne ha siccome legge. Nella presente

investigazione direttamente importa di considerare il diritto come legge.

Ma per risolvere interamente questa questione parmi che si debba portarla al punto di determinare la suprema destinazione dell'uomo, perchè se questo essere ha una suprema destinazione, da questa debbono necessariamente essere determinate la natura delle sue azioni e le condizioni della sua vita, e da essa quindi il concetto di quel diritto che riguarda il governo dei rapporti degli uomini fra loro. Bene è vero che a determinare questa destinazione si richiede di pigliare in esame la natura dell'uomo, la sua libertà e la sua personalità: ma una volta che con tutta questa disamina questa destinazione sia stata riconosciuta, essa diventa la suprema legge dell'uomo, reagisce per governare tutte le condizioni della sua vita, e però la sua libertà e personalità diventano subordinate a quel fine. Così la questione morale assorbisce la questione giuridica.

La religione e la filosofia si occupano del pari di questa questione: ma perchè non vi ha una verità per la filosofia ed un'altra per la religione; perchè non si può concepire per l'uomo maggiore criterio della sua vita intellettuale che la ragione; perchè non si può ammettere un maggior principio che la religione: così avviene che la prima siccome norma dell'uomo non può essere che un'espressione della divinità, perchè la seconda, che è legge assoluta di questo essere, procede da quella. La prima adunque nella presente questione argomentando dimostrerà quello che la seconda coi suoi precetti direttamente comanda.

E questa dimostrazione non è certamente nuova: ma pure per l'ordine logico vuol essere per qualche cenno quì ricordata.

Se s'interroga adunque la ragione direttiva delle azioni umane intorno a cotesta destinazione dell'uomo, se ne ottiene per risposta ch'egli debbe aspirare al massimo bene, al suo maggiore perfezionamento, alla virtù. Questa ragione gli permette di cercare la felicità, ed anche glielo comanda: ma gli comanda ancora di essere virtuoso. Sii felice finchè puoi, essa dice, ma sii virtuoso, sii il migliore possibile sempre. Perciò la felicità debb'essere subordinata alla virtù. Ma l'uomo su questa terra non

si rende migliore che nella società de'suoi simili! Quivi pel mutuo soccorso trova protezione e conforto; quivi esercita la giustizia e la beneficenza che elevano il suo carattere morale; quivi sviluppa la sua intelligenza, quell'intelligenza che gli fa comprendere la creazione ed il posto eminente che vi occupa, quella intelligenza, per la quale massimamente può procedere nella via del suo perfezionamento. Se così è, la società con tutti i suoi mezzi promove il perfezionamento dell'uomo: essa sarà adunque per lui di dovere: una legge comanderà adunque agli uomini di non offendersi, come di soccorrersi: questa legge governerà le loro reciproche azioni: essa confonderà la giustizia colla morale per ciò che riguarda questa reciprocità, e questa legge può ben chiamarsi il diritto.

Ma il perfezionamento massimo dell'uomo non è cosa che finisca in se. Esso è comandato dalla ragione; ma la ragione è ispirata da un alto principio. Questo perfezionamento sta adunque in rapporto ed in rapporto supremo col principio dal quale viene imperato: però la destinazione suprema dell'uomo dovrà essere riferita sino a questo principio, e quindi la norma delle sue azioni vorrà pure da quello trarre l'origine. Ma la destinazione dell'uomo si compie al di là della tomba, perchè egli è dotato di un'anima immortale e la divinità è provvidente; perciò la norma delle sue azioni, la sua legislazione sarà quella del fatto in cui questa destinazione si compie, sarà la legislazione di Dio.

L'effettuazione di questa legge nei rapporti soli tra uomo e uomo non è tutta possibile, perchè, sebbene la personalità sia subalterna alla destinazione dell'uomo, pure in questi rapporti non potendo essere in fine che l'individuo il vero giudice dei proprj bisogni (perchè anche dove la coscienza pubblica si manifestasse per imporre un atto di beneficenza ad un qualcheduno, non lo farebbe che attribuendogli per ipotesi i mezzi di beneficare), ne potrebbe avvenire che chi pretendesse da altri un atto di beneficenza, ledesse in vece veramente l'altrui eguaglianza e personalità. Ma nella società che riassume le condizioni de'suoi membri, questa effettuazione è meglio possibile: ed in effetto essa impone la beneficenza, e crea diverse istituzioni obbligatorie di

perfezionamento, per le quali essa non avrebbe il diritto, se non lo attingesse nella legge suprema della destinazione dell'uomo.

Ciò nondimeno anche la società non arriva ad ottenere tutto l'intento di questa legge! Ma quello che ne rimane, non sarà meno da tal legge comandato, non sarà meno nella coscienza dell'uomo tenuto per obbligatorio: questo è ciò che suole più commemente e più esclusivamente denominarsi la materia del precetto morale.

Ed il genere umano intese veramente il diritto al modo che or si venne accennando. Esso riconobbe questa norma dalla Divinità, confuse frequentemente la morale colla giustizia, e ne'suoi ordini civili non solo adoperò d'impedire il male, ma ancora di promovere il bene. Se così non fosse stato, gli ordini sociali sarebbero rimasti entro i termini di un tribunale e di un esercito. Il diritto insomma procede per la storia misto di giustizia e di morale.

Questa idea del diritto così composta di giustizia e di morale e con questa condizione di origine nasce e si manifesta nella coscienza umana pei rapporti di famiglia, di società, e di società fra loro. Essa, per usare anche le parole di Savigny, è così naturale all'uomo come il suo linguaggio, e colla materia dei concetti e delle vedute che da essa si svolgono, circonda e determina il popolo nelle sue diverse situazioni sociali.

In questo sistema di rapporti questa idea rivelasi nelle religioni, nelle consuetudini, e di poi, quando diventa avvertita, nelle legislazioni, e ad un tempo nella giurisprudenza che emergendo dai bisogni del popolo ed essendo più o meno direttamente l'espressione del senso legale che vive in quello, interpreta e svolge la legislazione. Finalmente questa idea è anche meditata dai filosofi. Le azioni dei popoli o la loro storia in generale potrebbe anche essere rintracciata a questo uopo: ma soltanto per avere notizia del loro sentimento più o meno vivo di questa idea, poichè l'uomo e le società degli uomini ponno avere determinata ed evidente l'idea del diritto in teorica, ma violarlo nella pratica.

Ora preludendo a questa investigazione occorre di considerare che per tutti i diversi modi di espressione testè indicati l'idea del diritto.

rimanendo sempre la medesima nella sua essenza, assume diverso carattere nelle sue manifestazioni. Perchè essendo essa l'espressione della coscienza di un popolo, la quale si risolve nel modo con cui esso intende la sua vita e la società, e modificandosi diversamente questa coscienza per le diverse circostanze, in cui esso vive, ne viene perciò ch'essa possa essere diversa e diverso quindi il carattere che da essa deriva. Per tal ragione l'idea del diritto si manifesta diversa secondo la maniera e secondo il luogo con cui e dove la società si costituisce, secondo l'origine che le è attribuita, secondo lo stato di civiltà della società, e vi ha alcuno che stima cotesta idea modificarsi anche secondo certe situazioni di popoli.

Queste cagioni tutte insieme o parte di esse, e massime la maniera con che la società si costituisce, determinano ancora le diverse forme di società o di governo, e queste forme dal loro canto determinano diverse modificazioni di diritto.

Io farò di avvertire prima a quelle fisionomie di diritto che sono direttamente prodotte dalle prime cagioni. Ma quando coteste cagioni progrediscono a determinare una forma di società ed una fisionomia di diritto dipendente da questa forma, riserverò al punto, ove si tratterà di questo argomento, l'accennare a questa ulteriore modificazione.

Qualunque siano le circostanze, nelle quali le società si costituiscono, vi ha certamente nell'essenza di esse il medesimo pensiero, cioè un'effettuazione di una condizione naturale dell'uomo, che è quella della sociabilità. L'uomo è in società, perchè avanti ogni cosa egli è socievole, poi vi rimane per difendersi o per vivere meglio, e talvolta la forma per cupidità di dominio o vi entra per violenza. Vorrei dire che anche nel fondo dell'idea di dominio vi ha una qualche cosa di socievole, che vi ha il desiderio di una società bensì tutta a proprio comodo, ma pure di una società; vorrei dire anche che la prepotenza e la conquista non sono talvolta che un'esagerazione del sentimento di difesa o di conservazione che viola in prevenzione i confini della giustizia a danno altrui per tema che altri non li violi a danno proprio o per tema ancora di mancare della propria sussistenza. Ma da poi che la società è costituita colla violenza, osservasi

che essa viene ordinata col principio di giustizia; il che significa che l'uomo vuole in fine la società. Tuttavolta con questo principio generale della sociabilità, le società diversamente si formarono e da questa diversità emersero diverse fisionomie di diritto.

È cosa facile ad un tempo e pericolosa di costituire per congetture un modo di essere che dovette avvenire nella storia; ma quando i modi sussistenti danno l'appiglio a siffatte congetture, allora l'ipotesi che tenendo dietro alle vestigie dei fatti noti si spinge per vie conformi e naturali ad indurne di somiglianti od a compire i già noti in parte, è logica e lecita.

Le società civili si sono formate una volta e se ne formano tuttodì. Ma non è indifferente alle società che vengono dopo, la preesistenza avvenuta di altre società, siccome non vuolsi perdere di mira, che le medesime cagioni, cioè la natura umana e la sua situazione sulla terra, che hanno determinata la formazione delle prime società, ponno ancora determinare le posteriori. In questo formarsi delle società primitive e posteriori, nella reciproca influenza dei fatti sociali antecedenti e successivi, molti e svariati emergono i modi con cui le società si sono costituite e ponno costituirsi. Tuttavia parmi che queste varietà possano essere ridotte a tre specie essenziali. Le società si costituiscono per ispontaneo movimento non avvertito e non evidentemente inteso, per violenza e per deliberato disegno consensuale.

Si trova nella storia, per testimonianze dirette o per appigli ad induzioni, che le famiglie governate da un padre ponno crescere naturalmente in gente o tribù e mantenersi nella dipendenza di un solo capo, il quale diviene il capo di stirpe; ed in questo moltiplicarsi può avvenire che per diversità d'ingegni o di altre circostanze, alcune di queste famiglie si mantengano e crescano in potenza ed altre discendano in debolezza. Queste famiglie, comecchè derivino da un solo stipite e siano tra esse congiunte di sangue, ponno graduarsi tra loro secondo la loro importanza, ed il potere e la proprietà ristringersi da una parte, e il vassallaggio o il famulato e l'usufrutto rimanere dall'altra. A questi vassalli di parentela poterono unirsi altri deboli, i quali chiedendo ed ottenendo protezione dai forti, costituirono pure

un altro ordine inferiore di vassalli o di famuli. Tuttavolta questa disuguaglianza potè essere agli uni tollerabile per il vincolo di parentela e per il modo naturale con cui si è operata, ed agli altri per la protezione di che godono e di che hanno bisogno. Così ne nacque uno stato od un governo domestico di cui la natura per la maggior parte, non la volontà o la forza, ha creato i rapporti fondamentali. Un modo di vivere siffatto fu quello delle patriarchie: occorre nei clan di Scozia, nelle tribù degli Arabi beduini governati da uno sceico o capo, nelle tribù dei selvaggi.

La moltiplicazione successiva potè determinare queste genti a separarsi: un qualche scopo comune, la religione, la permutazione degli oggetti di necessità ed i mercati, il bisogno di difendersi da un nemico comune potè riavvicinarle, e la tradizione ed il sentimento di una comune origine moverle spontaneamente senza un disegno avvertito sociale a riunirsi in una nuova forma di società, la quale non fu più domestica ma civile, perchè non era più dalla natura dato il capo e nell'essenza il vincolo sociale, ma sì dalla volontà comunque implicita degli uomini.

In questo nuovo stato si conservarono, come è cosa naturale, i modi di essere anteriori, se non nella condizione intera, nella modificata subordinata alla nuova società civile; le genti e le tribù ancora fra loro si distinsero, e la famiglia col suo governo, la quale in questo stato di società può riguardarsi come la sua molecola elementare, fece di conservarsi ancora nel governo civile. La società civile così costituita si compone di tribù o gente, e queste di famiglie, delle quali alcune sono signore ed altre a loro rispettivamente serve. Ma in questo stato, quantunque non il più facilmente, la società tutta intera può ancora essere rifugio ad altri deboli, i quali, per il naturale rapporto coll'ente protettore, diventano sudditi o famuli comuni a tutta la società.

La cosa pubblica suole essere trattata fra i capi delle famiglie signore, e la società è un'aristocrazia con clienti o famuli particolari di famiglia ed anche con plebe comune.

E per questo medesimo movimento si ponno introdurre col tempo a poco a poco e trasmutarsi tutte le forme di governo semplici e

miste ed alcune anche delle loro corruzioni, siccome l'oligarchia ed il dispotismo.

Non parmi che le patriarchie sogliano costituirsi colla forza, perchè è troppo diretto il modo del loro formarsi per ispontanea natura. Ciò non ostante non si vuole con ciò escludere che una qualche famiglia isolata o dispersa vi possa essere stata incorporata colla violenza.

Ma della formazione delle società civili la violenza pur troppo non è stato un mezzo infrequente! Le tribù e le nazioni si sono sovrapposte le une alle altre, hanno invaso il territorio, hannosi diviso la terra e gli uomini di altre tribù e di altre nazioni. Potè nascere allora una società che si distinse in diversi corpi, in cui il potere civile ed il dominio delle terre trovossi riunito e secondo le circostanze anche in corpi minori sublocato. Il capo guerriero, a cui era attribuita ciascuna di queste porzioni di terreno e di uomini, potè avere de'suoi compagni da premiare e però da sublocare a loro parte de'suoi terreni ed uomini; potè accogliere alcuni deboli, che non avendo forza sufficiente da mantenere le loro porzioni di terre e di uomini, le mettevano sotto alla sua protezione per riceverle con esse in sublocazione; potè trovare anche nei vinti o nei minori tanta resistenza da non lasciarsi ridurre alla condizione di ultimo vassallo o servo. Per tal modo la società generale era decomposta in tante società particolari, le quali avevano la loro distinta amministrazione, e non si riunivano e non si riconoscevano in società comune che per i capi tra loro eguali e dipendenti da un capo comune di ciascun corpo o suddivisione di corpo. Queste società si mantenevano colla prestazione dei servizj condizionati alla possessione di territorio nello scopo comune del corpo a cui appartenevano.

Le nazioni già costituite fortemente in istato civile hanno anche vinto nell'interesse comune dello stato ed hanno ridotta la nazione vinta nella condizione di suddita comune dello stato vincitore, cioè di plebe; e vinsero ancora con apparenza più o meno vicina alla realtà d'incorporare le nazioni vinte in medesima condizione nello stato o corpo vincitore.

Ma talvolta i vincitori non hanno tutto vinto dal vinto. Rimase an-

cora un sistema municipale, cui il vincitore dovette rispettare; vi rimase una casta che conservò ancora qualche potere; vi rimasero ancora diversi interessi, cui la vittoria non valse a ledere o ad annientare. Così avvenne delle conquiste fatte dai barbari nelle provincie dell'impero romano.

In fine, colla violenza ponno anche seguire tutti i mutamenti nelle forme di governo, ed alcune anche delle loro corruzioni, siccome del dispotismo e della oclocrazia.

Le società per ultimo si formano anche per deliberato consenso. Importa qui di dichiarare da prima che cosa s'intende per questo deliberato consenso nella storia. Un tale consenso non vuole soltanto essere considerato nell'ultima circostanza della sua espressione. Gli uomini non eleggono tale o tale forma di governo per effettuare soltanto un principio speculativo, ma bensì sono condotti avvertitamente o no ad una tale scelta dal sentimento dell'importanza e quindi della forza rispettiva dei diversi elementi della società. I legislatori dell'antica Grecia, quei compromissarj della volontà generale, dovettero bene sentire e rappresentare questa forza rispettiva. Solone in una costituzione democratica, se ammise i teti od i proletarj nell'ecclesia, ne li escluse dalle cariche. Create una monarchia mista per effettuare una teorica, se il popolo non avrà importanza politica, lascerà deserti i vostri collegi elettorali. Una massa di gente, se non è forte, se non sente la sua importanza politica, dimanda l'elemosina, emigra quando sia oppressa, ma non pretende un diritto politico. Allorchè si trova in tali condizioni non è che la disperazione di ogni possibile vivere che la possa fare insorgere.

Nè si dica che talvolta un elemento sociale fu chiamato a vita dalla sola legge, e che di poi diventò un elemento attivo nella costituzione. Certamente che le varie circostanze che accompagnano la vita di un popolo, e tra queste anche le leggi, influiscono sul far nascere ed il tenere sopite certe forze sociali. Ma la legge sola che chiama a vita un elemento nuovo, lo chiama secondo l'importanza di chi ha fatto la legge. I baroni inglesi sotto Enrico II chiamarono in parlamento i rappresentanti dei comuni, ma cotesti deputati non furono che gli

stromenti dei baroni, e la costituzione inglese emerse aristocratica. In Francia fu proclamata una repubblica democratica; ma fu un partito popolare che la volle e l'effettuò, però essa fu un'oclocrazia ed il consenso fu forzato. Negli Stati Uniti di America furono introdotte costituzioni democratiche: ma la popolazione è colà tutta appresso a poco nella medesima condizione: è il terzo stato, la borghesia dell'Inghilterra, e le grandi ricchezze non vi sono che accidentali.

Il deliberato consenso adunque che forma le società civili non può essere un solo atto intellettuale. Questo atto pare, è vero, che nasca in quel tempo soltanto, in cui realmente si compie. Ma non è così: esso deve movere da un principio più profondo; esso ha da procedere dal sentimento della reciproca importanza degli elementi che entrano a comporre la stessa società. Se così non fosse, il consenso non sarebbe che un'opera di delusione od un effetto della violenza. Non importa qui nemmeno di avvertire che le forme di governo che emergono da questo modo, non ponno essere che le regolari.

Dalle cose fin qui dette si scorge che alcune delle forme e condizioni di società ponno nascere per alcuni o per tutti i tre modi ora indicati. Fra queste vi ha il sistema feudale che si vede spontaneamente nascere nelle patriarchie con quella distinzione di sopra avvertita di famiglie forti e di deboli per diversità d'ingegno, e di là passare nelle società civili che spontaneamente se ne formano, e di poi svolgersi anche nella conquista, allorchè attribuisce ai vincitori rispettivamente proprietà di terreni e signoria di uomini insieme. Io crederei adunque di avere con ciò di già accennata l'origine di questa forma di società: ma perchè intorno ad essa dura ancora grave una disputa tra i giuspubblicisti storici, così stimo che non possa qui bastare una sola dichiarazione affermativa, ma richiedasi qualche disamina della controversia.

Alcuni attribuiscono al feudo esclusivamente il carattere militare; altri ne riconoscono di carattere puramente civile; taluno potrebbe anche riconoscere il feudo nella sublocazione graduata della proprietà. In quanto a me, avendo riconosciuto il feudo formarsi spontaneamente nella famiglia, e passare pur spontaneamente nella società civile, e svolgersi nella conquista, parmi di potere asserire che il carattere mi-

litare e civile non sieno che accidenti del feudo. La sua natura è superiore all'uno ed all'altro: ma la semplice sublocazione della proprietà non è tutto il feudo.

Riassumendo al presente uopo le mie idee, vorrei dire che il sistema feudale è quello in cui il potere politico si congiunge colla proprietà del suolo, e dove ciascun proprietario del suolo è anche il signore degli uomini che lo abitano. La prima condizione fu qui accennata, perchè, sebbene occorra in tutte le altre forme sociali, perchè, sebbene la proprietà privata non sia mai assoluta in società civile, anche dove il diritto privato ha preso il maggiore sviluppo, ma sempre sia subordinata ai bisogni generali della società, pure non è sempre abbastanza avvertita come tesi generale: ma la seconda è propriamente la caratteristica del feudale sistema. Non vi è aggiunta la graduazione dei feudi, perchè non parmi, come pensa il signor Guizot. forse avvertendo troppo alla forma concreta dei nostri feudi del medio evo (1), che questa condizione sia necessaria all'essenza del sistema. Questa essenza è costituita dalle due condizioni sopraccennate riunite; e la graduazione che genera una sublocazione di poteri e di dominj, dipende forse dall'ampiezza del territorio feudale combinata coll'incapacità di governarlo e colla facoltà di resistere sufficientemente nel signore ligio, da non lasciarsi costituire in condizione di ultimo vassallo.

Così come è esibito il sistema feudale, per quella riunione stretta e continua del potere politico colla proprietà fondiaria che comprime lo sviluppo del diritto privato circa alla proprietà, siccome della prosperità economica, per quella mancanza d'autorità centrale che non può colpire tutti i punti della società; per quella decomposizione della società stessa in piccoli corpi che facilmente tra loro osteggiandosi, difficilmente cospirano ad uno scopo comune, è una forma imperfetta di società civile; la quale imperfezione si volle qui avvertire come condizione che accompagna questa specie di società, per dimostrare da poi anche nella forma della controversia, entro quali circostanze il nascere di quel sistema sia probabile.

(1) Histoire de la civilisation en France. Paris, Didier, 1840. T. III, pag. 244.

Il sistema feudale adunque, con quelle condizioni ora indicate, si pone da Vico come una forma necessaria delle prime società, collocandone, come fu di sopra per me accennato, l'origine nelle prime case dei padri, asilo dei deboli, e trasportandolo in quelle aristocrazie severe che sono per lui la prima forma delle società civili. In quanto a me, per quella stessa ragione che colle reminiscenze del Vico ho fatto di sopra appresso a poco la medesima storia di questo sistema, così ora non trovo, nè per la storia nè per le congetture, come non possa esso nascere, se non di certa necessità, almeno per probabile contingenza, colle prime società.

Ma la maggior parte avvertendo esclusivamente al feudalismo del nostro medio evo, hanno asserito che questa forma nasca soltanto per la conquista. Per fare qui un'obbiezione soltanto appoggiata a questa causa, si può affermare che colla conquista bensì si svolse il sistema feudale, ma non sempre la conquista lo ha svolto. Conquistarono i Romani, e non introdussero il sistema feudale; ma conservarono sempre tutta intera e disgiunta dalla terra nel centro della amministrazione l'autorità politica; soltanto qualche volta degradarono, massime nelle ultime conquiste imperiali, i primitivi proprietarj ad usufruttuarj e censuali. Ma a ciò si risponde, richiedersi per la conquista generatrice di feudi, che il popolo vincitore sia barbaro, il che vuol dire incapace di grande amministrazione, e che i Romani non erano tali. Tuttavolta, sebbene al tempo che Anco Marzio conquistava Alba, il popolo romano non fosse troppo civile, e non di meno avrebbe tradotti gli Albani in plebe suddita dello stato e non in clienti di genti patrizie, pure si ammette che al tempo delle grandi conquiste quel popolo era già civile e capace di forte, complicata ed ampia amministrazione.

Ma alla conquista barbarica si oppone l'esempio degli Arabi, i quali al tempo delle loro prime conquiste, le quali furono pur grandi, erano barbari, e nondimeno non introdussero il feudalismo nei paesi conquistati. Qui però la barbarie avrebbe forse portati i suoi frutti feudali, se non fosse stata sopraffatta da un altro elemento più forte di essa, il quale fu il principio religioso. Gli Arabi intrapresero le loro con-

quiste, quando era appena nata fra essi una fede, la quale penetrata fortemente nella coscienza di tutta la popolazione, aveva portato con se il principio dell'assoluto dispotismo in nome di Dio e di Maometto nei successori di questa. Questo dispotismo aveva rotta la barriera della famiglia araba, aveva schiacciata l'autorità dello sceico sotto al peso di quella del califo, era giunto a colpire e ad assoggettarsi l'uomo anche nell'interno della famiglia. Gli Arabi conquistarono in nome di un'idea religiosa, e questa idea avendo fondato il potere assoluto dei califi, impedì che il potere politico trovasse una limitazione nel sistema feudale. Ma i Turchi, si soggiunge, furono pure maomettani, e con tutto ciò nelle loro conquiste non introdussero il feudalismo? Ma la religione maomettana non nacque primamente fra i Turchi! Essi non furono i primi ed ardenti apostoli di una fede che col vigore di una recente persuasione abbatte ogni ostacolo, penetra in ogni parte della vita esterna ed interna dell'uomo. I Turchi non conquistarono in nome di Maometto! Essi conquistarono in nome di quell'idea, colla quale conquistarono gli Unni ed i Goti, i Vandali ed i Longobardi, in nome della forza brutale, di quella forza che ha riunite e spinte le tribù barbariche, impotenti a vivere sul suolo natale, a cercare la sussistenza nella conquista sulla superficie della terra.

Ma taluno, vedendo che la conquista non sempre introduce il feudalismo, forse può credere che questo sistema che si riscontra in alcune nazioni, siccome appo gli Slavi del settentrione, dove non avvi notizia storica di conquiste avvenute, possa procedere p. e., dal modo spontaneo con cui fu accennato formarsi nelle patriarchie e di là passare nelle società civili. Tuttavia questa mancanza di notizie non basta ad escludere la conquista, perchè di conquiste ne avvennero in tempi avanti le notizie storiche, siccome avvennero di molte migrazioni, le quali si argomentano dalla posizione dei popoli, massime di quelli trovati in climi infelici (i quali non vi andarono spontaneamente), e s'inferiscono dalle lingue, le quali si riscontrano somiglianti in popoli collocati tra loro a grandi distanze.

Qualche altro ha stimato, non volendo pur derivare il feudalismo esclusivamente dalla conquista, che questo sistema procedesse dalla

infelicità del suolo, la quale non generando affezione negli uomini che vi vivono sopra, fosse cagione che non si sviluppasse un sentimento forte di proprietà, sicchè di leggieri fosse tollerata la proprietà imperfetta feudale. Ma, come si vedrà più sotto al luogo del diritto barbarico, la proprietà e l'imperio sogliono essere strettamente uniti nella infanzia delle società civili: e però i fondi sono in proprietà dello stato, in possessione dei cittadini.

Riassumendo adunque le cose sopraddette circa all'origine del feudalismo, parmi di poter conchiudere che il feudale sistema 1.° spontaneamente germoglia nella famiglia o patriarchia, dalla quale può passare pure spontaneamente coll'imperio domestico nella società civile; 2.° che esso può essere operato anche dalla conquista. Ma vuolsi che la nazione conquistatrice abbia in se, sia nella forma del suo stato, sia nella famiglia, gli elementi di questo sistema, cioè vuolsi che essa sia ancora rozza e barbara, che sia incapace a governare direttamente con un'autorità centrale il paese conquistato (1); vuolsi che questa barbarie non sia impedita nella sua influenza sul feudalismo da qualche altro principio più potente di essa, siccome fu la religione appresso gli Arabi. Del resto non si vuol negare che una siffatta forma sociale non possa essere favorita nella sua origine o nella sua continuazione da altre circostanze, siccome dalla infelicità del suolo.

Toccando delle diverse forme sociali procedenti dalle varie maniere di formazione delle società, non fu nominato il sistema delle caste, il quale dalla maggior parte è riguardato siccome una forma distinta e particolare a certi paesi. Pare che l'opinione di costoro si appoggi massimamente su di un carattere esterno di questo sistema, il quale presenta in alcuni esempj una graduazione di classi diverse nella società. La moltiplicità delle caste in vero può rappresentare diverse epoche di conquista, come nella nostra terra le diverse sovrapposizioni degli strati può rappresentare ai geologi diverse epoche della natura; quindi è che la graduazione delle condizioni di queste caste sia per

(1) Quando anche Roma al tempo di Anco Marzio avesse ridotto in plebe le popolazioni albane, ciò forse le potè essere fattibile, stante che quelle popolazioni, essendo piccole e vicine, non erano soverchie per la sua capacità di governare.

esprimere il reciproco grado della forza di conquista nei vincitori e di resistenza nei vinti. Ma l'intima natura di questo sistema non consiste che nella distinzione di classe imperante, privilegiata, nobile da una parte, e di classe suddita, inferiore, ignobile dall' altra; la quale distinzione può trovarsi fra due siccome tra molte classi. Il che fa che il sistema delle caste non sia una forma distinta di società, ma che si confonda con quelle forme, in cui vi hanno classi di cittadini con condizioni diverse.

È facile il dedurre le conseguenze, ed è semplice il risultamento derivante dai diversi modi di formazione delle società per riguardo al carattere che per essi è assunto dal diritto. Questo carattere in generale rappresenta la forza o l' importanza, con la quale i diversi elementi mirano o sono entrati a formare la società.

Venendo a considerare le società intorno al luogo della loro formazione per dedurne un corrispondente carattere di diritto, si trova che esse sogliono formarsi nei campi od in qualche luogo determinato che diventa una città. Al primo modo nasce la costituzione più immediatamente del campo o dell'esercito, al secondo quella di città; dico più immediatamente, perchè anche nelle costituzioni di città suole verificarsi l'ordinamento militare.

Le società costituite in aperti territorj, appoggiate sopra i soli uomini, senza la distinzione di un qualche luogo privilegiato che sia emerso colle proprie forze, hanno la tendenza per ciò solo, quando non sieno impedite da altre circostanze, a formare di tutte le parti un corpo sociale omogeneo. Vi ponno sorgere, è vero, in questi corpi politici pure di molte città; ma se esse non hanno avuto un' origine propria indipendente, non sono che agglomerazioni di popolazioni, frazioni di giurisdizione superiore; ma non hanno alcun significato per se. Il carattere del diritto in generale si mantiene in questi corpi quando la vita degli uomini è vissuta massimamente nel campo, più lungo tempo rozzo e barbaro, perchè le abitudini agresti ed il commercio non stretto, siccome nella vita delle città, non promovono la civiltà. Ma il diritto pubblico assume più che può il carattere di generalità e quindi di pareggiamento fra le diverse classi o tribù del corpo sociale.

Le società di città sogliono pigliare una forma di costituzione foggiata sul vivere speciale di un determinato luogo, cioè di una città, e questa loro costituzione non è che uno statuto. Queste città ponno estendere il loro dominio, creare anche grandi imperi, siccome fecero Cartagine e Roma; ma è secondo lo spirito della loro costituzione di riguardare le città e le popolazioni suddite siccome parti del loro dominio, ma non del medesimo sistema sociale; e non è che per finzione di diritto, elevando tutti i sudditi al grado di cittadini della medesima città, che le loro legislazioni o costituzioni diventano generali. Pertanto la natura di questa forma ritiene un carattere di esistenza per se, il quale è da essa conservato anche nel centro di maggiori corpi politici, in cui possa essere compresa. Il che quando avviene, è causa che la città non possa essere riguardata soltanto siccome una suddivisione del corpo maggiore politico, nel quale si trova, ma bensì come un ente che abbia anche un' esistenza per se. Questa forma può essere, siccome fu ora accennato, il germe di grandi Stati, siccome è il rifugio dove si riducono i cittadini di un maggiore corpo politico che si dissolve. Così l'imperio romano, massime nelle Gallie, quasi si risolvette da prima in tanti governi municipali, che fosse invaso dai barbari. Da tutto ciò si vede che la costituzione di città è uno dei modi con cui l'uomo suole costituirsi in società, e non è un fenomeno civile particolare ad una data epoca. Tuttavolta è da avvertire, che siccome altri ordini, così anche le città come enti politici possono essere istituite per imitazione anche laddove non sono emerse naturalmente. Così i Romani, che avevano il tipo della città nella loro costituzione, fondarono città autonome o municipj nei paesi conquistati, siccome i Crociati, anche per imitazione, introdussero il diritto feudale in Palestina.

Il diritto che si svolge nelle città ha un carattere di specialità e di convenienza ad un determinato luogo. Esso in generale, siccome la civiltà più facilmente progredisce nel frequente commercio degli uomini nelle città, suole essere parimente più avvertito, più esteso, più ragionevole. Ma il diritto pubblico in ispecie, perchè la città tende a tenersi distinta, anche quando ha imperio, dal suo dominio, ha un

carattere d'ineguaglianza e di privilegio a favore dei cittadini della città capitale.

Il diritto piglia un'altra modificazione secondo che predomina in esso l'idea di procedere dalla divinità ed involge rapporti con quella, o che si riguarda come una norma di società umane per uno scopo che si creda raggiungersi nelle stesse società.

L'uomo per sentimento confessò la provvidenza di Dio e l'immortalità dell'anima. Esso pose l'idea del diritto nei precetti della divinità che governano tutta intera la sua vita esterna ed interna, la terrestre e quella al di là della tomba. La religione fu la prima legislazione di tutti i popoli. Ma siffatta legislazione non fu sempre di tale natura per se da generare nell'opinione che vi siano diritti e doveri reciproci tra i membri del corpo sociale o tra gli uomini, ma sì veramente che i diritti altrui abbiano ad essere rispettati non come un dovere da soddisfarsi verso i suoi simili, ma come un precetto della divinità da essere ubbidito. Il diritto divino ebbe questo carattere di porre l'idea di precetto e di rapporto colla divinità in luogo di quella di diritti reciproci tra gli uomini, finchè non fu rivelata quella legislazione che, dicendo gli uomini essere tra loro fratelli, permise di trarre da questo principio i diritti ed i doveri di eguaglianza e di personalità.

Il diritto divino prescrive la norma, secondo la quale deve vivere l'uomo per raggiungere la sua suprema destinazione; esso riguarda la società civile come mezzo, la vita eterna come fine; esso riguarda di preferenza più l'uomo interno che l'esterno, e nella questione assoluta del diritto esso è il diritto del genere umano.

Ma l'uomo vivente su questa terra in società co'suoi simili, la quale società, se è un mezzo per la sua suprema destinazione, è anche una circostanza che accompagna tutta una forma del suo vivere (*la sua vita terrestre*), non potè a meno di non avvertire ai modi, per cui questa forma si conferma e si migliora, e di questa conservazione e miglioramento fece un distinto scopo della sua attività. Distinse i mezzi che si possono adoperare per raggiungere questo scopo sociale e distinse le azioni che ponno essere governate da questi mezzi. Così

emerse la denominazione di diritti e doveri civili, di ciò che è lecito e di ciò che è illecito civilmente; e perchè cotesti mezzi civili più facilmente arrivano a proibire che a comandare di fare, ne venne anche che il dovere civile più consistesse nel non ledere che nel beneficare; il che contribuisce a mantenere quella distinzione dei doveri perfetti ed imperfetti avvertita di sopra, e per conseguenza quell'altra tra la giustizia comunemente intesa e la morale. Ma l'imperfezione dei mezzi civili portò anche maggiori conseguenze, perchè, dovendosi stabilire una convenienza civile per un minor male o per raggiungere una cosa possibile, e quindi per una misura degli ordinamenti sociali, si accolse persino nella legislazione, se non nell'intenzione, almeno nel fatto, la possibilità del peccato morale; siccome può avvenire nella prescrizione a lungo termine, dove si presume il giusto titolo, il quale può in realtà mancare.

Tuttavolta la società civile non può non lasciare trasparire che essa è soltanto un mezzo e non un ultimo fine, perchè l'uomo non può essenzialmente cadere in contraddizione; che essa, se nel fatto non può sempre, nella intenzione vuole il supremo perfezionamento dell'uomo. Essa intanto, ogni volta che potè assicurarne l'esecuzione, comandò anche il fare, siccome in diversi ordinamenti di polizia; e di poi quante istituzioni non creò nel suo grembo oltre alla tutela della persona e della proprietà, le quali mirano a costituire l'uomo in quella condizione, per cui possa aggiungere la sua suprema destinazione.

Ma con tutto ciò, quando anche la società civile non sia che un mezzo del diritto divino per avviare l'uomo a quel fine, un tale mezzo debb'essere però nel suo genere il migliore possibile. Essa ha dunque uno scopo benchè subalterno per se ed un significato proprio, ed essa debbe adoperare di raggiungerlo.

L'ideale della migliore società civile determina i diritti ed i doveri per i membri di essa e determina i mezzi per effettuarla. Questo ideale consiste nel procurare ai membri della società la maggior quantità di beni materiali, dirigendo questi membri ed aiutandoli ad usarne in modo che si rendano il più possibile moralmente migliori. Questa terra, co-

mechè abitazione passaggiera per l'uomo, ha pure un significato! Questa possibilità e promessa di beni alla nostra attività, questa capacità di goderne, non può essere una delusione della divinità. Questo pomo soltanto ci sarà vietato, se noi non lo gusteremo coll'intento di renderci moralmente migliori. Ora, per raggiungere questo ideale della società civile, i mezzi sono promossi dalla cooperazione di tutti i membri della società: e se questa cooperazione è un debito imposto da quella religione, da quel diritto divino che vuole la società civile come mezzo di perfezionamento, tutti i membri del corpo sociale saranno sacerdoti nell'esercizio di questa parte di religione, saranno giureconsulti di quel diritto. La società civile dovrà adunque essere retta co'suoi mezzi civili. Essa sarà più veramente nella natura del diritto divino, se sarà essenzialmente civile.

Il diritto divino, come fu di sopra avvertito, ha potuto governare le società direttamente un tempo; di poi non fa che coadiuvarle in quella parte, a cui non bastano i mezzi proprj. Così esso, comechè d'intima natura diverso, ma per questo aspetto somigliante, si ridusse in Roma pagana, oltre ai precetti di morale religiosa, anche nella forma concreta del diritto pontificale, e nella società cristiana nel diritto canonico.

Secondo lo stato della civiltà del popolo il diritto si distingue in barbarico, ed in civile o dei popoli colti. Il diritto barbarico in generale, poichè la natura umana non procede per salti, e questo diritto si trova nei primordj della società, non provvede che ai grandi bisogni sociali. Le famiglie e non gl'individui sono ancora le molecole elementari della società, e però stanno ancora i loro governi domestici sino al conflitto col governo sociale. Ma in quella parte che è abbandonata al potere sociale, questo nella forma pubblica interviene più direttamente che non nelle società colte. Di fatto quegli uomini rozzi non sanno ancora distinguere le materie che ponno essere governate dai diversi rapporti sociali. E di poi, in sul primo formarsi della società il senso sociale suole essere più vivo, perchè si riguarda dal cittadino la società stessa e il suo potere siccome una propria creazione per mantenere un dato ordine di cose; la si riguarda come

una cosa propria, come una identificazione di se stesso, e quindi in ogni occorrenza si adopera come cosa propria tutto il potere sociale. Così, perchè la società stessa avrà occupato il suo territorio, la proprietà di quello sarà collocata in essa e non nelle famiglie: e le famiglie vi staranno contente, perchè ritenendosi essere la stessa società, vi riconosceranno un atto del loro potere. Questo procedere rende verisimile quella opinione del Niebuhr, il quale toglie il diritto quiritario di proprietà alle genti (*patrizie*) romane per attribuirlo alla plebe. Per tal modo adunque nelle società barbariche il diritto di proprietà suole essere congiunto coll'impero, il diritto pubblico ottiene una gran prevalenza sul privato; in fine si vorrebbe dire che in tali società, dal potere domestico in fuori, che è condizionato all'esistenza della società, molta materia che nelle società colte apparterrebbe al diritto privato, in quelle è di diritto pubblico. Così, se le società del mondo antico ponno riguardarsi per qualche parte come una prefazione, e però meno sviluppate di quelle del mondo moderno nell'attuale sviluppo, si riconosce che in quelle i membri del corpo sociale erano più cittadini che non rimanessero uomini, che la società civile era più fine che mezzo, e per conseguenza che il diritto pubblico doveva prevalere sul privato. Questa condizione trovasi ancora nelle società moderne nella prima età della loro vita (1).

In queste società barbariche il diritto ha un carattere severo, fiero e grossolano: esso può conservare anche il carattere divino. Ma il senso del diritto, appunto perchè è grossolano, perchè non richiede un esercizio speciale della mente a meditarlo, il che suole generare una classe speciale di uomini a questo ufficio (*come sono i giuristi*), può essere diffuso nella sua interezza fra tutti i membri della società; epperò tutti i membri ne ponno essere giudici, ossia i giudizj si ponno

(1) Si dice, è vero, che il cristianesimo rivolgendosi all'uomo individuo ed assegnandogli una destinazione suprema, ne venne che la società civile non poteva più essere per se stessa un fine. Ma il cristianesimo è una legge di verità e quindi un elemento *civilizzatore*, perchè la *civilizzazione* in fine può essere riguardata come uno sviluppo od un avanzamento verso la verità. E se così è, la civiltà del mondo antico non era così avanzata come quella promossa dal cristianesimo; epperò questo principio sarà stato cagione per questo rispetto di migliore conversione del diritto barbarico in diritto colto.

fare per giurati. Le idee grossolane di questo diritto si rappresentano per certe formole grossolane simboliche, il cui sistema può costituire come un drama giuridico. Esse furono le azioni di legge dell'antica procedura romana, le quali hanno eccitato il riso d'inerudili e non filosofi comentatori, le quali, se non erano esattamente rappresentate in tutte le loro parti, facevano cadere di causa i contendenti; perchè egli era come se nella moderna procedura tutta intellettuale l'attore ommettesse nel libello la cosa o qualche condizione della cosa che vuole ripetere in giudizio.

Finalmente vuolsi avvertire che il diritto barbarico, sia che conservi anche il carattere divino, sia che rappresenti quel sentimento dell'uomo, per il quale spontaneamente confonde la morale colla giustizia, epperò sente anche quel dovere che ha la società civile di promovere il bene morale in mancanza di altre istituzioni, esce per se stesso frequentemente in esortazioni morali.

Il diritto barbarico, nelle sue diverse specie di pubblico, criminale, privato civile, delle genti, ha pure particolari espressioni. Il diritto pubblico non fa che rappresentare i diversi rapporti di forza delle famiglie o delle diverse classi fra loro della società. Le franchigie od il pareggiamento dei diritti, se ve ne ha, non sono la conseguenza di un principio razionalmente riconosciuto, ma bensì soltanto una transazione di forze. Così furono le franchigie ed anche le repubbliche del medio evo.

Il diritto criminale pone la vendetta e la riconciliazione in principio, riassumendo le consuetudini anteriori, e quindi stabilisce il denaro di composizione per pena pecuniaria; e quando non vi potè essere composizione, traduce la vendetta privata in pena del taglione. Nella procedura non essendo le menti capaci di una sottile investigazione di prove, si ricorre facilmente ai giuramenti non solo dell'imputato ma di chi gli aderisce, od all'intervento della divinità, per scoprire il vero.

Il diritto civile privato è più domestico che civile. La mano maritale, la potestà patria governano più o meno integralmente i rapporti della famiglia. Nella contrattazione dei cittadini fra loro concependo

essi, come fu già avvertito di tutto questo diritto barbarico, materialmente l'idea del diritto, la esprimono nella procedura per simboli e per formole, come avvenne in Roma e nelle società barbare del medio evo.

Fu detto che fra le società barbare non vi abbia diritto delle genti fuori dei trattati, perchè in esse il sentimento della forza è troppo più forte della ragione. Per verità non so se alcun barbaro, se alcuna nazione rozza abbiano mai schiettamente asserito, facendo violenza ad altri popoli, che la facessero per ciò solo ch'erano i più forti. Ma la causa giustificante ed il pretesto che ne inducono, sogliono essere così leggieri, che si può affermare non esservi nel fatto un senso vivo di giustizia tra i popoli, un diritto delle genti razionale. Quindi è che questo loro diritto fondato sui trattati non può essere che una pura espressione di una transazione di forze.

Il diritto barbarico, progredendo la civiltà nella società, viene trasmutandosi in diritto dei popoli colti; e questo mutamento, quivi indicato soltanto per i suoi due estremi di barbarie e di civiltà, siccome ogni mutamento in questa materia, viene effettuandosi coll'allargamento dei rapporti e delle idee, coll'entrare, per così dire, delle intelligenze particolari nella società generale delle intelligenze, con ogni situazione che assume un popolo nel sistema generale della umanità, in fine coll'accogliere l'universale nel proprio particolare, col quale quello si congiunge e ne doma la rozzezza e l'isolamento.

L'idea del diritto nelle società colte si va astraendo da ogni condizione materiale per ridursi ad un concetto spirituale inerente alla condizione dell'uomo siccome essere spirituale, sicchè essa diviene sempre più un'idea di rapporto tra le intelligenze. Quindi i simboli e le formole scompajono, perchè basta la parola a rappresentare il concetto spirituale del diritto; quindi anche per avventura nasce, perchè si rende necessaria non per spiegare le formole materiali del diritto, ma per intenderne il concetto fattosi più sottile nella sua essenza e più complicato nelle sue applicazioni, una classe apposita di sapienti per interpretarlo. Ma nello svolgersi dell'idea del diritto si svolge anche e si rende più avvertito il concetto della personalità del-

l'uomo ed il significato della società. Quindi è che sebbene la famiglia conservi ancora il carattere di elemento sociale, sebbene in essa si debbano fare i primi esercizj di vita sociale, la preparazione d'impero e d'ubbidienza e d'amministrazione, sebbene essa in fine sia sempre l'anello tra l'individuo e la società, pure anche l'uomo compare sulla scena sociale co' suoi diritti d'individuo e diventa la molecola elementare della società, perchè la società, lasciando pur sussistere i rapporti di famiglia, penetra a governarli. E se la condizione dell'uomo è avvertita ne' suoi fini o ne' suoi mezzi, la società debbe pure essere avvertita nel suo significato e nel suo scopo. Da ciò deriva massimamente che i membri della società sono considerati nel rapporto dello scopo sociale, e non come forze individuali che entrano in transazione per mantenere una condizione anteriore. Però è il solo cittadino che compare sulla scena sociale; e non è il manifattore di lana, il giurisperito che vuole mantenere i diritti del proprio corpo; non è l'università di Bologna o di Oxford che vuole essere rappresentata come un ente politico per se, perchè ha avuto o le fu concessa la forza di avere un'esistenza propria (1). Finalmente, e ciò è capitale di questo diritto, si pone la maggiore attenzione al sistema delle prove, perchè profondamente si sente e si riconosce che la nostra vita, la nostra libertà, le nostre proprietà, le nostre qualità o condizioni legali non sono in fine dentro alla società civile protette o riparate che da un sistema di prove. Nelle diverse specie di diritto il pubblico tende al pareggiamento dei diritti, se non politici, almeno ci-

(1) Se ad alcuno sembrasse che nell'attuale costituzione di Francia, p. e. i patentati e le capacità che entrano coi proprietarj di fondi per una proporzione nei collegi elettorali, rappresentassero perciò il commercio e le arti liberali, siccome i proprietarj rappresentassero la terra, mi sembra che andrebbe errato. Si ritenne la patente dell'industriale e del mercante, o la capacità dello scienziato del pari che l'imposta prediale per una condizione di cittadino più interessato, più illuminato nelle cose sociali, per una garanzia, per una condizione di miglior cittadino e quindi di più opportuno rappresentante degli interessi della patria, ma non di rappresentante di un interesse speciale. E se pur si volesse credere che con queste ammissioni di diverse condizioni di cittadini si volle sentire l'espressione dei diversi interessi della società, si potrebbe rispondere ch'egli è invece per lo scopo di conoscere meglio tutti gli interessi della patria comune, ma non per attribuire una rappresentanza a classi distinte di cittadini che furono ammessi deputati tolti da diverse classi di cittadini.

vili. La proprietà si distingue dall' imperio, perchè è avvertita l' importanza del diritto civile privato, perchè si va sempre più sentendo che la società è mezzo e non fine.

Nel diritto criminale al concetto della vendetta individuale o della composizione fra le parti subentra lo scopo sociale di rimediare al male presente e di prevenire il danno futuro della società. Alle pene atroci e comuni a troppi delitti si sostituisce una proporzione, e secondo il sentire del popolo, una sufficienza di pene. Le pene per alcune condizioni di cittadini illusorie, siccome le pecuniarie per i ricchi, scompaiono. Ad una procedura superstiziosa e crudele ed ingiusta si sostituisce la logica nelle prove ed il rispetto all' inquisito prima della condanna. Vi ha di più: la società o la scienza, dopo di avere provveduto ad uno scopo meramente civile, al danno della società, od alla spinta al delitto, avvertendo che l' ordine morale offeso vuol essere riparato, che il deliquente non solo debba essere punito, ma ancora riabilitato in quell' ordine, avvertendo che il senso del genere umano vuole questa riparazione, che nella vendetta stessa, quando è considerata in modo assoluto, vi ha un significato di compensazione: la società o la scienza, dico, avvertendo ancora di rendersi strumenti di quel perfezionamento dell' uomo che debbe pure essere promosso dalla società, elevando ad un sublime concetto lo scopo del diritto criminale, vorrebbe con esso soddisfare a quei bisogni di sentimento umanitario ora indicato e ad un tempo dare un mezzo all' uomo degradato dal delitto di riabilitarsi nell' ordine morale. In ciò sta il principio dell' espiazione, il quale tende ad agire sull' uomo interiore e ad ingenerargli il pentimento del commesso delitto, ed a fargli desiderare la pena siccome mezzo di riabilitazione. In questa teorica il delinquente ha il diritto alla pena. Questo principio sta di già tutto intero nel cristianesimo.

Importa forse qui di soggiungere che la correzione del delinquente può anche e fu calcolata in un sistema meramente civile. Ma colà questa correzione non fu considerata che come una utilità, perchè egli è sempre utile alla società di possedere il maggior numero possibile di buoni cittadini: laddove nel sistema dell' espiazione, essa vi

è involta per un motivo di riparazione, siccome un mezzo per riabilitare il delinquente nell' ordine morale.

Nel diritto civile privato, perchè il senso individuale si fa più vivo coll'avvertire della propria personalità, la famiglia si va disciogliendo nella società; la mano maritale e la podestà patria diventano più miti, e perchè il diritto si rende più avvertito e più sviluppato, la donna maggiorenne e fuori di matrimonio, e il minorenne ed il mentecatto sono più meditati nella loro condizione legale e più provveduti dalla società. Quivi la procedura è appoggiata alla parola ed alla logica.

Ma il diritto delle genti anche in queste società può tavolta conservare tali condizioni da non parere in armonia colla civiltà dominante in tutto il rimanente della vita sociale. L'uomo, quando agisce in comunione, si tiene meno responsabile dei risultamenti delle sue azioni. Qualche volta egli si avvisa di separare la sua opinione dalla tendenza delle azioni sociali, si avvisa di agire come stromento passivo, fa diverse restrizioni mentali e qualche volta anche direttamente condanna coteste azioni sociali. E con tutto ciò e i consenzienti e i dissenzienti quasi inavvertitamente in fine si compiacciono dei grandi risultamenti di potenza, cui ponno aver prodotto le azioni inique della propria società. Se i fatti sono già da tempo passati, gli scrupolosi si acquietano nel lungo termine, evitano la questione d'origine e si compiacciono del presente come di cosa che li privilegia senza darne loro alcuna colpa. La severa morale di Catone il maggiore poteva disapprovare (forse non contro a Cartagine!) una guerra ingiusta. Ma egli nondimeno era fiero di essere Romano, e questa fierezza rappresentava implicitamente anche la compiacenza nei grandi risultamenti delle iniquità commesse anteriormente dai Romani. E gli uomini sogliono ancora non solo temere i forti, ma riverirli! Il Francese dei tempi fortunati di Luigi XIV non era odiato in Europa per ciò che appartenesse ad una nazione che era salita in potenza mediante guerre ingiuste, che anzi per tal cagione era stimato e riverito.

Per questo senso di minor responsabilità morale, per questa riverenza alla forza che l'uomo per sentimento conserva anche dopo che è riprovata dalla ragione, il diritto delle genti mantenne ancora sino

quasi dentro all'età presente certi principj, e nominò ancora certi diritti di guerra e di conquista, i quali per se soli non hanno valore in ragione.

Tuttavolta un diritto delle genti razionale emerse nell'età moderna. Il cristianesimo che s'indirizza a tutti gli uomini, il senso di eguaglianza e di mansuetudine che da esso si diffuse fra le genti, le meditazioni dei filosofi che formularono in dettati dottrinali questi sentimenti dei popoli, costituirono un corpo di proposizioni di diritto che hanno pure influito nelle transazioni delle nazioni.

Ma questa questione presume di elevarsi a più alto principio, pretende di essere una questione umanitaria! Il genere umano nella sua vita presenta diverse fasi, per le quali progredendo è pervenuto allo stato attuale. Si dice che le nazioni che hanno finite le loro fasi, che hanno esaurito il loro principio di vita, la loro idea che rappresentano nel drama delle nazioni, debbano ritirarsi, non più imbarazzare, lasciarsi fondere per lasciare il campo alle altre nazioni giovani, vigorose, che hanno un'idea da rappresentare, un ufficio da compire e la forza di compirlo nel drama progressivo del genere umano. Quella forza adunque che le cancellasse dalla scena di azione del genere umano, non commetterebbe una lesione di diritto, ma bensì sarebbe uno stromento delle leggi del mondo morale, che sono anche le cosmiche, perchè tutto è uno nell'universo. Nel mondo fisico conforme a queste leggi cosmiche i corpi invecchiati, esauriti muojono alla fine per dare i loro elementi alla composizione di altri corpi, i quali dotati di vita compiono la loro missione allo stesso modo su questa terra, e non si dice che l'azione fisica che li esaurisce, che l'azione chimica che li decompone, sia una lesione; eppure sarebbe tale, se tutto ciò che è nella economia dell'universo avesse sempre il diritto di essere.

Questa questione così presentata suppone da una parte l'esistenza di una legge delle cose umane, la quale parmi di aver dimostrato che non sia per noi discernibile, e perciò cade ogni edifizio fondato su di essa, e dall'altra si congiunge con quella della presenza del male morale su questa terra, perchè ammette la violenza e il dolore

come mezzi di passaggio necessarj a produrre quelle fasi che le diverse nazioni debbono rappresentare.

Ma basta nominare il male per indicare una cosa destituita di ogni diritto. Il male è un fatto che esiste per i disegni imperscrutabili della provvidenza; ma per la sua natura è una tal cosa che l'uomo e l'umanità ne sono dalla divinità stessa eccitati a distruggerlo. Dal male non può nascere alcun diritto, e non sono legittimi che i progressi, che le conquiste della vera civiltà.

Tra le cause di modificazione del diritto in fine si pone ancora la diversa situazione dei popoli. La posizione geografica, il clima, l'oriente piuttosto che l'occidente sono enumerati siccome gli elementi componenti di questa causa. Montesquieu fu il sostenitore principale dell'influenza del clima sulle modificazioni sociali, ed a Montesquieu fu facilmente risposto che sotto al medesimo clima si mutarono diverse forme e diversi caratteri di uomini e di società. Quanto all'oriente ed all'occidente, parmi che debbasi qui intendere, secondo l'opinione di coloro che producono questo principio, piuttosto un cumulo di circostanze fisiche e morali, cioè di geografia fisica, di religioni, di storia, di forme di società, dalle quali si presuma di derivare un carattere orientale anzichè occidentale al diritto, che non una semplice situazione geografica. Tuttavolta, sia che si avverta soltanto alla posizione geografica od alla geografia fisica dei popoli, sia che vi si comprenda anche il loro carattere morale derivante dagli altri elementi morali, parmi che da queste cause non possono procedere che quelle modificazioni di diritto che furono or ora indicate, oppure certe influenze più dirette sulle forme della società, di cui si ragionerà più sotto; ma non già una modificazione speciale di un diritto orientale piuttosto che occidentale, di un diritto dei climi caldi piuttosto che dei climi freddi.

Le modificazioni del diritto ora accennate non hanno assunto e non è necessario che assumano una forma propria di società. La monarchia e l'aristocrazia ponno trovarsi tanto nella costituzione del campo o dell'esercito che in quella di città; il fondo del diritto divino si può riscontrare in una monarchia siccome in una aristocrazia, perchè la teocrazia in fine non è che l'una o l'altra forma; il diritto barbarico

può sussistere nel sistema feudale, siccome nelle repubbliche di Svito e di Uri. Nondimeno il diritto divino, quando emerge il civile, suole assumere anche una forma positiva propria, siccome avvenne, come fu già accennato, in Roma pagana, dove alla fine si ristrinse nel diritto pontificale, e nel cristianesimo, dove diventò il diritto canonico.

Le sopraddette modificazioni del diritto insieme con altre circostanze, siccome la posizione geografica, il clima, la sterilità o fertilità del territorio, ponno tutte insieme od alcune di esse determinare occasionalmente le forme di governo delle società: ma fra queste circostanze soprattutto il modo, con cui le società stesse realmente si stabiliscono, vuole più direttamente determinare la forma con cui coteste società sono governate.

Non si può negare che queste forme di società non abbiano dal loro canto influito sulle modificazioni preallegate del diritto, che la monarchia e l'aristocrazia non abbiano cooperato a mantenere il diritto divino, che il sistema feudale non abbia nutrito il diritto barbarico: ma esse hanno anche influito nel dare al diritto una fisionomia la quale si lascia più specialmente distinguere siccome dipendente da esse in quanto sono forme di governo.

La natura di questa trattazione richiede che si abbiano ad avvertire anche quelle forme di società, le quali sono dai giuspubblicisti collocate tra gli abusi e le corruzioni delle forme regolari, perchè esse pure sonosi nel fatto verificate e pur esse sono la conseguenza di quelle modificazioni di diritto o di circostanze materiali che furono or ora avvertite.

Le meditazioni sulle diverse circostanze fisiche e morali, nelle quali ponno trovarsi i popoli, l'esperienza storica e le meditazioni ancora sopra i fini della società hanno fatto convenire i giuspubblicisti a riconoscere per legittime tre forme essenziali di società civile, le quali sono la monarchia, l'aristocrazia e la democrazia, a cui sono aggiunte le forme miste. Ma nel secolo passato una scuola filosofica, la quale non considerava l'uomo che nelle sue facoltà e nelle sue condizioni essenziali e naturali, che per conseguenza mirava a separarlo dalla sua storia, ad astrarlo dalla varietà delle circostanze nelle quali può

vivere, trasse da quelle considerazioni la conseguenza, che una sola poteva essere la forma della sua vita politica, perchè una sola poteva essere soltanto la forma ragionevole del suo vivere, perchè una sola è la verità; e questa conseguenza aveva apparenza di essere legittima. Ma il fatto ha confutata questa speculazione: il fatto ha ancora più evidentemente avvertito che la vita insieme coi prodotti delle facoltà essenziali e naturali all'uomo è anche un risultamento di storia e di altre circostanze esterne. Quindi se il diritto è una norma per una convenienza di vita per il fine supremo, se involge in se i mezzi più corrispondenti a questo fine, esso dovrà bene tollerare diverse modificazioni, se una sola maniera di vivere non è possibile, se le circostanze della vita dell'uomo sono diverse. Da questa contemplazione complessiva dell'uomo ne viene ancora al presente che i suoi modi di vivere, quantunque tendenti ad un medesimo scopo finale, ponno essere, secondo le circostanze, legittimamente diversi.

L'idea fondamentale di distinzione delle diverse forme di società in rapporto all'idea del diritto si è, che secondo che esse tendono a lasciare nelle mani di un solo, o di pochi, o di più l'amministrazione della società, quell'idea debb'essere sentita più o meno siccome un ente che genera un sistema di diritti e doveri da esercitarsi e da sorvegliarsi coll'intervento dei membri del corpo sociale, o da essere più direttamente mantenuto e difeso dall'amministrazione della società stessa.

Nelle monarchie la società o lo Stato è personificato in un solo uomo, il quale per questo aspetto diventa come un ente morale rappresentante i diritti politici di tutti i cittadini. Perciò è permesso di riguardare in essa il diritto siccome una cosa più spirituale, si direbbe quasi ontologica, la quale si applica per se, per l'interesse della sua natura. Il sovrano, è vero, è anche un uomo: ma perchè è un uomo solo, è più facile che l'applicazione del diritto sia nell'interesse del diritto stesso che non nell'interesse degli uomini siccome tali, e non come persone legali, qualora ne fossero molti rappresentanti interessi proprj, a costituire la sovranità. Da ciò deriva quel carattere alle istituzioni monarchiche di provvedere direttamente e

preventivamente alle occorrenze sociali e quindi quella preferenza in ogni sorta di transazioni civili alla procedura per parte del governo o d'ufficio a quella promossa dai cittadini, ossia ad istanza della parte.

Questa forma si corrompe, quando alla persona legale rappresentante lo Stato si sostituisce l'uomo co'suoi interessi, colle sue affezioni e passioni. Di qui viene il dispotismo, il quale, quando è diuturno, quando ha potuto impedire lo svolgimento del senso legale, massime circa al diritto politico in un popolo, può avere quasi cancellato nel popolo stesso l'idea di personalità propria in rapporto al capo dello Stato: donde nasce quella specie d'islamismo o di abbandono di persone e di proprietà, siccome accade in Oriente, nel potere reale.

Nell'aristocrazia avviene che una parte della società in un modo permanente ed intrinseco sia il sovrano e l'altra sia il suddito. Si dice in un modo permanente ed intrinseco, perchè l'aristocrazia è essenzialmente rappresentante di una potenza propria che è tenuta da una parte della società sopra l'altra.

Posto il principio sopraddetto di sovranità da una parte, di sudditanza dall'altra, non importa che vi sia nel corpo politico una graduazione di classi con diritti politici diversi: basta che da una parte alcune classi si possano riunire in classi sovrane e dall'altra in classi suddite. Così il sistema delle caste, il quale fu riconosciuto di sopra non essere una forma particolare di società, ma bensì una forma che sia la stessa cosa con ogni altra, dove si trovino classi con condizioni diverse in qualsivoglia graduazione, si riscontra appartenere più propriamente all'aristocrazia, siccome quella che per propria natura comprende la distinzione della classe sovrana e della suddita. Del pari si può collocare nella aristocrazia il sistema feudale, da poi che la graduazione dei feudi fu pur trovata non essenziale alla natura di questo sistema, e perchè nella intima natura della cosa non vi può essere distinzione tra il cumulo delle famiglie che costituiscono la plebe in una società propriamente detta aristocratica e quello delle famiglie di clienti e vassalli distintamente attribuite ai signori feudali.

Per queste cagioni il sistema delle caste ed il feudale furono assegnati all'aristocrazia e non alla monarchia. Nè si dica in obbiezione

di questa affermazione che nella storia si trova il nome di re presiedere a questi sistemi, perchè se le classi superiori vi hanno potere per se e sulle inferiori, e su di queste niun potere abbia il re, siccome è certo per il sistema feudale nel suo pieno vigore, e si lascia congetturare per quello delle caste per la storia e per la natura stessa della istituzione, si conviene bene che l'essenza di siffatti sistemi sia aristocratica piuttosto che monarchica. Di fatto, nel sistema delle caste se occorrono più classi l'una sopra l'altra privilegiate, è naturale che la più privilegiata abbia tanto potere da essere forse come una aristocrazia, o meglio, insieme colle classi privilegiate vicine, possa realmente costituire la classe aristocratica della società, siccome pare che sia avvenuto in Egitto per le caste sacerdotale e militare. Determinate così le diverse forme di società che ponno essere comprese nella aristocrazia, importa ora di osservare che questa forma rappresenta per avventura più direttamente che le altre il modo con cui le società si costituiscono. Perciò se essa esprime la potenza e quindi gli interessi di una parte della società sopra l'altra, il diritto in tutte le sue tendenze e politiche e civili vorrà bene esprimere la natura di questi rapporti. Il diritto quivi, perchè la sovranità è in molti, non tende per se ad elevarsi a quel carattere astratto e generale che è nelle monarchie. Esso conserva un carattere concreto che mira a proteggere piuttosto gl'interessi di uomini che vogliono mantenere un ordine di cose a loro vantaggio, anzichè ad esprimere la persona legale tra il sovrano ed il suddito. Tuttavolta la prudenza civile, la quale nelle aristocrazie suole essere molta, consiglia al sovrano una moderazione che, temperando il diritto pubblico, assicura il diritto privato.

Le aristocrazie si corrompono in oligarchie dove gl'interessi di poche famiglie dentro all'aristocrazia stessa si sostituiscono ai rapporti legali tra il sovrano ed i sudditi.

Nelle democrazie, dove ogni cittadino più o meno direttamente, ma sempre nell'essenza, è sovrano, la tutela dei diritti, la quale nelle monarchie è esercitata in un modo generale ed imparziale dal sovrano, che naturalmente, siccome rappresentante dello Stato, si porta come l'avvocato di ciascun cittadino, e nelle aristocrazie salva la moderazione

suggerita dalla loro prudenza, è esercitata in modo parziale agl' interessi della classe regnante, è mantenuta in un modo concreto direttamente dai cittadini stessi. Il diritto se nèlla monarchia ha un carattere di generalità astratta, quivi ha un carattere di generalità concreta, e però le diverse procedure che mirano alla sua tutela, hanno il carattere di movere da ciascun cittadino, ossia di eseguirsi ad istanza di parte.

Quando la plebe prevale in questa forma di governo, allora essa si corrompe in oclocrazia, e la parte più elevata della società rimane oppressa dalla più bassa. Il diritto segue le vicende di questi rapporti di potere.

Queste forme distinte di società ponno riunirsi in diversi rapporti e formare altre forme che sono miste. La monarchia può congiungersi colla aristocrazia, se non che il principe che deve dividere il potere sovrano cogli aristocratici, più presto diviene il semplice capo di una aristocrazia, che non mantenga alcuna autorità da sovrano. L' aristocrazia può unirsi colla democrazia, quando la classe permanente sovrana divide la sua autorità col popolo o co' suoi rappresentanti. Finalmente vi ha una forma che comprende i tre elementi, monarchico, aristocratico, democratico, la quale contrabbilanciandoli a vicenda presume d' impedire che ciascuno di loro possa abusare del proprio potere.

Coteste forme introdotte per rappresentare diversi principj sociali tra loro riuniti, mirano ad esprimerli in tutte le loro combinazioni e nei rapporti dello Stato e dei cittadini, e quindi il carattere del diritto che in esse si svolge, risente di tutte quelle condizioni che in modo distinto lo modificano nelle diverse forme semplici sopra indicate.

Tali sono le forme di governo semplici e miste indicate per la loro essenza, e tali sono le modificazioni del diritto che da esse ne derivarono. Ma coteste forme non furono tutte sempre avvertite dagli uomini che vi vissero dentro; dal quale difetto pure derivò una qualche modificazione ancora al diritto che fra essi si sviluppò.

Le monarchie e le aristocrazie hanno o ponno avere presto la coscienza della loro forma, perchè quivi il sovrano, tutto o quasi tutto occupato della sovranità, suole o può facilmente essere il più sapiente

politico della nazione, e di poi la forma stessa monarchica ed aristocratica, forma di privilegio e di distinzione, avverte tosto della differenza tra il sovrano ed il suddito e quindi della condizione generale del vivere politico della società. Ma nelle democrazie che sorgono naturalmente per un' eguaglianza di forze tra i diversi elementi della società senza un preparato disegno, può avvenire una transazione di poteri, effettuarsi un' eguaglianza di diritti, ma non aversi il concetto e la coscienza della democrazia. Così nel medio evo in Italia vi erano repubbliche in fatto, ma nell' opinione e nella teorica la forma di governo che si riconosceva, era quella dell' imperio romano. Perciò l' esercizio dei poteri repubblicani non era che un godimento di franchigie, delle quali s'invocava quasi come a protettore e conservatore lo stesso imperatore romano; e perciò ancora, quando anche gli statuti contenessero disposizioni repubblicane, il diritto nel suo complesso non poteva a meno di non risentire del carattere imperiale.

Il concetto democratico vero non può penetrare nella società, se non quando la teorica dei diritti politici può essere confusa ed identificata colla pratica e diventare di ragione universale.

In quanto alle forme miste ora accennate, parmi di potere asserire che avendo tutte l'elemento monarchico od aristocratico in se, ed alcuna anche essendo di artificiosa combinazione, siccome la monarchia mista dei nostri tempi, non ponno a meno di non avere la coscienza della propria natura, e quindi la corrispondente fisionomia di diritto.

Da queste vedute intorno alle diverse modificazioni del diritto appare quali siano le forme che esso suole assumere nel suo svolgersi nella storia, e come queste forme sieno essenziali alle condizioni della sua natura ed ai rapporti colla società, nelle quali si svolge. Donde si vorrebbe inferire che tali forme, non che essere contingenti delle condizioni legali di un determinato popolo, si trovano conformi alle condizioni comuni del genere umano.

ALLEGORIE ETNICHE E CRISTIANE

CONSIDERATE

SOTTO L'ASPETTO DELLA LORO VERITÀ STORICA.

Ragionamento

DEL DOTTORE ABATE BARTOLOMEO CATENA

(Letto nell'Adunanza del giorno 10 marzo 1842)

Chiamerò vera ed acuta la sentenza che stabilisce: le *Favole,* o vogliam dire le personificazioni allegoriche, essere state le prime storie delle nazioni gentilesche (1). Perciocchè non dobbiamo fermarci a questi tempi di somma civiltà, ne' quali delle favole, come di gentili ornamenti, va bramosa la fantasia de' poeti e la penna descrittiva dei romanzieri per animare ed abbellire le loro creazioni, ovvero si prevale di esse l'ingegnoso artista, come di simboli eloquenti per isviluppare a un colto pubblico il pensiero che diede vita ai marmi ed alle tele. Da siffatta civiltà oltrepassando la caligine de' secoli gettiamo uno sguardo sull'origine delle nazioni, interroghiamo i fatti di quelle epoche, chiamiamo ad esame il modo con cui essi fatti potevano rappresentarsi, e svaniranno i fregi, scompariranno i tipi; solo vi rimarrà una severa storia, qual poteva dettarla una primitiva natura. Allora si vedrà che, siccome pei mutoli i mezzi necessarii ad esprimere le loro

(1) Vico. Principii di Scienza Nuova, vol. I.

idee sono atti o corpi che con quelle idee hanno naturali rapporti, così l'uso dei traslati o delle continuate metafore a fine di spiegare i proprii concetti era il più semplice e frequente mezzo di quelle prime genti, alle quali mancavano proporzionate voci ed idee, e la fantasia delle quali tanto più aveva di robustezza, quanto più debole ne era il pensamento.

A dimostrar ciò io non trovo più opportuno esempio di quello che Varrone, il dottissimo fra i Romani, ci presenta nella favola del vello d'oro. Degli antichi, egli dice, i più illustri erano pastori, come il mostrano i vetusti poeti della Grecia e del Lazio, i quali appellavano i nobili antichi, altri πολύαρνας, come a dir possessori di molti campi, altri πολυμήλους, padroni di molte pecore, altri πολυβούτας, di molti buoi possessori; e per ragione del loro gran prezzo favoleggiavano quelle greggie esser ricche di aurei velli. Tale nella Colchide si diceva l'ariete, che col suo nome individuale significava l'intera preziosa greggia di Eeta, al possedimento della quale fu rivolta l'impresa degli Argonauti. Tali in Libia nell'orto delle Esperidi si chiamavano le capre e le agnelle che quivi Ercole avea trasportate dall'Africa, che pel loro pregio i Greci dissero χρύσεα μῆλα, greggi dal vello d'oro; la qual voce, per una prima trasformazione della favola del vello d'oro, fu dai Latini presa nel suo secondo senso in significazione di *mala, pomà:* per cui i greggi delle Esperidi si tramutarono in *pomi*, e ritenutasi però l'antica attribuzione χρύσεα — *aurei,* divennero i pomi d'oro, frutti prodigiosi delle piante possedute dalle figlie di Espero, piante che serbar si dovevano colla più gelosa vigilanza; e perciò fu dato loro a custode un dragone. Di una simile trasformazione, a cui diede motivo l'equivoco di una semplice parola, e su cui furono poscia composti favolosi racconti, abbiamo un chiaro esempio anche nelle sacre pagine, là dove si legge, secondo la Volgata, che (1) Abramo fu fatto uscire da *Ur de' Caldei* per andare nella terra di Chanaan. *Ur de' Caldei*, ovvero *Ur di Caldea,* era città nella quale abitavano Abramo e la di lui famiglia. Ora, siccome l'ebraica voce אור, *Ur*, significa altresì *ignem,*

(1) Gen. cap. XI.

fuoco, gli Ebrei Talmudici costruirono su quella voce quel loro immaginato racconto, che Abramo fu gettato nel fuoco, perchè non volle adorare questo elemento a cui prestavano culto i Caldei, ma di là sottratto per divino sussidio, pose sua dimora altrove (1).

E ritornando alle profane storie, abbiam pure un chiaro esempio di ciò nella favola di Scilla, figliuola di Forco, la quale, siccome narra Virgilio nella sesta Egloga (vers. 74 e seg.), succinta di mostri latratori il candido lato, travagliò le navi d' Ulisse, e coi cani marini si sbranò nel profondo gorgo gli Itachi nocchieri. La qual favola vediamo derivata dalla greca voce σκύλλος, *scillos*, che, siccome abbiamo in Esichio, è sinonimo di *cane*, e dalla conformazione di uno scoglio opposto a Cariddi, che Isacio Tzetze ne' suoi comentarii alla Cassandra di Licofrone ci descrive sporgente in mare, di cui gli inferiori dirupi hanno molte cavità o spelunche, entro le quali annidano belve marine, che si divorano i naviganti, quando le navi sospinte dalle onde di Cariddi ivi si trovano ravvolte.

Alle favole pertanto, alle invenzioni allegoriche diedero vita ed incremento una prima necessità di esprimersi, una immaginazione che rivestiva di poesia i più reali avvenimenti. Ma a promovere questo corso di umane idee sorsero altresì le ragioni di una privata o pubblica utilità. Quali numi informi ed abbietti venerava l'antico Egitto? Quante stranezze nella mistica spiegazione de' loro attributi? Gli onori della divinità, negati al cielo ed agli uomini, erano largiti perfino al bue sotto il nome di Api. Il cane, come Tullio attesta nelle Tusculane (lib. V); il gatto, come affermano Erodoto (nell' Euterpe), e Giovenale (Satira XV); la capra e l'ariete, di cui parla Strabone (lib. XVII); l'ibi stesso, il nemico delle serpi, ebbero un lor culto. Tuttavia una sentenza di Erodoto nell' Euterpe (2) ci consiglia a salire da queste fatuità alle vedute civili e politiche degli antichi Egizii. Questo popolo, che traeva una principale sussistenza dai proventi della terra, stabiliva leggi severissime e perfino la pena capitale contro chiunque im-

(1) S. Girolamo. *Quæst. in Gen.* Medras Haggada, Salomon Jarchi, Moses Gerundensis.

(2) Lib. II, pag. 121 et seq. edit. Steph., 1592.

prendesse la ruina degli animali distruggitori de' rettili, de' vermi, degli insetti nocevoli alle biade o d'altro animale proficuo alla prosperità, alla coltura de' campi. Furono perciò tutti questi in progresso di tempo dichiarati sacri, inviolabili; ond' è il vero detto di Cicerone (1): «Ægyptii nullam belluam, nisi ob aliquam utilitatem, quam ex ea caperent, consecraverunt». I sapienti dell'Egitto non si spinsero più oltre, ma il volgo, sommerso nelle immagini a lui venute dai sensi, cominciò a venerare i bruti stessi coi più stolidi riti, e quindi addivenuto creatore della divinità, se ne immaginò tale caterva che troppo onta ne ebbe la ragionevole natura. Nè fra le sole terre irrigate dal Nilo si rattenne la foga popolare in idearsi divinità; ma dall' Egitto, come da fonte inesausta, seguitarono ad attignere le loro teogonie e le loro superstizioni la Grecia e Roma. Se ne adontavano i filosofi; colla voce di Cicerone (2) chiamavano quelle mostruose forme religiose *falsas opiniones erroresque turbulentos et superstitiones pene aniles. Hæc dicuntur*, sclamavano (3), *et creduntur stultissime, et plena sunt futilitatis summæque levitatis.* E frattanto col loro modo di intendere le allegorie del culto popolare confermavano il principio già innanzi stabilito: che le favole si appoggiano a fatti primitivi. Una ragione fisica investigavano nella favola di Saturno imprigionato da Giove; vedevano in Giove raffigurato il cielo, il *sublime candens* di Ennio, e quello di Euripide:

.... τὸν ὑψοῦ τονδ' ἄπειρον ἀιθέρα,
Καὶ γῆν πέριξ ἔχονθ' ὑγραῖς ἐν ἀγκάλαις.
Sublime, fusum, immoderatum æthera,
Qui tenero terram circumjecta amplectitur.

E per cui sclamava il poeta:

Τοῦτον νόμιζε Ζῆνα, τόνδ' ἡγοῦ θεόν.
Hunc summum habeto Divum, hunc perhibeto Jovem.

Così Cicerone cogli stoici (4), spiegando le altre divinità, considerava nel tipo di Giunone l'aere fra cielo e mare interposto; il mare poi in

(1) De Natura Deorum, lib. I.
(2) Ibidem, lib. II, cap. 28.
(3) De Natura Deorum, cap. 29.
(4) Ibidem, cap. 26.

quello di Nettuno; in Dite, in Proserpina, in Cerere la terrena forza e natura. Nè questo principio de' filosofi greci e romani era stato negletto dai Platonici, la dottrina de' quali appena si ponga in miglior luce, non più si incontra molestia per ridurre ad una realtà e ad una aggiustatezza di senso quel loro dogma che fa Iddio l'*anima del mondo*, e che inteso alla lettera ci appare il più favoloso. E in verità sopra esso quanti hanno provocate indebite risa, come se ciò tanto valesse quanto un attribuire al mondo degli organi e la facoltà di mangiare e di procreare? Ma riflettendo come i Platonici riconoscevano essere Iddio la sapienza, la verità, la legge eterna, il primo Ente, l'Ente universale, si giudica ben tosto che con quel figurato dogma dell'anima del mondo intendevano essi un principio che moveva, che sosteneva, che reggeva la mole dell'universo.

Siccome, per sentimento di Tullio, una ragion fisica vestì di favole verità affatto severe, così le vestì una ragione morale, specialmente ne' tempi in cui come splendida luce si diffondeva la religione di Cristo rimovendo le infelici tenebre del paganesimo, e i filosofi pagani, che non abbracciarono la nostra fede, pur si vergognavano del politeismo come di una imbecillità. Aperto ne è l'argomento che ci porge Apuleo (1), là dove stabilisce averci Omero adombrata in Minerva la prudenza, mediante la quale superò Ulisse ogni orrenda prova. Entrato egli nella spelonca del ciclope, ne uscì illeso, risalì da' luoghi inferni, vinse l'incanto delle sirene, e seppe scampare dalla vorace Scilla. Non meno che Apuleo, un Ammonio Sacca egizio, al quale alcuni moderni storici della filosofia attribuiscono in parte la fondazione di una setta di filosofi pagani che vissero alla fine del secondo secolo dell'era volgare ed al principio del terzo; questo Ammonio imprendeva a dire che le differenti divinità de' Greci e de' Romani non erano se non le qualità personificate di un solo, unico Dio.

Se pertanto l'umano intelletto per una propensione naturale si pasce di rappresentazioni allegoriche; se queste più vivamente dipingono primitive storie nude e severe; se le richiede il bisogno ben

(1) *De Deo Socratis, ad finem.*

anco o l'utilità di raffigurare cose astratte alle menti della minuta plebe; se in fine più forte e tenace rendono esse l'impressione dei fatti e delle persone; quale sorpresa, se anche nel seno del cristianesimo, per entro al suo culto venerando, a meglio rappresentare maravigliosi fatti, o qualità di maravigliosi mortali, spieghino il loro dominio le allegorie? Queste pertanto anche fra noi si ammettono a buon diritto: solo le allegorie, non dirò ridicole o scurrili, l'immaginare le quali sarebbe empietà; ma anche le meno decenti, le meno ragionevoli, le superstiziose hanno il rifiuto degli assennati: perocchè, oltre l'indegnità loro propria, la Chiesa, sempre sollecita pel decoro del suo culto, per la castità di sua dottrina, ne condanna le apparizioni, lasciando insieme che a disviluppare le allegorie primamente accennate, e di cui siccome curioso è l'intreccio, così il fondo è sano ed innocuo, liberamente spazii l'erudizione dei dotti. In questa classe, o Signori, io primieramente ripongo creazioni derivanti da un cotale scambio di nomi o da idee astratte convertite in sensibili. Sia per me un primo esempio nella voce *Veronica*, così formata per la contrazione e corruzione di due voci: *vera icon*, o *vera iconica*, con che si indicava l'immagine del Salvatore venerata nella basilica Vaticana. Tale significazione ancor vigeva nel secolo decimoquinto, quando Agostino Patrizio (1) narrava che il pontefice Paolo II e l'imperatore Federico III si recarono *ad Salvatoris nostri faciem adorandam in sudario expressam, quam Veronicam appellant.* Veronica perciò è nome di una immagine, e non di una femmina. Ben è vero che sulla fede del vescovo Metodio (2) varii scrittori asseriscono che quel nome passò all'immagine del Salvatore dalla pia donna che presentò al Redentore un suo velo perchè si tergesse il sudore del volto, che poi vi rimase impresso; la qual pia donna chiamavasi Berenice o Veronica. Ma oltrechè non havvi traccia antica per provare l'esistenza a que' tempi di tale donna, e gli antichi martirologi non ne fanno menzione, Romano, canonico in San Pietro a Roma nel secolo XII ai

(1) Presso Mabillon, *Iter Italicum, an.* 1685, *septemb.*

(2) Marianus Scotus, *in chron. ad an.* 39.

tempi di Eugenio III (1), scrivendo del sudario di Cristo, chiamato *Veronica,* afferma che rimase impressa la immagine del divin volto sopra quel velo nell'orto degli olivi, dove non era certo nè vergine nè matrona che a Cristo porgesse quel velo, e perciò non nel salire di Cristo al Calvario, come la maggior parte de' recenti scrittori si vanno figurando.

Per una ragione di scambio non dissimile, secondo il Thiers (2), il soldato che, siccome narrasi nel vangelo di San Giovanni, aprì il fianco di Gesù con una lancia, che nel greco originale è λόγχη, Longino fu chiamato; e così dalla lancia fu creato il nome dell'uomo che la vibrò.

Ma di siffatte creazioni sembrami che non si possa addurre esempio più evidente di quello che ci offre il nome del martire *Cristoforo.* Come fra i Greci tale si chiamava *Teoforo,* o portatore di Dio, e tale *Carpoforo,* o portatore di frutti; così tal altro si nomava *Cristoforo,* o portatore di Cristo; il qual nome fu specialmente applicato al nostro martire a fine di esprimere l'amore ch'egli per Cristo nutriva, onde quel distico del Vida (3):

> Christophore, infixum quod eum usque in corde gerebas,
> Pictores Christum dant tibi ferre humeris.

Questo martire celebratissimo in oriente, e che morì per la fede nella persecuzione di Decio, come opinano i più, verso la metà del terzo secolo, si narra essere stato gran convertitore di infedeli, talchè varcando mari ignoti portava d'ogni intorno la fede, e Cristo rendeva visibile e adorabile alle genti. Ora queste notizie etimologiche e storiche del martire bastarono ad alcuni allegorizzanti, ai pittori che seguitarono il genio di quelli e la propria fantasia, ed al volgo che si pasce del maraviglioso cadente sotto i sensi, per idearsi il martire Cristoforo colle forme or consuete. Egli porta Cristo sugli omeri; si affaticava, noi diremmo, in recare la fede di Cristo a terre sconosciute;

(1) Presso Mabillon, *Iter Italicum ut supra.*
(2) *Des superstitions,* tom. II, cap. VI.
(3) Hieronym. Vida. in Epigram.

Cristo ha sembiante di fanciullo; il che indica la fede novella ch' egli arrecava: ma il suo pondo è immenso; onde *Chrytræus* nell' Onomastico scrive:

Omnibus in speciem parvus puer iste videtur;
Quo tamen est toto majus in orbe nihil.

Quindi fu d' uopo assegnare a Cristoforo vigore erculeo, forme gigantesche. Con siffatta statura egli non teme l' incontro dei torrenti, le acque de' fiumi, le procelle stesse del mare che flagellano il lido, e come il Polifemo Virgiliano:

. . . . . dal lido
Nel mar s' avanza, e a mezzo giunto, appena
Il sommo flutto all' arduo fianco arriva [1].

Ma qui non si trattenne il popolare concepimento: perchè il nostro martire percorse illeso infinite contrade, si volle protettore speciale dei viaggiatori e liberatore da morti improvvise quali potrebbero arrecarsi da improvvisi assassini: della quale protezione l'efficacia fu portata al segno che per andare immuni da estrema sciagura bastava mirare l'immagine del santo, onde quegli incolti versi riportati dal Raynaud [2]:

Christophori sancti speciem quicumque tuetur,
Ista nempe die non morte mala morietur.
Christophorum videas; postea tutus eris.

Era perciò a desiderarsi che il santo martire fosse il più possibilmente visibile; e perchè fosse tale, non altro rimaneva che il farlo uscire dalle soglie interne e il collocarlo nel vestibolo e nel frontispizio dei tempii.

Le popolari idee intorno al martire Cristoforo mi richiamano al pensiero ciò che il volgo pronunzia, allorchè accenna al nostro vescovo Ambrogio, dipinto con severo piglio e la mano armata di un flagello.

(1) Eneide, lib. III, traduz. di Clemente Bondi.

(2) P. Theophilus Raynaud. Heterol. spirit. cælest. et infern. sect. 3.

Vedete, egli grida, quel nostro santo invincibile, che alto solleva un flagello? Ben ne udirono il fischio, ben ne provarono le percosse i perfidi ariani. La mente del volgo, così imbevuta di questa singolare idea, non tardò a dichiararla ognor più per la forza di una fantasia a cui prestavano alimento le dipinture degli scorsi tempi. Il raffigurare Ambrogio minaccioso colla sferza, e talvolta in questa attitudine sedente sopra bianco destriero, incalzando e ponendo in fuga le armate falangi de' nemici, quanto mai avvalorava la comune opinione che Ambrogio armato di tutto punto e cinto da eletti drappelli de' nostri nobili cittadini pugnasse in sanguinosi conflitti cogli ariani per entro alla città, talchè gli eventi militari prosperi od avversi dessero ai varii luoghi della città medesima particolari nomi per lunghissimo tempo nella lingua vernacola fra noi conservati? Nè per riporre queste belliche azioni tra le favole anili, e per ridurre le rappresentazioni a semplici tipi, si avvertì che bastava una riflessione anche fuggitiva sulla mitissima indole di Ambrogio, che nella stessa aringa al suo popolo, nella quale parla della sciagurata persecuzione contro lui mossa dagli eretici e da' gentili, così soleva esprimersi: « Dolere potero, potero flere, potero gemere: adversus arma, milites, Gothos quoque lacrymæ meæ arma sunt. Talia enim munimenta sunt sacerdotis ». Così parlava l'eroe di Cristo, prontissimo a versare per la fede, non l'altrui, ma il proprio sangue. Tuttavia l'eroismo sacerdotale di Ambrogio fu convertito in bellico; la sua milizia diventò terrena; materiale stromento di una forza fisica fu creduto il flagello, che forse dai tempi del santo vescovo Simpliciano, successore ed ammiratore della grandezza d'Ambrogio (1) fu preso a simboleggiare la dottrina di lui vincitrice degli eterodossi, il trionfo della virtù, della costanza di lui in abbattere la perfidia ariana, ovunque per la Gallia cisalpina e per le finitime regioni tentasse di spargere sentimenti nemici alla divinità del Verbo: nella stessa guisa appunto che in tempi ben posteriori Antonio il Patavino venne figuratamente chiamato *hæreticorum Malleus*.

E qui mi si permetta una brevissima digressione che giova al mio

(1) Joan. Petrus Puricelli in dissertatione Nazariana.

scopo. Quantunque il tipo del flagello preso fin da antichissimi tempi a significare il trionfo della dottrina di Ambrogio cominciasse già ad assumere nelle menti volgari una cotale idea sensibile e materiale nei secoli di mezzo, come ce ne chiarisce il Beroldo, scrittore del secolo duodecimo (1); quantunque il senso della voce *flagello* sempre più si facesse proprio e letterale ne' tempi che seguitarono, come afferma il Puricelli (2); però non prima dell'anno 1338 o 39 il flagello, che figuravasi disgiunto dalla persona di Ambrogio, si cominciò a porlo nella di lui mano. Il santo vescovo si vede rappresentato nell' antico prezioso altare d'oro della basilica ambrosiana al lato dell' epistola; ma non vi apparisce vestigio che avesse la destra armata di sferza. Le monete della prima repubblica milanese, circa l'anno 1260, rappresentano Ambrogio, ma parimente senza flagello. In contrario, armato di flagello comincia ad apparirci il santo nelle monete della seconda repubblica, verso la metà del secolo XV, allorchè il dominio di queste regioni passò dai Visconti agli Sforza; e l'origine di questa novella rappresentazione non è ravvolta d'oscurità. Sappiamo che a questi tempi avea preceduto la famosa apparizione di Sant'Ambrogio a Parabiago (3), della quale ragiona fra gli altri il Corio sotto l'anno 1337 (4), allorchè Lodrisio disceso dagli Elvetici con forte soldatesca disputava il principato di Milano ai Visconti Azzone e Luchino. Della quale apparizione così poeticamente scrivea Gaspare Visconti, consigliere del duca Ludovico Maria Sforza, parlando ad Ambrogio stesso con quei suoi modi nativi:

A Parabiago rotto il nostro campo
Era, e già preso il mio fratel Luchino;
E la nemica schiera féa tal vampo,
Ch'ognun di noi a morte era vicino:

(1) In Manuali ambrosiano.

(2) In dissertatione Nazariana.

(3) Vedi Bescapè monsig. Gian-Francesco, Delle antichità di alcune chiese di Milano.

(4) « Fu affirmato in questa battaglia essere da ogniuno visibilmente veduto sancto Ambrosio, e di questa città di Milano potentissimo patrone e perpetuo difensore con una scutica in mano percotendo li infensissimi nemici di questa patria: il perchè in tutto Luchino al glorioso sancto diede la gloria di tanta vittoria. »

Visibilmente in l'aria desti un lampo
Che si può dir celeste, anzi divino,
Col camisotto bianco e con tal sferza
Ch'alcun non resse alla percossa terza [1].

Non dissimile è il tipo col quale suole dipingersi il martire S. Giorgio: è cavaliere compiutamente armato, che coll'asta trafigge il sottoposto dragone, ed ha a' suoi fianchi una vergine genuflessa che gli stende supplichevoli le mani e prega soccorso: nella qual vergine, come pensa il Baronio [2], è simboleggiata, secondo il costume degli antichi, qualche provincia o città implorante la difesa del martire contro le aggressioni del cattivo démone, adombrato nel dragone; o come altri opina [3], è figurata la Chiesa, a cui la protezione de' pii magistrati è scudo contro l'immanità degli uomini scellerati. L'aspetto poi militare e vittorioso del santo palesemente indica i suoi trionfi spirituali sopra Satana e il mondo perverso. Ma que' simboli tanto più furono dal volgo e da qualche autore di leggenda presi alla lettera e in istoria tramutati, perchè narravano croniche spagnuole; come Pietro, re d'Aragona, nella memorabile sua battaglia coi Saraceni presso la terra di *Alcoraz,* invocata avendo la tutela del santo martire Giorgio, subitamente fu veduto un generoso cavaliere muovere contro i nemici, e colle sue splendidissime armi percuoterli e sterminarli [4].

Coll'intendimento di esprimere mistiche pugne e vittorie, non i mortali solo ma gli stessi spiriti invisibili e celesti furono talvolta siccome guerrieri effigiati. Quanto è comune la dipintura dell' arcangelo Michaele munito di elmo, di lorica e di scudo, vibrante fulminea spada o lancia contro il cacodemone prostrato a' suoi piedi? Ma non meno nota è l'altra immagine dello stesso arcangelo, in cui spoglio di tutte armi è rappresentato con una bilancia in mano, del qual simbolo pare esser questa la ragione: che siccome a quell'arcangelo si assegna il pietoso ufficio di condurre le probe anime nelle beate sedi e nella luce

(1) V. Rafaelli Gieronimo. *La vera historia della vittoria di Azzone Visconti a Parabiago.*

(2) *In notis ad martyrologium Romanum,* 23 *april.*

(3) Villavincentius. *Martyr.*, 23 apr. lib. III, *de orat. stud. theol.* cap. 27.

(4) *Petrus Abarca soc. Jesu. Annal. Arag.* tom. I ad an. 1096 *in Rege Petro.*

santa, e siccome d'altronde la bilancia è segno geroglifico dell'equità e della giustizia; così con questo tipo della bilancia si volle insinuare che nell'equità e nella giustizia sarà formato il giudizio di ciascun'anima, prima che nella beatitudine si introduca: ond'è pure quella frase di Giobbe (1): «Appendat me in statera justa, et sciat Deus simplicitatem meam».

Ma ritornando a quella attitudine di Michaele che si sottomette l'infesto dragone, non in guisa assai diversa troviamo rappresentata l'immagine stessa della Vergine Madre, la quale col piede preme un immane drago, e questo invano si attenta di imprimervi il morso pernicioso. Colla quale immagine è chiaro raffigurarsi la santa Vergine che rovescia l'impero del demonio col dar nascimento al Cristo. Ed è fatta allusione al grande oracolo pronunziato da Dio (2), subito dopo il fallo de' primi parenti, allorchè disse maledicendo col serpente il démone tentatore: Porrò nimicizia fra te e la donna, e tra il seme tuo e il seme di lei. Ella, o come vuol l'ebreo, egli (quei che nascerà dalla donna) schiaccerà la tua testa, e tu tenderai insidie al calcagno.

Dopo siffatta allegoria, che, come vediamo, ha per base un testo della Genesi, due altri fatti scritturali mi si offrono al pensiero, che diedero occasione ad allegorie, le quali non intese sotto il giusto loro aspetto potrebbero difformare que' fatti medesimi. L'uno è il modo allegorico con cui suole dipingersi Mosè, il legislatore del popolo ebreo, con due corna dalla fronte prominenti: nel che i Giudei sogliono deriderci come se noi facessimo di Mosè una cotal foggia di demonio o altro che di ridevole, conforme si narra nei loro apologhi. Ma l'allusione non è in verun modo oscura, e l'equivoco che risulta dalla Volgata versione latina, la qual legge (3): E Mosè ignorava, *quod cornuta esset facies sua ex consortio sermonis Domini,* tosto svanisce al semplice consultarsi del testo ebraico, che porta: «Egli (Mosè) non sapeva che la cute del suo viso era divenuta risplendente»; giacchè Iddio voleva con tal mezzo conciliare a quel grande condottiere ammesso ai divini colloquii il rispetto e la venerazione di un popolo di

(1) Cap. 31, vers. 6.
(2) Gen. cap. III.
(3) Exod. cap. 34, vers. 29.

dura cervice. Il verbo ebraico קרן, *karan*, denominativo di קרן, *keren — cornu*, fu creduto corrispondere alla espressione *cornua habere*. Ma appunto perchè l'ebreo parla della *cute* del *viso* di Mosè, ne risulta che quella voce dee intendersi metaforicamente pei raggi, dei quali il volto di Mosè risplendeva: ciò che intese, sebbene scrittore di tempi meno felici per la critica sacra, il Cajetano, il quale volge *cornificavit;* e aggiunge: « *Emissio radiorum metaphorice appellatur cornificatio, eo quod tamquam emissio cornuum sit emissio radiorum* ». Pertanto l'ebreo קרן, *karan*, qui dinota *emisit radios*, nel modo che il profeta Habacuc (1) la voce קרנים, *karnaim*, applicò ai fulmini. Alcuni scrittori Giudei pure danno le corna a Mosè, ma figuratamente, e le appellano *cornua gloriæ*. Quindi l'Apostolo dice (2) che gli Ebrei non potevano fissare lo sguardo in Mosè, *propter gloriam vultus ejus:* alla quale interpretazione perfettamente corrisponde il testo dei Settanta che leggono: « Non sapeva (Mosè) che glorioso (per lo splendore) era divenuto il suo sembiante ».

L'altro fatto scritturale da me accennato è quello che risguarda i magi del Vangelo (3). Perchè mai questi magi che si recarono in Giudea per adorare il nato Salvatore, tutti essendo venuti dall'Oriente, siccome afferma il vangelo, e particolarmente dall'Arabia o dalla Mesopotamia, giusta il sentimento di varii dotti, perchè mai si sogliono dipingere l'uno con abito persiano, l'altro col costume greco, e il terzo quale abitatore dell'Etiopia? Non per altra cagione io penso che si rappresentino tali, se non perchè, quantunque tutti appartenessero alla stessa nazione, ed usciti fossero dalla medesima contrada, pure sono posti a simbolo delle genti tutte chiamate alla fede di Cristo, o sia dei popoli d'Europa, che si vollero indicare nel personaggio greco, degli Africani, che sono contrassegnati nell'Etiope, degli Asiatici, significati dal Perso.

Piacque in fine per rappresentare storiche verità, l'introdurre fra le memorie de' cristiani alcuni simboli ed allegorie o veramente staccate dal personaggio che vuolsi additare, o solo aggiunte quasi a compimento

(1) Cap. III, 4.
(2) Epist. II ad Cor. III, 7.
(3) V. *Bibl. Ital.* del 1827, fasc. dell'aprile, tom. 46, pag. 131-132.

della rappresentazione. Di tal genere io reputo il cranio che alcuni dipingono a' piè della croce di Nostro Signore, e che varii scrittori, seguendo Alberto Magno, vogliono essere il cranio di Adamo; perciocchè era opinione fra gli antichi accetta e vulgatissima, che sotto il luogo, dove nel tempo della Passione fu infitta la croce di Cristo, di questo secondo Adamo rigeneratore, si fossero sepolte le spoglie mortali del primo: onde Nonno nella sua parafrasi del vangelo di S. Giovanni (capo XIX) in greco esametro scriveva quelle parole:

. . . . . σταυρὸν ἔχων ἐὸν αὐτὸς Ἰησοῦς
Εἰς μόρον ἀπτοιήτος ἑκούσιον ἔιχε πορείην,
Εἰσόχε χῶρον ἵκανε φατιζαμένοιο κρανίου
Ἀδὰμ πρωτογόνοιο φερώνυμον ἄντυγι χόρσης,

che così credo di poter svolgere in latino:

Ipse crucem gestans humeris moriturus Iesus
Quo voluit letho, patienti interritus ore
Pergit adire viam, donec fatalia scendit
Culmina, vulgari effatu Calvaria dicta
Ex osse antiqui patris condente cerebrum.

Però tale opinione trova oppositori in quelli che giudicano il nome di Adamo qui usurparsi collettivamente secondo lo stile degli ellenisti, i quali così spesso conservano le forme del testo ebraico, seguite non rare volte anche dall' interprete latino. Ora l'ebreo usa talora la voce אדם, *Adam*, per significare la voce complessiva *homines*, siccome a cagione d'esempio nel IV libro dei Re (cap. XXIII, vers. 20), dove si narra di Giosia che bruciò *ossa Adam*, che è quanto dire *ossa hominum — ossa umane*. Laonde, conforme a questa interpretazione, il cranio posto a piedi della croce sarebbe simbolo del monte, sopra cui ebbe morte il Salvatore, e quel monte era detto Calvario, o sia luogo del cranio, perchè ivi si mettevano a morte i colpevoli, ivi si

(1) Cap. XIII, 14.

seppellivano, ma non sì, come varii aggiungono, che a quando a quando rimanessero scoperti i cranii ed altri ossami. E qui in fine non tacerò che per una terza opinione l'immagine del cranio a piè della croce non solo può esprimere l'idea degli evangelisti, che Cristo fu crocifisso sul Golgota, detto il luogo del cranio, ma misticamente altresì può significare la vittoria da Cristo riportata sopra la morte, secondo quelle enfatiche parole di Osea: *Ero mors tua, o mors.*

Ma di queste parziali ed isolate allegorie la copia non è meno ampia che comune e notissima. Io non dirò pertanto, come a raffigurare l'eminente carità di Antonio l'anacoreta verso Dio e i fratelli suoi, gli si ponga in mano una fiamma; e un porco a' suoi piedi dinoti la vittoria di lui sopra le voluttà corporee, e il campanello pendente dal di lui bastone sia simbolo della vigilanza e dell'assidua orazione di lui; come l'allegoria del pesce, secondo le lettere componenti la greca voce ἰχθὺς, che *pesce* significa, sia presa a significar Cristo e gli attributi suoi; come la palma congiunta a vitrei vasetti, incrostati di sangue, esprima un martire di nostra religione; e mostrino fedeli di Cristo in antichi avelli deposti i simboli raffiguranti una vite, una oliva, un'áncora, una colomba; e il monogramma di Cristo, non rare volte accompagnato dalle greche lettere *alpha* ed *omega*, ci ricordino la vittoria per Cristo riportata sopra il peccato e la morte; come in fine ne' sacri dipinti dell'antichità sovente il tipo dell'agnello rappresentasse Cristo Salvatore, quel desso che col titolo di agnello di Dio fu salutato dal Precursore, e quale agnello è raffigurato da Giovanni nell'Apocalisse. Al qual tipo, più che alle immagini, come or si rappresentano di Cristo crocifisso, amava ricorrere la primitiva Chiesa; perchè, siccome osserva il Lipsio, fino ai tempi di Costantino durò il supplicio della croce per castigo de' malfattori; e perciò col proporre in quei tempi Cristo crocifisso ai catecumeni, ai neofiti, ai novelli ancor deboli credenti vi avea pericolo che quel lugubre aspetto cagionasse ne' loro animi ritrosìa o spavento.

Qui fo pausa, o signori; il mio principale intendimento nel trattare siffatte materie voi lo rilevate: si è quello di porre in sicuro, non dirò il sacro culto, nè le cose liturgiche, che non ne hanno d'uopo, ma

bensì un cotal modo popolare di concepire le cose in religione, di esprimerle, di figurarle, modo che non inteso nel suo diritto senso può servire di impulso alla calunnia od al sarcasmo. Sebbene poi mi abbia ancora sott' occhio qualche altro subbietto di simil genere, nè inopportuno al mio dire, nè troppo antico, nè immeritevole della saggia vostra attenzione; pur me ne rimango, affinchè le mie parole, se per avventura si diffondono oltre queste pareti, non vengano a turbare la prontamente alterabile atmosfera di quelli, che anche in un bagliore innocente veggono lampi procellosi.

RICERCHE

INTORNO

LE ARTI DIVINATORIE E LE SCIENZE OCCULTE DEL MEDIO EVO: LORO ORIGINE PER ENTRO ALL'ANTICHITA' DE' POPOLI PAGANI.

Memoria

DEL DOTTORE ABATE BARTOLOMEO CATENA

PARTE PRIMA.

(Letta nell'Adunanza del 26 gennaio 1843.)

Non vi sia cosa ingrata, o Signori, che in una età di filosofie nudrita, in cui cieche ed infauste superstizioni cedono il loro usurpato dominio, ed una possente critica discerne le reali esistenze dalle creazioni della fantasia, le credulità popolari dalle verità storiche, io faccia subbietto del mio ragionare le scienze occulte che dal medio evo fino alla più crescente civiltà in tutta Europa largamente spaziarono; e richiami al pensiero quanto costituì il maraviglioso soprannaturale della moderna epopea succeduto al macchinismo degli antichi numi. Noi, confortatida un'aura benigna che non respirarono i nostri maggiori, guidati da quella luce che irradia le presenti dottrine, consideriamo come trastullo di ingegni infantili, come ritrovamento di meschini spiriti quegli studj e quelle arti che traveder fecero intere nazioni, ed alle semplici cose di quaggiù comunicavano l'impronta di potenze all'umana natura superiori. Ma per giugnere al respiro di queste placide aure, per circondarsi di questa luce, oh, quante fiere procelle dovettero sfidare le umane generazioni, quanti roghi ardenti

trascendere, quante volte inorridire al sordo suono di non vedute catene, gemere sulle infelici vittime di uno sconsigliato o ipocrito zelo, paventare sotto il manto di virtù religiose il trionfo della vendetta! Ora l'umanità, sicura di sè medesima, impunemente grida al fanatismo; un sacerdozio spirante la mansuetudine del Cristo lo disconosce e lo ributta da sè come tiranno del pensiero; la sapienza delle leggi lo comprime o lo punisce. Ma quando le occulte operazioni di scienze misteriose formavano un principio elementare delle credenze de' popoli; quando i principi vi si lasciavano sedurre; quando dalle soglie claustrali uscivano i giudici ed i punitori; è ben maraviglia se anche le menti d'oggidì avessero potuto reggere inconcusse contro una forza che tutto invadeva. Non il grave Alemanno (1), non l'Anglo pensatore (2), non le contrade di Francia sorrette da un clero, geloso custode delle primitive cristiane dottrine (3), non l'Italia che meno risentì la barbarie de' tempi, e sopra cui riverberava ancora una luce della sua antica sapienza, mentre dense tenebre ingombravano gli intelletti di tutta Europa; non queste grandi e popolose nazioni, sì feraci di nobili ed elevati ingegni, rimasero aliene o indifferenti alle opinioni di una sovrumana potenza, interposta tra Dio e gli uomini e a suo grado dominante sull' universale natura. Tacio la Spagna per tanto tempo sotto il moresco imperio educata nelle capricciose fantasie degli Arabi (4); tacio le estreme nordiche regioni, dove fra il sibilo de' venti e la durevol notte iemale sembravano le arti magiche aver collocato un loro diletto soggiorno. Laonde in qual paese non propagarono esse il loro dominio? Dove mai non si trovavano menti dalle credenze magiche infatuate? Le meditazioni astronomiche, le matematiche, l'alchimia, la medicina, lo studio della natura, le invenzioni chimiche, le idrauliche, i ritrovati della meccanica, la farmaceutica, erano altret-

(1) V. Reginone ab. Prumiense: *De Ecclesiasticis disciplinis et religione christiana*, lib 2 cap. 364.

(2) V. Giovanni Sarisburiense: *De nugis curialium*, lib. 2, cap. 17.

(3) V. Guglielmo, vescovo di Parigi, *De Universo*, 2, 2, cap. 22.

(4) V. S. Raimondo de Pennaforti nella sua Somma. Tit. *de sortilegis, et divinis*; ed Alfonso Spina, *Fortalitium fidei*, lib. V, *De bello dæmonum*.

tante conghietture che i loro cultori professavano arti al di là delle umane. Maravigliavano i popoli, ma sfavorevole, infausta spesse volte ne era la maraviglia, colla quale talora si univa lo sgomento, come di fanciullo, a cui fra l'ombre della notte lievi dal terreno e smorte fiamme s'aggirino intorno, e pallida fantasima si mostri giganteggiando. Così in Francia il volgo guatava Alberto Teutonico, detto il Magno, e Arnaldo da Villanova; così nella Brettagna Ruggiero Bacone, e in Italia Tommaso Campanella; così in Alemagna Giovanni Fausto.

Ma il disfavore del volgo, e l'opinione pubblica che sembrava colpire di anatema chi professava arti credute dal più degli uomini misteriose, non riuscì a distogliere da tali vie chi ne avea già impreso il cammino; ed oggidì è uno stupore, è un fenomeno morale il riflettere come elevati ingegni e menti reggitrici delle pubbliche cose ponessero in oggetti, che noi chiameremmo ridevoli chimere, uno studio passionato e severo. Vedete, o Signori, una regina di Francia, Caterina de' Medici, occuparsi con ardore nell' astrologia giudiziaria, ergere grandiosa colonna e colà recarsi a consultare gli astri insieme all'astronomo fiorentino Ruggieri: vedete un cardinale Richelieu, credulo agli stregoni e alle malìe del suo secolo; un Mazarino altresì, studente nell'università di Salamanca, e consultore di oroscopi. Che vi dirò di un Raimondo Lullo, grande naturalista, e insieme ardente cultore della filosofia ermetica e dell' alchimia, cui la follia di que' tempi ai più prodigiosi convertimenti rivolgea; di un Paracelso, infaticabile negli studj della medicina, e insieme facile venditore di assurdità astrologiche? Il pavese Cardano, le di cui opere cotanto influirono sugli studj de' suoi contemporanei, egli che tentò di applicare alla geometria la fisica, con cura non minore poneva il suo ingegno nelle vane ricerche astrologiche. E vi rammenterò un Giovanni Tritemio, monaco pio, erudito, scrittore lodato di molte opere, che poscia destò contro sè medesimo un alto rumore con quel suo ingegnoso libro dell' arte di scrivere in cifra, col titolo di *Steganographia*, cui per la insensatezza de' tempi volendo avvolgere nell' ombra del mistero, diede a credere che usasse cogli spiriti, e a questi impose i più straordinarj nomi, foggiati sull'ebreo? Vi rammenterò un Pico, signore della Mirandola.

sublime, portentoso ingegno, che scrisse dispute contro l'astrologia giudiziaria, ma non riuscì a svestirsi di quelle idee chimeriche che in lui ingenerate avea lo studio dell'arte cabalistica? E l'occhio gettando fin sul secolo decimosettimo, dirò del gesuita alemanno Kircher, scienziato de' più notevoli, ma che non avea ancora abdicato alle dottrine del maraviglioso: il suo *Mundus Subterraneus* è talora un Mondo Cabalistico, volendosi por mente a quegli esseri fantastici, dei quali egli va popolando la cavità inferiore del globo.

Or se negli andati tempi così grande era la persuasione delle esistenze magiche, se uomini di mente elevata o non sapevano spogliarsene, o di buon grado l'abbracciavano, se, quantunque odiosa e mal fida se ne riputasse la cagione operatrice, pure i prodigj magici che si andavano proclamando, si volevano prodigj, e con avida brama si raccoglievano; non è più sorpresa che i cultori delle scienze secrete, come noi le appelliamo, si cercassero anche da lungi, o si facesse cammino là dove più romoroso si spandeva il grido di lor medesimi. Intorno a che Enea Silvio Piccolomini, conosciuto dappoi sotto il titolo di papa Pio II, nelle sue Epistole accenna un fatto che per la sua singolarità non trascuro di qui riferire (1). Narra egli, scrivendo a un suo fratello, come un famoso astronomo e medico del duca di Sassonia, uomo ricco e potente, spedito gli avesse un suo nunzio per chiedere notizie della montagna così detta di Venere, e ch'ei voleva situata in Italia; perciocchè avea udito quivi insegnarsi le arti magiche, delle quali egli era sommamente bramoso. Al che Silvio, dopo aver risposto che ben conosceva un porto di Venere presso i monti della Liguria, ed in Sicilia il monte chiamato Erice, già sacro alla dea Venere; ma in siffatti luoghi non esistere alcun che di magico; pur si stette sopra pensiero, che mai non si volesse intendere un lago nell'Umbria, vicino alla città di Norcia, là dove nel seno di monte discosceso si apre una spelonca immane, e udito aveva soggiornarvi stregoni e démoni e notturni fantasmi, e che le persone abbastanza intrepide per affrontare que' siti veggono degli spiriti, favellano con esso loro, e apprendono la magia

(1) Epist. 46 del lib. 1°.

Queste cose, soggiugneva Silvio, io non le vidi, nè di vederle mi sono curato: ma il giureconsulto Savino mi accertò essere un fatto veritiero, e mi nominò e mi descrisse il luogo. Laonde a quel giureconsulto Silvio tenne assai raccomandato il messaggiero del medico sassone. Quale ne sia stato l'evento, Enea Silvio non ne ragiona più: ma in questa vece Leandro Alberti, nella sua antica *Descrizione d'Italia* (1), ci è scorta a tutto conoscere. Egli parla appunto della suddetta spelonca vasta e orrenda, nominata caverna della Sibilla, dominatrice, come cantava la fama, di un bel reame, gli abitatori del quale si tramutavano la notte insieme colla Sibilla in altrettante serpi spaventose. E dalla parte di altissimo monte che guarda all'oriente era posto il famoso lago, sopra il quale dicevansi apparire i demonj, costretti dagli incantatori, e quivi ragionare con essi. L'Alberti, che dà a tutto ciò il titolo di pazza favola, prosegue raccontandoci che, fattasi più grande la celebrità del lago e dello speco portentoso, non solamente Italiani, ma uomini altresì di lontani paesi vi si recavano; e che dappoi, sebbene si trovassero uccellati da una fama menzognera, pure, affinchè non sembrassero menti frivole e vane, nè si ridesse sui dispendii da loro sostenuti, bugiardamente affermavano di aver veduto ed ascoltato ciò che mai non venne a ferire nè gli occhi nè l'udito loro. Finalmente i nativi del paese, stanchi delle importunità e delle gravezze di chi visitava que' dintorni, e di chi ritornando bestemmiava, più sincero degli altri, la stolidità sua propria, deliberarono di turare le fauci della caverna e di impedire che nuovi incantatori tentassero l'aspro monte, o si rivolgessero al lago, di cui le onde naturalmente irrequiete, perchè di continuo ripercosse da acute, ineguali, oscure rupi, ingerivano l'idea di un subsulto demoniaco, a cui erasi associata l'altra idea di una sibilla dimorante nel vicino speco.

Quanti racconti di simil tempra sfumerebbero più lievi di uno spettro, se trovassimo scrittori contemporanei così giudiziosi e leali come il nostro Alberti? Ma se fole ridicole sono il lago e la sibilla Norsina; menzogna non è che alla magia, se non altro fosse, alla teúrgica, a

(1) Pag. 278, ec., ediz. di Venezia del 1571.

quella cioè che i demonógrafi appellano *magia bianca*, e cui vogliono operatrice di prodigj, senza l'intervento di mali spiriti, non è menzogna che a siffatta magia si dedicassero scuole, che le medesime apertamente si insegnassero a Toledo, a Siviglia e a Salamanca, nella quale ultima città a Martino Del Rio, che ci è mallevadore di tutto ciò (1), venne mostrata una camera sotterranea, o, come egli dice, *crypta profundissima, gymnasii nefandi vestigium*, che cento anni addietro avea fatto otturare la regina Isabella, moglie di Ferdinando il Cattolico. Che se poniamo mente a quell'altro aspetto di magia, che *nera* si appella, voglio dire a quella ignobile stregoneria, in cui il grottesco andava frammisto col terribile, il bizzarro collo spaventoso: è difficile a dirsi quanta fede cieca e miseranda vi prestassero, non il volgo solo, ma anche le classi della società più notevoli. E come suole avvenire che l'uomo iniquo, a fine di compiere i suoi voti colpevoli, sa giovarsi d'ogni tendenza, d'ogni opinione dominante; così molti vi aveano che tratti da ambizione, da avarizia o da altra umana perversità, velavano di misteriose forme quel poco che sapevano dei secreti della natura, lo avvolgevano in arcane, incomprensibili note, e si facevano partecipi di una soprannaturale e non visibile potenza. Ai loro perfidiosi recessi quante volte moveva l'uomo avido di leggere nell'avvenire, bramoso di ricuperare una perduta salute, anelante a vendetta, od arso da insani amori? Non bastevole da sè a conseguire la sua meta, e invano tentando il cielo che lo respingeva, sembrava rompere in quelle tristi parole: « Flectere si nequeo superos, acheronta movebo ».

Ma il fallace incantatore, non pago de' suoi sortilegi fra il bujo delle domestiche pareti, usciva oramai alla piena luce del giorno, la comune imbellicità affascinando. Nel secolo XV perfino la progenie degli Zingari, progenie impura, che o discacciata da' suoi covili, o spontaneamente lasciatili, era comparsa nelle regioni occidentali d'Europa, andava spacciando di portar seco l'arte dell'indovinare, e fra quelle sue ciancie esercitava un maligno ladroneccio (2).

(1) *Disquisit. Magic.*, libr. sex. in Proloquio.

(2) Quando alcuni vi andavano (così nella *Cronica di Bologna*, pubblicata dal Muratori, Tom. XVIII *Rer. Ital.*, p. 612), di que' che volevano fare indovinare de' loro fatti, pochi vi andavano, che loro non rubassero la borsa, o non

E, ciò che più grava la loro perfidia, come con siffatti pretesti delle loro arti divinatorie, involavano ne' tempi appena decorsi gli schiavi

tagliassero il tessuto alle femmine. Anche andavano le femmine loro per la città a sei e a otto insieme. Entravano nelle case de'cittadini, e davano loro ciancie. Alcuna di quelle si fieeava sotto quello che poteva avere.... onde feeero un gran rubare in Bologna.

Riporteremo pure un curioso aneddoto che leggesi nella *Revue Britannique, cinquième série, tome quatrième,* pag. 146. « Cette anecdote comique.... nous révèle une de ces ruses de voleurs, qui dans leur langue, les Zinealis appellent Kokkano baro, ou le grand tour. Une bande de Gitanos se trouvant eampée dans les environs d'un village, une Gitana alla frapper à une maison habitée par une veuve riche, sans enfans, et encore belle. Après l'avoir saluée, et lui avoir débité le compliment qu'elle faisait mourir d'amour tous les galans du pays, jeunes et vieux, garçons ou mariés, nobles et bourgeois, elle ajouta: — Señora, j'ai conçu pour vous la plus vive affection: sachant quel bon usage vous faites de votre richesse, j'ai voulu vous révéler que vous êtes encore plus riche que vous ne le pensez. Apprenez donc que vous avez un trésor dans votre eave; mais vous aurez beaucoup de peine à vous en emparer, parce qu'il est enchanté, et qu'on ne peut le retirer que la veille de Saint-Jean. Nous voici au 18 juin: dans cinq jours sera le 23; d'ici là, ramassez quelques bijoux d'or et d'argent, avec quelques pièces de monnaie, n'importe lesquelles, pourvu que ce ne soit pas du cuivre. Préparez six cierges de cire blanche ou jaune; car, au moment opportun, je viendrai avec une de mes sœurs, et nous retirerons de votre eave assez de richesses pour vous faire vivre avec une magnificence qui exeitera l'envie de tous les gens de ce bourg. L'ignorante veuve se confiant à ces paroles, crut déjà posséder tout l'or de l'Arabie et tout l'argent du Potose. Au jour désigné, les deux Gitanas furent ponctuelles, et ne laissèrent pas s'impatienter long-temps la veuve crédule. — Avez-vous tout disposé? lui demandèrent elles, le temps presse; descendons à la eave pour commencer nos conjurations. Avez-vous les cierges et les bijoux? Vous savez que l'or attire l'or, et l'argent l'argent. — Tout était prêt: les trois femmes descendent, allument les cierges, et les posent en rang dans leurs chandeliers autour d'un vase d'argent qui contenait quelques sèaux et divers bijoux en corail et or de peu de valeur. — Allons nous replacer près de l'escalier, dirent les deux Gitanas; elles allèrent s'y tenir quelque temps, joignant les mains, faisant semblant de prier, puis disant à la dame de les attendre, et redescendant, elles se mirent à parler, imitant plusieurs voix, comme s'il était entré quatre ou cinq autres personnes dans la eave: Señor San Juanito, disaient-elles, seigneur petit Saint Jean, pourrons-nous retirer le trésor? — Oui, bientôt, répondait une voix d'enfant; et la veuve étonnée espérait voir enfin tant de richesses, lorsque les Gitanas revinrent à elle; la première lui disant: — Remontons, señora; puisque nos désirs sont sur le point d'être accomplis, apportez-nous à présent la meilleure jupe, la meilleure robe et le meilleur manteau de votre armoire; il faut que je paraisse avec d'autre vêtemens que ceux que j'ai ici. — La veuve remonta avec les deux Gitanas, et alla leur chercher ce qu'elles lui demandaient. Alors les deux Gitanas se voyant libres, et ayant déjà mis en poche l'or et l'argent qui avaient servi à la conjuration, ouvrirent la porte de la rue, et se sauvèrent à toutes jambes. Quand la veuve revint, elle ne trouva plus personne, ni les Gitanas, ni le petit saint Jean, ni rien; et ses voisins, accourus à ses cris et à ses larmes, trouvèrent fort plaisant le tour qu'on lui avait joué ».

di una provincia per farne traffico in un'altra: così ne' più rimoti derubavano i fanciulli d'Europa per crescer numero alla loro vagabonda popolazione, o per ritrarre da barbariche mani un lucro (1). Sebbene non da tali schiatte pressochè nomadi, ma da esempj affatto europei, possiamo chiaramente rilevare che la fallace arte dell'indovino, il prestigio della magia talora nascondevano fatti o disegni orribilmente criminosi. Nel secolo XVII qual raccapriccio destava la condanna di un Gaufridi, paroco di Marsiglia, famoso stregone, che avanti i tribunali confessò le atrocità tutte quante deposte contro di lui e i sacrificii in onor di Lucifero celebrati ad imitazione dei nostri riti venerandi? Oltre la metà dello stesso secolo non minore sgomento incutevano due ree femmine di Francia, le quali, non atterrite dalla pena capitale inflitta alla marchesa di Brinvilliers, avvelenatrice del proprio fratello, coll'arte dell'indovinare associavano delitti, a cui fu aggiudicato il rogo. Ma dirò ancor più: talora un pubblico o privato livore avidamente si appigliava ad imputazioni di criminosa magia per opprimere innocenti avversarj. Ella è cosa ancor disputata, se ai tempi del cardinale Richelieu l'invidia, il dispetto, un mal distinto zelo non abbiano forte contribuito ad accendere le fiamme, in cui venne arso Urbano Grandier, paroco e canonico di Loudun, accusato di avere operata la ossessione demoniaca delle Orsoline di quella città (2). E troviamo pure di Giovanni Fust, quel desso che partecipò alla gloria dei primi inventori della tipografia, come, vendendo egli in Parigi i novelli prodotti di quest'arte che diede così maraviglioso impulso al rigeneramento delle scienze e delle lettere, gli amanuensi della città lo accusarono di magia, ed egli si riputò avventurato di aver potuto colla fuga sottrarsi a funeste inquisizioni (3). Ma per accennare un truce av-

(1) « Il paraît évident que les Gitanos (gli Zingari di Spagna) ne cessèrent jamais d'entretenir des relations avec les Maures d'Afrique, depuis leur espulsion d'Espagne. Les Gitanos, n'ayant pas plus de sympathie pour un peuple que pour l'autre, vendaient des enfans espagnols aux Barbaresques, comme ils auraient vendu des enfans barbaresques aux Espagnols, si ceux-ci en eussent voulu acheter ». George Barrow: *Revue Britannique, cinquième série, tome quatrième*, p. 137.

(2) V. Aubin, De la Menardaye, Ménage, Renaudot.

(3) Il chiarissimo conte Pompeo Litta, nelle sue *Famiglie celebri italiane*, così racconta di Eleonora Dori, moglie di Concini e confidente

venimento nella storia de' popoli, chi mai ignora i supplizj di Giovanna d'Arco, l'eroina d'Orléans, cui un orgoglio nazionale fremente sulle sue sconfitte, secondato dalla nequizia di un vescovo e dalle viltà di un perverso tribunale, condannò alle fiamme, quale sfacciata maliarda e divinatrice demoniaca, mentre dalle stesse sue esaltazioni religiose appariva innocente e castissima come l'amore di patria che la infiammava? Il processo dell'infelice essendosi dappoi riveduto da papa Callisto III, fu essa dichiarata *Martire della sua religione, della sua patria, del suo re*: ma intanto le sue ceneri erano già state sparse alle onde della Senna; ella dai pergami era già stata descritta come sortilega e incantatrice; e l'infamia del rogo sedeva già da due lustri sul suo nome desolato.

In tal guisa oramai tutta Europa risuonava di magie, di incanti, di occulte e ferali intelligenze; dovunque si vedevano le Medee, le Canidie, le Armide, gli Apollonii, i Fausti, gli Ismeni, e parevano le generazioni stesse stupire di essere convertite da naturali in magiche. Le leggi, a dir vero, opponendosi non di rado a siffatto spirito vertiginoso, e condannando quell'ignobile stregoneria con cui coprivasi il delitto, mostravano una distinzione fra le male arti e gli studj innocui delle secrete forze della natura, fra gli uomini profondamente corrotti e fra le vittime di una immaginazione delirante. Così ad un nefando scempio provveduto aveano le leggi de' Longobardi con quel decreto: « Nullus præsumat aldiam alienam, aut ancillam, quasi strigam, quæ dicitur Masca, occidere (1) ». E ne' Capitolari di Carlo Magno leggiamo: « Si quis a diabolo deceptus crediderit, secundum errorem paganorum, virum aliquem, aut feminam strigam esse, et propter hoc ipsam incenderit, vel carnem ejus ad comedendum dederit, vel ipsam comederit, capitis sententia punietur (2) ». Ma dei provvedimenti che dap-

di Maria Medici, la sposa di Enrico IV. « Quando le fu ucciso il marito, fu tradotta alla Bastiglia e posta sotto processo. Non avea delitti.... nondimeno fu condannata a morte. Le si imputò a magia il predominio che aveva sopra Maria Medici; ma essa non poteva rispondere meglio, quando disse ai giudici, che era l'impero delle anime forti sugli spiriti deboli. Fu decapitata nel 1617, poi bruciata ».

(1) *Lex Langob.*, lib. I, tit. II, § 9; e nell'editto di Rotari, tit. 116.

(2) *Apud Baluzium*, tom. I, p. 251.

poi succedettero, altri non abbastanza proclamavano il diritto dell'umanità; altri, secondando la fierezza de'tempi, infliggevano pene orrende; e in fine da popoli esaltati, che tutto miravano segnato a cupi colori, invano potevasi attendere un virtuoso criterio. Le dodici Tavole Romane, accennando a colpevoli incantamenti, non parlano che di pene indeterminate: « Qui fruges excantasset, pœnas dato, neve alienam segetem pellexeris excantando ». Nelle costituzioni Imperiali Germaniche citate dal Wiero (1) queste pene diventano mortifere; dacchè nell'articolo 98 di esse Costituzioni si legge: « Si quis per incantamenta alicui damnum fecerit, punitur hic mortis supplicio, et quidem flammis ». E dove per l'addietro non udivasi che colpa degna di castigo capitale fosse la professione di stregoneria, lo divenne più che mai nel secolo XIV. Male siffatto non più stimavasi potersi risanare coll'industria de'medici, colle salutari istruzioni de'vescovi, [ma col fuoco e coi carnefici; talchè il Wiero, (2) in confronto delle punizioni altrove praticate, chiama moderata e ancora spirante l'antica prudenza italica la pena che il magistrato di Bologna infliggeva ai colpevoli di stregoneria. Eppure io non saprei ravvisare anche questa se non punizione strana, fiera, ridicola, indecente. Parvi egli, o Signori, che io debba con altri termini qualificare una pena, per cui gli stregoni e le streghe, giudicati di avere colle loro fatucchierie recato detrimento agli animali o alla vita degli uomini, ignudi infino al cinto, venivano costretti a cavalcare un asino a rovescio, tenendone la coda colle mani legate? In un berretto di carta, posto loro sul capo, si vedevano dipinti luridissimi demoni che con certi forbicioni avvoltolavano il fuoco infernale; e in quel lento andare li percuoteva il littore con colpi disumani nel petto e nel dorso. Esposti quindi sopra un verone al grido delle turbe insultanti, a un tempestar di pietre, che però respingevano alcuni cancelli di ferro, non senza altri castighi, si cacciavano esuli e raminghi dal seno della loro famiglia, dal suolo nativo.

Tuttavia in Bologna non si innalzavano cataste, non vi si udivano le affannose voci de'moribondi miste allo stridore delle fiamme: questo

(1) *De Magorum infamium pœnis.* (2) Loco citato.

truce spettacolo era altrove universale; le vittime del fuoco si accumulavano. Presso il giureconsulto Ziletto [1] un consiglio di Bartolo di Sassoferrato, che vivea intorno alla metà del secolo XIV, stabiliva: « Mulier striga (renuntians baptismati), debet tradi ultimo supplicio et igne cremari ». Nel secolo seguente Giovanni Nider, domenicano, nel suo *Formicarium* [2] narra di un Pietro, cittadino e giudice di Berna, che « multos utriusque sexus incineravit maleficos ». Lo stesso Nider, che secondo alcuni fu inquisitore, è chiamato dal Tritemio [3] « mulierculorum, quas maleficas vulgus appellat, acerrimus persecutor ». Che non minori fossero le punizioni in Ispagna, lo argomentiamo dalle parole del Concilio Ancirense nel suo canone XII [4], e da Alfonso Tostato ne' suoi comenti biblici [5]. Rispetto alla Francia narra Alfonso Spina nel suo *Fortalicium fidei* [6], scritto verso il termine del secolo XV, che di vecchie maliarde, da lui chiamate *xurguine dive bruxe*, abbondavano il Delfinato e la Guascogna: « ubi se asserunt (reco le parole stesse dell'autore, e prego si perdoni alla verità storica una espressione meno decorosa), ubi se asserunt de nocte concurrere in quadam planitie deserta, ubi est aper quidam in rupe (che volgarmente dicevasi *il cinghiale* [7] *di Biterne*), et quod ibi conveniunt cum candelis accensis, et adorant illum aprum osculantes eum in ano suo. Ideo raptæ plures eorum ab inquisitoribus fidei et convictæ ignibus comburuntur ». Ma questi abbruciamenti a che giovavano, se dalle ceneri stesse, qualora si ascoltino gli scrittori di que' tempi, un numero sempre maggiore di tristi maliarde pareva ripullulare? Della Francia pure afferma Pietro Crespat, religioso pe' suoi scritti assai riputato, che sotto la dominazione di Francesco I il numero delle streghe si faceva ascendere a cento mila. Secondo che riportano Pietro Roger nel suo Supplimento al *Dizionario economico* di Natale Chomel [8], e Pietro Le-Brun nella sua *Storia critica delle Pratiche superstiziose* [9], Enrico IV,

(1) *Consil. ad causas criminales*, t. I, Cons. VI.

(2) Cap. III.

(3) *De Script. Eccl.*, p. 154, edit. Francofurti, 1601.

(4) Can. XII. *Episcopi apud Gratianum*, pagina 1933, edit. Romæ, 1582.

(5) In Matth., cap. IV, quæst. 47.

(6) Lib. V, *caput quod incipit: Decima differentia dæmonum.*

(7) Propriamente *el bouch*, ec.

(8) Art. *Sorcelerie.*

(9) Tomo I, lib. 2, cap. 3.

un anno avanti il suo assassinio, spedisce una commissione nella provincia di Labour, che dicevasi infetta di stregoni, e sotto quello spregiudicato ed umanissimo sovrano i giudici ne fanno bruciare seicento e più. E se il Parlamento di Parigi non riconosceva stregoni, nè li condannava siccome tali; quello di Rouen li consegnava alle fiamme, sinchè dal Consiglio di Stato nell'anno 1672 gli fu ingiunto di aprire le carceri a tutti gli accusati di semplice magia. Venendo a Ginevra, leggiamo presso il Del Rio (1), che in questa città nello spazio di tre mesi, più di cinquecento persone furono per istregoneria condannate a morte; e Lamberto Daneo, nel suo dialogo *de Sortiariis*, scrive che nella Savoja, in una sola città, nello spazio di un solo anno, per la stessa cagione, furono puniti di pena capitale più di ottanta persone. Eppure questo numero dovette sembrare assai scarso al Daneo, il quale stupisce (2) « quomodo existant judices quidam tam molles et parum toti humano generi benevoli, ut vereantur, vel nolint tam horrendas feras, quales sortiarii, e medio tollere, et si quando in eorum manus inciderint, punire ».

Discendendo in Italia, non aspettatevi, o Signori, una maggior mansuetudine. Nel *Malleus Maleficarum*, che ha per autori Giacomo Sprenger ed Enrico Institutore, ambidue inquisitori, si riporta (3), che nel solo anno 1485 l'inquisitore di Como nei confini di Lombardia *quadraginta et unam maleficam incinerari fecit*; il quale inquisitore, si aggiugne, *etiam adhuc continue inquirendo laborat*. Nè questo lavoro inquisitorio rimase senza frutto, poichè per testimonianza di Bartolomeo De Spina (4), nella sola diocesi di Como la moltitudine di quelli che si inseguivano nel decorso di un anno, spesse volte eccedeva il numero di mille, e quasi ogni anno *plusquam centum incinerantur*. Rispetto alle regioni subalpine, ci informa il nostro celebre giureconsulto Andrea Alciati (5), che già più di cento maliarde erano state consunte dalle fiamme, e l'inquisitore « quotidie, ceu nova holocausta, alias super alias Vulcano obtulisse, e quibus non paucæ helleboro potius quam

(1) In Proloquio.
(2) Dialog., cap. V.
(3) Part. II, quæst. I, cap. 2.
(4) *De Strigibus*, cap. XIII.
(5) Lib. VIII. Parergon Juris, cap. 22.

igne purgandæ videbantur » ; allorchè i nativi del luogo, imbrandite le armi, impedirono un ulteriore eccidio, deferendo la cosa al giudizio del vescovo. E tuttavia, soggiugne l'Alciati, venivano alcune incolpate di non altro fatto che quello di aver menate danze notturne sotto un prediletto loro albero, o di essere accorse a que' trastulli. E sebbene alcuni mariti degni di fede attestassero che, appunto nel tempo in cui si facevano concorrere a quelle danze, giacevano esse al loro fianco nella camera nuziale: pure veniva risposto, che non esse, ma il cacodémone, assunta la forma della moglie, faceva illusioni al marito. Sopra ciò io replicava (così prosegue il nostro giureconsulto): perchè non presumete piuttosto, che il cacodémone sia stato co' suoi demonj, e la moglie col suo marito? Perchè andate sognando un vero corpo in finte danze, un corpo fantastico in un vero letto? A qual uopo accumulare prodigj a prodigj, e nelle pene scegliere le parti più severe? Consta da' vostri atti che in que' notturni congressi avendo una femminuccia pronunziato il nome di Gesù, di repente le danzatrici coi loro amanti e con tutto il festivo apparato scomparvero: come ciò sarebbe avvenuto se quelli fossero stati corpi veritieri, e quelle piante e que' frutti gli orti di Tantalo? Siffatte illusioni non sono forse i ludibrii de' Fauni, de' quali parlano Plinio ed altri antichi, e che si sventavano coll'erba peonia? E ben con tali rimedii è verisimile che curar si potrebbero la maggior parte di costoro, se non fosse che tutte essendo povere femminuccie, non sono in grado di procurarseli.

In questi termini ragionava l'Alciati, non altrimenti che Montaigne, a cui quella sciagura del suo secolo inspirava una profonda pietà; il suo ingegno penetrante sospettava di un fatto, che oggidì si reputa come indubitabile, cioè che vi avevano streghe di buona fede, di mente esaltata e di corpo infermo, alle quali, egli dice, in coscienza avrei apprestato piuttosto elleboro che cicuta. Senza ciò, come si spiegherebbe che quanto più crescevano i roghi e le inquisizioni e le recite di stregoneria, tanto più aumentava il numero di questi esaltati? E come non ammettere un mentale disordine, quando si ha la certezza che gli accusati convenivano per la maggior parte negli stranissimi delitti che loro si imputavano? Nulla è più formidabile all'umana

mente, nulla imprime in essa più profonde vestigia quanto l'idea di qualche podestà invisibile, sempre intenta a nuocere a noi, creature di forze ben disuguali. Al terrore che eccita siffatta idea va pur congiunta una curiosa ansietà. Ne profittano gli uomini studiosi di cose nuove e strane per narrarle con fiera voluttà; loro giova incutere questo sentimento del terribile nel cuore degli altri, ed eziandio in se medesimi; siccome quelli di cui narra Tacito (1), che presi da falso spavento che Nerone già estinto ancora comparisse, se lo fingevano vivo e credevanlo, *pluribus vivere eum fingentibus credentibusque*. Ma i giusti raziocinii del nostro Alciati erano traditi dal fanatismo de' tempi e dalla stessa immaginazione donnesca, accusatrice di se medesima; menti insane sorprese dalle superstizioni dominanti, a quelle richiamavano tutto ciò che esse andavano fantasticando; e quella propensione che spingeva a prestar fede ai delirj de' demonografi, pertinace ne rendeva il fanatismo.

Però l'Italia che in molte provincie meno efferato vedeva lo spirito de' popoli, e questo talora vinto e compresso dal Veneto Senato nelle sue ampie dominazioni, ben poteva dirsi avventurata a fronte delle regioni a noi settentrionali. Gli accennati inquisitori germanici, Institutore e Sprenger, senza avvolgimento alcuno di parole ci riportano che sotto essi perire si fecero colle fiamme, nel solo spazio di cinque anni, non meno di quarantotto malefiche, principalmente nella diocesi di Costanza (2). Con franchezza ancor maggiore Nicolò Remigio ricorda nello stesso frontispizio della sua opera col titolo di *Dæmonolatreia*, che nello spazio di quindici anni, in cui esercitò torture e giudizj criminali nel ducato di Lorena, si fecero perire da novecento persone per titolo di sortilegio; e in mezzo a ciò egli confida al lettore di avere serbata cotanta ilarità che da quegli infausti ed orrendi spettacoli di sangue e di fiamme soleva *ad mansuetiores musas divertere*, e solazzarsi l'animo coi carmi. Di un fierissimo eccidio seguito nelle Fiandre fa menzione Jacopo Meyero negli annali di quella provincia, sotto

(1) Histor., lib. 2.

(2) Malleus, *Malefic.*, part. II, quæst. I, cap. 4.

l'anno 1459 (1), nè tace quanto allora riferiva un pubblico rumore, che vi furono giudici così detestabili da indurre gli infelici tormentati a palesare come colpevoli certi loro privati nemici, *reis in tormentis ad hoc coactis*. Rispetto alla Slesia il gesuita Giorgio Gobat nelle sue Opere morali (2) accenna che entro pochi mesi furono incenerite duecento streghe; e che ne' luoghi ne' quali assai si deferiva alle semplici deposizioni delle maliarde, non si sarebbe trovato fine *capiendi, torquendi, comburendi feminas, viros, sacerdotes, adolescentes* (3), se quel fine non fosse stato imposto dalle guerre (4).

Ma la vessata umanità doveva affrontare un'epoca ancor più fiera, prima di ridursi al sicuro. Nella guerra dei trent'anni, o sia da che la guerra di religione cominciò in Alemagna, fino alla pace di Munster e al trattato di Vestfalia, ogni vincolo omai dell'ordine pubblico rimaneva infranto; svanita la buona fede, nè più rispettato il diritto de' cittadini, la forza sola regnava col suo scettro di ferro, e all'ombra dell'anarchia e della impunità l'uomo diveniva selvaggio. Fu allora che il volgo da un lato senza freno e senza regime, dall'altro lato divenne fieramente superstizioso. Come dai tempi di Carlo Magno il popolo

(1) Lib. XVI.

(2) Tom. II, tract. 5, c. 45. Sect. 2.

(3) Tract. V, cap. XLVII, n. 61.

(4) Come abbiamo nella *Revue Encyclopédique, quatrième année*, tom. XIV, an. 1822, uscì a Magonza, il 1821, un'opera col titolo: *Zauberbibliothek, oder von Zauberei, Theurgie und Mantik.* — Bibliothèque de magie, ou traité sur la magie, la théurgie, l'art divinatoire. — Histoire de démons, sorciers, ec. par Thorst, 2 vol. in-8.... On a peine à croire quelle prodigieuse quantité de personnes ont été livrées aux flammes pour de prétendus crimes de magie, par des magistrats, qui assurément n'étaient point dignes de ce nom. Les sorcières, surtout, ont été les plus mal traitées: Christophe de Rantzow, gentilhomme de Holstein, en fit brûler dix-huit à la fois. On cite un village, appelé Lindheim, où, sur 600 habitans, trente furent brûlés pour magie, dans l'espace de trois ans, de 1661 à 1665. Mais Wurtzbourg se distingua sous ce rapport, entre toutes les villes de l'Allemagne: les *Acta Magica*, de Naubers, prouvent, que, de 1627 à 1629, cent-vingt-sept personnes ont péri, victimes de ce genre de superstition. C'étaient de vieilles femmes, ou des voyageurs, souvent même de pauvres enfans, de 9 à 10 ans; des hommes que leur esprit avait élevés au-dessus de leur siècle, ou que leur industrie avait enrichis, ont plus d'une fois subi la même sort. On remarque sur cette liste, quatorze vicaires, deux jeunes gentilshommes, des conseillers, l'homme les plus gros de Wurtzbourg et sa femme, la plus jolie fille de Wurtzbourg, un étudiant qui savait plusieurs langues. Souvent, la torture arrachait à ces innocentes victimes des aveux mensongers. Mais que dire, lorsqu'on se rappelle qu'en 1749, si près de nous, une fille fut encore immolée à ce barbare préjugé?

trattava di sortilegio tutto ciò che a lui non pareva effetto naturale od era inaspettato, e perciò attribuiva la mortalità che allora infieriva negli armenti, a maligne operazioni di incantatori, cui facevano venire da un cotal paese detto Magodia, ond'erano pure i Tempestarj, o eccitatori di tempeste; così ora i volgari, da mille calamità stretti ed affannati, le ripetevano dai maghi e dalle streghe; e i magistrati, ligi a quel rozzo immaginare, gridavano doversi rinvenire, punire siffatte pesti. Non mancavano principi che per secondare le brame di un indocile volgo ne deferivano il giudizio a cotali prefetti e consiglieri loro, che, stimolati da furiosi clamori, precipitavano in atti improbi ed illegali; nè ad alcuni fu straniera la volontà di ben provvedere agli esausti erarj. Scopritori di stregonerie si gettano in ogni parte; qual ch'ella fosse la condizione delle femmine designate dal cieco volgo siccome streghe, di esse si impadroniscono; delle scorrette si presume qualsivoglia empietà; le probe si vogliono simulatrici di virtù e ipocrite. Chi trema di spavento, è angosciata da una rea coscienza; chi forte resiste, è rinfrancata da Satana. Uomini della più abbietta condizione, indagando i fatti e le parole d'ognuna, tutto ritorcono a colpa di magia. Non uno spazio alla difesa, non una protezione si concede; chi protegge, segna a caratteri d'infamia il suo nome: il trionfo in ribattere le imputazioni, è pertinacia. Affinchè le accusate di maleficio palesino le loro complici, si pongono ai tormenti della tortura; offesa ne è la verecondia: quelle che negano di aver complici, si strascinano a nuovi supplicj. Nell'atrocità di questi, se mostransi intrepide, il demonio le avvalora: le infelici che negli acerbissimi slogamenti delle ossa rivolgono qua e là gli occhi incerti e natanti, cercano il loro demone amatore; lo scorgono, se tengono fisso lo sguardo; svenute, tentano di illudere; e sono caratteri impressi dal demonio pel patto con lui statuito, se il turpe littore discopre alcune macchie sopra la loro cute: ed allora più fieri si apprestano i tormenti, ne'quali se la vita soccombe, è il démone amante, il quale per ultimo vezzo loro infrange le fauci; se la vita ancora non fugge, sono serbate fra le catene, finchè il rogo le arda. Ma a me medesimo incresce l'andarmi fra tanti orrori ravvolgendo: da così numerosi eccidj, da tutte queste epoche

sciagurate da me percorse, a voi è facile, o Signori, il decidere se inverisimile sia quanto Filippo Limborch nella sua storia, appoggiata (1) all'autorità di Ludovico da Paramo (2), che scrisse dell'Origine dell'inquisizione, inquisitore egli stesso, quanto, ripeto, il Limborch lasciò scritto « Spatio centum quinquaginta annorum triginta lamiarum millia fuisse concremata ».

Ma sorse alfine un amico dell'umanità, il gesuita Federico Spee, già prima chiaro giureconsulto, che fra il silenzio universale, dettato dallo spavento, non temette col suo celebre opuscolo (3), *Cautio criminalis*, ec. di fare un appello generale ai principi in favore degli oltraggiati diritti dell'uomo. Egli che ricevute avea le sacramentali confessioni di vittime innocenti e piangeva sul loro destino, supplicando a' principi per quel divino tribunale cui non potranno evadere, e scongiurandoli che oramai mettessero un termine alle torture, e quasi a giuoco non prendessero le umane vite, fu il primo ad aprir gli occhi ai delusi; e la provvidenza che operava ne' principi un totale convertimento di spirito, vi contribuì con un fatto singolare, che lo stesso Spee ci descrive. Un principe alemanno, di cui egli tace il nome, avea chiamati alla sua mensa due solenni religiosi, all'uno de' quali così prese a favellare: « Credete voi, padre mio, che si operi a fior di giustizia, strascinando fra i ceppi chiunque da dieci o dodici streghe è accusato di essere intervenuto a quelle loro tresche notturne? Temo che questo non sia un sicuro cammino alla verità, principalmente che non pochi gravissimi e dottissimi uomini colle loro querele cominciano a perturbare la nostra coscienza. — Abbiate piuttosto scrupolo, rispondeva il padre, nell'opinare che Iddio permetta cotali strazj in persone che sieno innocenti. Udendo così numerose denunziazioni non esiti il giudice a deliberare, e proceda franco ». Sopra il che essendosi scambiate più altre parole, in fine conchiudeva il principe: « Or mi rattrista davvero, o padre mio, la vostra sciagura, perchè in cosa capitale vi siete colle vostre risposte condannato. Non dieci, ma quindici streghe hanno

(1) Lib. III, cap. 21, p. 234.

(2) *De Origine inquisitionis*, lib. 2, tit. 3, cap. 4, p. 296.

(3) *Cautio criminalis, seu de processibus contra sagas liber.*

deposto negli atti giudiziarj che in un batter d'occhio vi saran presentati, hanno deposto, che voi pure siete intervenuto a'loro congressi ». Qui ammutolì il sentenzioso padre; e ben credo che gli sapessero d'agro i rimanenti cibi (1).

Frattanto la causa dell'umanità cominciava a respirare; il fanatismo perdeva di quell'ardore che più e più sembrava avvampare in faccia ai roghi moltiplicati; la voce di una religione, il cui principio vitale è carità, finalmente fu udita, e il suo celeste sorriso calmò la tempesta degli animi che da più secoli infuriava. La magia, tanto l'innocua, che però si infingeva di operare coi fenomeni della natura soprannaturali effetti, e si arrogava un potere che tanto esaltò la barbarie del medio evo, quanto la demoniaca, che quasi furia uscita dall'abisso agitava terribili fiamme divoratrici sulla terra, non trovano esistenza che in qualche residua fatuità delle menti più volgari. L'uomo d'oggidì, dirò conchiudendo, se ode rumori di qualche insano machinatore di incanti e sortilegi: me, egli grida, non muovono i suoi prestigi; invano tenta assalirmi colle sue notturne larve il negromante; vadano le Canidie sotto pallida luna, fra le solitarie croci e gli avelli illacrimati mescendo lor farmachi, e le Circi con portentose note si attentino di trasformare uomini in belve; si studj l'incantatore di guarire lussazioni e infrante membra, mormorando non intesi accenti, e rammemori filtri, talismani, amuleti, coppe magiche, armi incantate; l'oróscopo consulti costellazioni e pianeti, formi triangoli e quadrati, esamini le linee della mano, e poi predica: ed io, come già un tempo proponeva il Venosino (2):

> Somnia, terrores magicos, phantasmata, sagas,
> Nocturnos lemures, portentaque thessala temno.

Io dirò che v'ha un supremo dominatore de'mali spiriti, il quale sapientemente gli affrena, nè soffre che a lor talento turbino il creato; che l'uomo iniquo, il quale sotto velo di nere arti copre veneficj, infanticidj, profanazioni di sacre cose, e reca alla società non fantastico

(1) H. Jaussens. Hermen. S. Vol. I. (2) Epist. Lib. II.

ma reale nocumento, è represso dalle leggi vindici del giusto e dell'onesto; che nella investigazione di tali arti e scienze chiamate occulte trovasi verissimo il detto: *a natura multa; plura ficta* (1); che in fine contro ogni spaventamento

> . . . . . conscienza m'assicura.
> La buona compagnia che l'uom francheggia
> Sotto l'osbergo del sentirsi pura . . . . . (2)

(1) Marescot, *Médecin de l'an.* 1598. (2) Dante, *Inf.* cant. 28, vers. 117, ec.

PARTE SECONDA.

(Letta nell'adunanza del giorno 12 giugno 1845.)

Quando vi trattenni, o Signori, intorno le scienze occulte e le arti divinatorie del medio evo, sembrami aver dimostrato quale forza indomabile abbian le medesime esercitato sugli ingegni anche più colti; come il loro imperio siasi terribilmente esteso dai chiostri alle aule de' magistrati, dai tugurj ai penetrali dei grandi; come in fine per frenare le stolte fantasie, o per impedirne i colpevoli effetti, si chiamassero a soccorso non i dettami di una soda ragione, non le soavi leggi di una religione il di cui fondamento è carità, ma carceri, torture ed ogni maniera di studiate carnificine. A tal segno era giunta nella opinione degli uomini l'efficacia di siffatte arti e scienze; e il sentimento di esse così forte ragionava nel profondo degli animi! Del qual morale fenomeno io non saprei immaginarmi altra causa precipua, se oltre la barbarie di que' tempi, oltre la infermità delle menti tanto più credule, quanto più esaltate da fiere superstizioni, io non credessi di rinvenirle anche nel dominio tradizionale e variamente applicato, che le secrete scienze e le arti divinatorie spiegarono dai più rimoti secoli e fra le più antiche nazioni: dominio che poi rifulse quasi fiamma funerea nelle infauste epoche dell'umanità, di tanto maggior vampa crescendo quanto maggiore esca le apprestavano ignoranza e fanatismo.

Ma a ben rilevare cagioni di sì alto principio, mi è d'uopo salire a quelle prime aberrazioni, in cui lo spirito umano, quantunque disconoscesse il supremo fonte da cui moveva quel potere soprannaturale che le pagine divine decantavano siccome operatore di portentosi eventi; pur volle conservare le orme di quel potere e l'esercizio

arrogarsi, finchè dai falsi culti sempre più pervertito, e levato in superbia, si fece a ricercare la intelligenza delle misteriose opere di Dio nelle tenebre sue proprie. Da quel punto si concepirono arti che, a chiunque ne avesse il possedimento, conferivano l'arbitrio di tutta turbar la natura, di confondere gli elementi, di signoreggiare, non che cogli atti, con mormoranti parole quaggiù in terra, nell'altezza dei cieli e nell'abisso, di vedere in fine al suo cenno *pallere superos, audire inferos, tremere terras* (1).

La stessa natura dei culti religiosi che si professavano, non era di lieve incitamento a siffatte idee. Ben conoscevano i filosofi Caldei che il Creatore solo può nell'immenso spazio de' cieli reggere con ordine imperturbato il corso degli astri, ma non credevano che siffatta cura si dovesse imporre alla immediata Maestà suprema. Istruiti dalle tradizioni de' patriarchi che di mezzo alle due nature divina ed umana esistono buoni e fortunati spiriti, ai quali affida l'Eterno il compimento de' suoi voleri, si avvisarono che fosse ai medesimi comunicato per sempre il governo dell'universo. Ebbero dunque i corpi celesti ciascuno un loro spirito animatore, chiamato a regolare in misurati periodi gli influssi sugli enti sublunari. Costituiti una volta siffatti spiriti quali ministri della divinità, si moltiplicarono senza fine, e si ebbe ricorso alle loro operazioni per ispiegare tutto ciò che il naturalismo o le religioni degli idoli non intendevano. I Caldei tributavano tanto studio all'astronomia (2), che il loro nome divenne identico con quello di maghi; e perchè Zoroastro, il quale regnò nella Battriana, allorchè Nino reggeva la Siria, fu gran cultore delle scienze astrologiche, gli fu aggiudicata dallo storico Giustino (3) l'invenzione delle arti divinatorie. In cambio presso i Persiani il nome di maghi era conseguito dai cultori delle lettere. Costoro salirono in tanta riputazione che niuno poteva sedere sul trono di Persia, se prima appresa non avesse la disciplina e la scienza dei maghi (4). È noto quanto fosse in onore tra

(1) *Quintilianus declamat. X — Sepulcrum incantatum.*

(2) Stanleius Thomas, Hist. philosoph. Pars XIII, sect. II. — Henricus Cornelius Agrippa, *De occulta philosophia*, lib. III, c. XVI.

(3) Justini Historia sub init. lib. I.

(4) *Cicero, De divinatione*, lib. I, c. 41.

essi la pirolatria, o sia il culto del fuoco, derivato da' Caldei che per simbolo della divinità presero questo elemento, onde negli oracoli di Zoroastro Iddio suole chiamarsi πῦρ, ὕπατον πῦρ e πάτρικον πῦρ — *supremus ignis, paternus ignis.* Strabone, testimonio oculare (1), parla di un' ara che sorgeva nel mezzo de' loro tempj, e sopra la quale conservavano i maghi molta cenere e fuoco perenne: quivi recandosi ogni giorno facevano le loro incantazioni.

Posta tale inclinazione de' popoli orientali per le arti magiche, l'Egitto non vi poteva essere straniero. Ancorchè ottenebrato dalla barbarie, pur fino oggidì fornisce prove non dubbie che le tradizioni scientifiche vi serbarono sempre un dominio; solo che i fenomeni della chimica, della fisica e del magnetismo animale assunsero nelle epoche dell'ignoranza l'aspetto di una virtù soprannaturale ed occulta; e gli operatori di essi, ignari della causa, e puramente dotti per empirismo, si riputarono persone aventi consorzio colle superiori intelligenze. A sempre più conservare negli animi la estimazione per le scienze arcane assai contribuì l'islamismo non nel solo Egitto, ma per l'Asia tutta quanta. Non v'ha seguace di Maometto nelle Indie dotato di qualche educazione, che non sia anche astrologo (2); e nessuno si accinge a qualche rilevante impresa senza aver prima consultate le stelle. Gli ignoranti Tartari assicurano ancora con gravità che i Chinesi sono altrettanti maghi; e narrano i poeti persiani che allorquando Kaiomurs mosse col suo esercito per vendicare l'uccisione del suo figliuolo Siamuck, si unirono con esso lui tutti i lioni, tutte le tigri e le pantere de' suoi Stati.

Le arti divinatorie e incantatrici già da gran tempo eransi stabilite nella Grecia. Le omeriche Sirene, il Proteo multiforme e la maga Circe dell'Odissea ne sono un chiaro argomento. Avanti la stessa guerra di Troja professavano magia Orfeo e Tiresia, perchè evocatori delle anime dei morti: Orfeo che, secondo il detto virgiliano (3), *potuit manes arcessere conjugis, Treicia fretus cithara fidibusque canoris;* Tiresia, che, al dir di Seneca (4), ne' suoi funerei riti *carmen magicum volvit,*

(1) Rerum geographic., lib. XV.
(2) Histoire de Perse par Sir John Malcolm.
(3) Æneid., lib. VI, vers. 119-20.
(4) OEdippus trag., act. III, vers. 50 e seq.

et rabido minax decantat ore quidquid aut placat leves aut cogit umbras. Di Pitagora, di Empedocle, di Democrito, di Platone ci attesta Plinio che per apprendere siffatta scienza soffrivano peregrinazioni che meglio si direbbero esigli: poi ritornati in patria *hanc prædicavere, hanc in arcanis habuere.* La Tessalia in fine andò sì famosa in magie, che il nome di donna tessala valeva quanto un' incantatrice.

Che diremo de' Romani, minuti imitatori d'ogni rito ed arte greca? Gli stessi imperatori si recavano ad onore la magia; l'amor di questa non meno prevalse in Nerone che il gusto per la cetra e il tragico canto. Adriano vi era follemente dedito (1); più ancora lo era Giuliano apostata, al quale, come si esprime S. Gregorio Nazianzeno (2), l'Asia fu un' empia scuola in tutto ciò che riguarda vanissimi prestigi e la scienza divinatrice degli astri: egli ribellante alla vera divinità, come scrive Prudenzio (3), *litans Hecaten placabat sanguine multo.*

Frattanto luminosa spandevasi la luce del Vangelo; animato da quello spirito di libertà nel quale Cristo ci liberò (4), il pensiero de' nuovi credenti si ergeva a volo più sicuro; e la voce di sacerdoti impostori non più rispondeva dai tenebrosi aditi collo stromento degli idoli. Quantunque sarebbe audacia il porsi a leggere negli arcani consigli di lassù e l'impugnar fatti individuali, pure il Salvatore pronunziato avea che il principe di questo mondo è giudicato (5); e i novelli fedeli andavano persuasi non essere in podestà dell' uomo, quando più gli aggrada, l'aver commercio col nemico démone. Tuttavia ne' primordii stessi del cristianesimo tali pullulavano sette e dottrine fallaci che viva mantennero la scintilla delle antiche arti magiche. Il Simone degli Atti apostolici che pubblicamente le professava, secondo la filosofia appresa in Alessandria, faceva credere alla plebe samaritana ch' egli avea facoltà di comandare ai mali genii, e militava fra' que' filosofi che con un Dio sommo e buono volevano coeterna la materia, e preside a questa il cattivo Nume. Dottrine di questo genere tanto più avevano incremento, quanto più i dotti pagani di quell' epoca vergognandosi delle

(1) Dio. Cassius, *Hist. Rom.*, lib. LXIX.
(2) S. Greg. Nazianz. adversus Julianum, orat. III.
(3) Prudentius - apotheos. vers. 460.
(4) Epist. ad Galatas, c. 5.
(5) In Joan. evang., c. XVI.

assurdità e delle turpitudini cui rivelavano nel seno del politeismo gli apologisti cristiani, si adoperavano per ridurre il loro culto sensibile a sottili allegorie e per cangiare in attributi semplici di una semplice divinità la numerosa schiera degli dèi d'Omero. Formarono costoro la nuova scuola platonica, che praticava l'arte magica sotto il nome di *Theurgia*. Or gli antichi Padri della Chiesa, i difensori dell'ortodossia cristiana, per discutere i fatti di tale arte, per indagarne le cause, per additarne le illusioni, d'altro più avventurato tempo avean d'uopo che del loro, in cui la filosofia regnante non solo non forniva veruna luce, ma di più rendeva incurabile l'errore. Per tal modo, sebbene il cristianesimo non solo ricusasse l'autorevole sua mano all'opera delle scienze occulte, ma altresì nel suo spirito le condannasse; nondimeno queste si insinuarono ed ebbero vita anche fra mezzo ai seguaci del Vangelo. E come addiviene delle umane stirpi con non interrotto corso succedentisi, che l'una trasmette all'altra i suoi usi e le sue opinioni; i popoli gentileschi convertiti alla fede da padre in figlio trasfusero le antiche magiche credenze; solo che queste rimasero spoglie dell'impronta che accenna al culto superstizioso degli idoli, e si modificarono secondo la natura delle genti che lor diedero asilo.

Sotto l'artico cielo, in mezzo ad una triste e neghittosa natura prese l'arte magica un aspetto di mestizia e di terrore. Fra le orride bufére e il fischio de' venti, fra le eterne nevi e i minacciosi dirupi la fantasia si imprimeva ella pure di tetre immagini, e sembrava pascersi dello spavento. E nella guisa che gli antichi Germani, al dir di Tacito (1), credevano di udire lo strepito che rendeva il sole giunto all'occaso nell'attuffarsi in mare, e di vedervi apparizioni e spettri; nella guisa che gli abitatori di alcune isole dell'Oceanica (2) pensano di udire la voce delle potenze celesti nel romoreggiar del tuono, nel fischiar delle foglie, nel rombo degli insetti: nella stessa guisa opinavano gli Irlandesi, che il loro monte Hecla, monte turbinoso e vulcanico, fosse il soggiorno infernale. Nella loro fantasia vedevano que' popoli formicolare d'intorno i demonj che entravano nella voraginosa gola del

(1) *De Moribus Germanorum.*

(2) Revue Britannique, n. 4, avril 1843, art. *des Isles Marquises*, etc., p. 394.

monte carichi delle anime dei dannati: e tanto erano assorti in questa opinione, che riputavano il fragore de' ghiacci urtantisi fra loro, o sospinti contro le spiaggie essere gli urli di que' reprobi ai quali era destinato per supplizio non fuoco ma eterno gelo (1).

Ora in menti facili a tali esaltazioni non è maraviglia se fieramente abbiano dominato le arti magiche; nè solo ciò nell'Islandica terra, ma per tutto il settentrione. Perciocchè a consultare gli storici della Laponia, della Lituania, della Svezia e d'altre molte contrade, si direbbe che la magia percorrente la terra avesse poi negli agghiacciati climi un eletto soggiorno. A questa cagione e insieme al molto onore che si rendeva agli operatori di maravigliosi e terribili effetti, ascrivono Enrico Upsalense (2) e Giovanni Magno (3) le difficoltà che si frapposero allo stabilimento della fede cristiana ne' regni aquilonari.

Ora le efferate tribù di questi regni, spinte dal desiderio di meno ingrato cielo, irrompono nelle provincie meridionali dell'Europa, colle rapine, col turbamento dell'ordine sociale spargendo le loro abitudini e le tetre idee del loro spirito. Gli Unni, guerrieri ispidi e feroci, che il Jornandes (4) ci rappresenta siccome nati dal commercio dei cattivi genii con maghe erranti pei nordici deserti, gli Unni, ovvero Oigori, diedero esistenza agli ogri od orchi divoratori, e ad altri mostri spaventosi che appaiono negli antichi poemi, presso Olao Magno (5), e Sassone il grammatico (6). Dall'altro lato gli Scandinavi avean pure i lor maghi; e la mitologia celtica sparsa in Europa non cedeva il campo al cristianesimo senza aver prima tramandate al mondo poetico del medio evo le sue virtù magiche, qualche sua maliarda benefattrice o terribile, e il bardo *Merdhin*, trasformato nell'incantatore Merlino, gli atti del quale intimamente congiunti colle favole del re Arturo colmarono di stupore Francia e Britannia.

In contrario, spoglie delle tetre immagini di che informavasi la magia settentrionale, ma dominatrici dai più antichi tempi le arti e le

(1) La Martinière. Dictionnaire geographique; art. *Islande*.

(2) Lib. I. Hist. Succ. apud Loccenium.

(3) Hist. Episcoporum Succorum.

(4) Jornandis Alani *De Rebus Geticis*.

(5) *De gentium septentrionalium variis conditionibus*.

(6) Historiæ Danicæ, lib. XVI.

scienze occulte si tenevano soggetto l'Oriente, e ne reggevano gli animi a lor grado. Sotto un limpido, ardente cielo, all'aspetto di una natura forte e feconda, la fantasia spaziava essa pure lieta e ridente. A sempre più adescarla nelle sue illusioni contribuivano le stesse filosofie più celebrate di quelle regioni, e quel loro fondamentale principio che gli astri, gli elementi e gli animali tutti fossero governati e mossi da genj o démoni, e che queste pretese intelligenze disponessero d'ogni umano evento. Quindi i culti speciali alla copiosa famiglia dei genj abitatori de' pianeti e d'ogni corpo sublunare; quindi i siderei e i terreni influssi loro attribuiti; quindi l'arroganza degli uni e la credulità degli altri, che uomo possa aver società colle intelligenze presidi alle cose mondiali ed operare effetti all'umana forza superiori. Egli è su questo principio che presso Cicerone (1) lo stoico Balbo fonda il politeismo e la religione de' Romani, e che Celso (2), Giuliano e Porfirio tacciano di ingrati ed empj i Giudei, e quindi cristiani, che rifuggivano dall'adorare i genj distributori dei beneficj della natura: per questo principio altresì tanto imperio fu dato all'astrologia giudiziaria, alla terapeutica arcana, all'alchimia, alla scienza dei numeri, ai sortilegi.

Ora a mostrarvi, o Signori, le differenze della magia nordica e dell'orientale, e come i loro rivoli furono tradotti a formare un sol corpo nelle medie età per le irruzioni e il contatto guerresco de' popoli, a mostrar ciò è d'uopo seguirne le particolari impronte. E primamente i settentrionali inspirati da fierezza d'indole si videro tratti a secondare antiche traccie talmudiche e tristi racconti di poeti latini per formarsi le loro streghe dispettose e feroci. Aveano scritto i rabbini, che l'augello notturno di suono lamentoso e lugubre, chiamato dal profeta Isaia לילית — *lilith* (3), fosse un démone femmina, o lamia notturna, o come essi spiegano, *dæmonissa cum facie humana et alis*, che rapisce ed uccide i bambini. E però i Giudei d'Alemagna, per difendere i neonati dall'invasione, solevano scrivere sulle quattro pareti della camera ove giaceva la puerpera voci ebraiche che suonano

(1) Lib. II. *De natura deorum.*
(2) *Orig. contra Celsum*, l. IV, *pene sub initio*
(3) Isaias juxta textum hebr., cap. 34, v. 14.

אָדָם וְחַוָּה הוּץ לִילִית — *Adam, Eva, foras esto Lilith* (1), con che alludevano alla leggenda di Ben-Sira (2), che Iddio prima di creare Eva, dato avea ad Abramo una compagna per nome *Lilith*, donna inquieta e riottosa, la quale non potendo col marito accordarsi, se ne sbrigò pronunziando il nome di *Jehovà*, e sparve incontanente. La favola rabbinica accolta nel settentrione doveva già aver fondamento anche presso i Latini, i quali raccontavano che uccelli nominati *stryges* volassero la notte sopra le culle de' bambini, e loro succhiassero il sangue (3), onde di loro scrisse Ovidio (4):

> Nocte volant, puerosque petunt nutricis egentes,
> Et plenam poto sanguine guttur habent.

Or questo scempio di fanciulli, di cui prima si incolparono animali volanti, fu poscia attribuito a vecchie femminuccie, operatrici, secondo il volgo, di prestigi e di fascini. Gervasio Tilberiense le denomina lamie (5), e vuole che fossero *mulieres, quæ noctu domos momentaneo discursu penetrant, et ollas perscrutantur, infantes ex cunis extrahunt, luminaria accendunt, et nonnumquam dormientes affligunt.* Questo genere di maliarde si vide assai dominare fra i druidi; nobili e distinte femmine si riputavano ciò ad onore, e gran fama ne riportò Basina, moglie del re di Turingia e madre del tiranno Magnenzio. Gregorio di Tours parla di tali donne sotto il nome di *Pithiæ;* i capitolari del re Dagoberto dell'anno 630 (6) le appellano *striæ;* quelli di Carlo Magno del 793 danno loro questo medesimo nome, e suppongono che facesser pasto di carni umane (7): *Si stria hominem comederit,* ec. Frattanto nulla di più ovvio che il riportare questa voce *stria*, passata nello stesso dialetto vernacolo, al termine latino *stryges*, e il condurre lo *stryges* latino all' italiano *streghe.*

Le idee divenute fra loro confuse della *lilith* ebraica e delle *strigi*

(1) Buxtorfius. - Lexicon Thalmudicum ad vocem *Lilith.*
(2) Ben-Sira, quæst. 60.
(3) Plinius. Hist. natur., lib. II, cap. 39.
(4) Ovidius, *Fastorum,* lib. VI.
(5) De *Otiis imperialibus,* tertia Decisio, §. 85.
(6) *Capitula addita ad legem Alamannorum,* §. 22.
(7) *Capitulum* 67, §. 3.

dei Latini, delle *striæ* di Carlo Magno e dell'intervento demoniaco in tutte le magiche loro operazioni diedero concepimento agli immaginati dappoi notturni congressi delle streghe. Queste cupe orgie fantastiche si volevan celebrate nei boschi, ne' cimiteri, presso ruine solitarie e infami per avvenute stragi. Concorrevano ad esse le maliarde sopra strani animali, o sopra nubi azzurre. Satana vi presiede in forme schifose; e compagni a lui un rospo coperto di piume, un corvo mostruoso, un fetido capro, un uomo macilento, il cui gelido fiato produce brividío: lampada senza alimento accesa spande una luce mesta e tremolante: i turpi misteri dell'antichità pagana vi si frammischiano colla liturgia cattolica. Ma guai se alcuno è disennato in guisa di proferire il temuto nome di Gesù! Come dal cospetto di Adamo scomparve la di lui compagna Lilith, pronunziato avendo il nome di Jehovà; così, espresso quel nome, tutto, in fuori della persona, svanisce e si scioglie nel nulla.

Non turpe, ma atroce e ributtante è l'altro concepimento delle nordiche fantasie, che produsse i vampiri. A siffatta creazione avea preceduto una credenza invalsa dopo lo scisma della Chiesa orientale, che il corpo di un Latino non poteva corrompersi se venisse fatto di collocarlo in terra greca (1). Tale credenza si dilatò e crebbe al segno di immaginarsi persone estinte da più mesi od anni, che però rivenute fra noi parlano, infestano i viventi, succhiano il sangue della gioventù e della beltà, e ne cagionano la morte. E come liberarsi da così crudeli infestazioni? Il potente, l'unico mezzo si riponeva nel disseppellire i loro corpi, nel troncarne il capo, nello strapparne il cuore, o nell'arderli. E ad onta dell'umanità, questi vampiri dominarono non ne' secoli barbari, non fra popoli selvaggi: il loro più grande trionfo fu nella luce dei secoli a noi più vicini. Spaventarono essi la Prussia, la Slesia, la Polonia, la Russia, tutto il nord dell'Europa. I filosofi d'Inghilterra e di Francia rovesciavano con mano ardita le superstizioni e gli errori popolari; e continuavano i vampiri ad emugnere il sangue delle lor vittime, impinguando essi e trasudando dai pori il troppo sangue emunto (2).

(1) Prefazione all'opera di Byron - *Il Vampiro*. Versione francese.

(2) Collin de Plancy. - Dictionn. etc. art. *Vampires*.

Ma i popoli d'Oriente, guidati da lieta e vivace fantasia, nè ammisero le Canidie dell'antichità, nè diedero ricetto alle fiere streghe boreali, apportatrici di procelle e di grandini. Pei romanzieri persiani ed arabi le magiche taumaturghe e fatidiche ch'essi appellano *Peri* e *Ginn*, sono graziose creature di una specie lor propria, nè uomini, nè angeli, nè démoni, le quali meglio si farebbero somiglianti alle ninfe, che insieme erano divinatrici, come appunto ci si descrivono Egeria e Manto, e che da alcuni scrittori latini de' bassi tempi si chiamarono *albæ dominæ*. Queste idee arabe e persiane dell' Oriente pervennero in Europa mediante il ritorno de' crociati da Terra Santa e lo stabilimento de' Saraceni nella Spagna; talchè insieme coll' alta Kabbala coltivata dagli Arabi, i principj della quale si mescevano colle dottrine de' gnostici, sorse anche fra noi un genere di brillante magia, accresciuta dappoi e cantata dai Trovatori. A questi padri di nuove forme poetiche, che dalle antiche allegorie sol ritraevano i colori più convenienti al gentile spirito cavalleresco che infondevano nei loro scritti, è dovuto, non ch'altro, un quadro mitologico tutto nazionale. In esso cominciano a far pompa di sè quegli enti privilegiati che dal latino *fatum* gli Italiani chiamarono *Fate*, perchè presaghe delle sorti future: e da questo punto il popolo diede loro universale domicilio. Se ne trovarono in tutti i rovinosi castelli, tra le più dense foreste, negli splendidi palagi: i fonti, gli alberi, le grotte erano per la loro presenza incantate.

L'amena favola delle fate diede luogo alla vivace creazione degli silfi e delle silfidi, o sia di quegli spiriti elementari composti dei più puri atomi dell'aria ch'essi abitano. Alla progenie de' silfi si diede figura umana; le loro femmine e le figlie loro si fecero di una maschia beltà, quali si dipingono le amazoni. In fine si vollero i silfi grandi ammiratori delle scienze, d'ingegno sottile e perspicace, officiosi verso i sapienti, nemici degli zotici e degli ignoranti.

Altra creazione men nobile degli silfi, ma bizzarra e capricciosa, fu lo spirito *folletto*, che si usurpò le personificazioni degli antichi lemuri, satiri e fauni, e sparse una specie di ilarità nelle fantasie atterrite dai sozzi vampiri. Lo spirito folletto imitatore di que' satiri del deserto, di

cui parla il monaco Cassiano (1), i quali *derisu tantummodo et illusione contenti fatigare potius studeant quam nocere*, impazza la notte e leva rumori e ride dei semplici; dolce talvolta ed amorevole, ha cura dei cavalli e degli armenti nei loro chiusi, custodisce i greggi per le balze montane, ajuta ne' boschi il legnajuolo a troncar piante che resistono alla scure, raccoglie per le famiglie da lui protette le spighe abbandonate, è quasi compiacente in fine come quello spirito romano che in casa di Plinio il Juniore si recava la notte a radere ed acconciare il capo del liberto Marco (2).

Per questo modo un potere ideale sopra natura che l'uomo si infinse, dal grande, dallo spaventoso, dal nobile si avvicinò al burlesco. Non così le arti divinatorie sempre costanti nelle vane loro pretensioni, e sempre facili ad abusare dei fatti scritturali: perciocchè le rivelazioni che dei futuri eventi facevano i veggenti d'Israele, se da un lato destavano la maraviglia di chiunque le vedeva adempiute, dall'altro non lasciavano verun dubbio sull'azione divina che svelava il corso de' futuri eventi, o con tipiche rappresentazioni fatte ai sensi corporei imprimeva nell'animo idee conducenti all'intuizione immediata di qualche verità. Ma a poco a poco divenute preda dell'errore le genti che Iddio lasciava camminare nelle loro vie (3), uomini senza missione si arrogarono un commercio colla divinità, e supposero arti che loro aprivano un accesso nelle fosche vicende dell'avvenire. Sebbene però queste arti si dicessero arcane, e si avvolgessero in mille trasformazioni e follie; pur ci lasciano sempre intravedere una imitazione di fatti e riti biblici, a guisa di una emanazione torbida dal fonte più limpido e intemerato.

Voi sapete, o Signori, di Mosè, quale ci vien descritto nell'Esodo, ammesso al colloquio della divinità sulle fulminanti vette del Sinai per apprendere ed intimare la legge al popolo uscito di schiavitù. Vi è noto che allorquando il sommo sacerdote degli Ebrei ne' casi dubbj di quel regno teocratico si presentava avanti l'arca dell'alleanza, collocata nella parte più augusta del Tabernacolo, e poscia del Tempio. e

(1) Cassiani, Collatio VII.
(2) C. Plinii, lib. VII, epistola XXVII.
(3) Act. apost. XIV, 15.

richiedeva i celesti voleri, dal coperchio o propiziatorio dell'Arca rispondeva la voce del Signore, e la risposta per mezzo del sacerdote si propagava fra tutto il popolo adoratore. Ora parimente è noto che i legislatori delle grandi nazioni gentilesche non prima intimarono le loro forme civili e religiose che non fossero già preparati gli animi a credere che siffatte forme venivano insegnate dalla stessa divinità: e su questa credenza, quasi sopra base inconcussa, stabilirono essi le loro istituzioni. E siccome dopo le apparizioni del Sinai, rispondeva Iddio da una stabile dimora a lui sacra; così i pagani ripetevano da luoghi e tempi determinati i divini responsi. Il primo esempio di ciò lo incontriamo nell'Odissea (1), là dove Fidone, re dei Tesproti, narra di Ulisse:

Τὸν (Ὀδυσῆα) δ' ἐς Δωδώνην φάτο βήμεναι ὄφρα θεοῖο
Ἐκ δρυὸς ὑψικόμοιο Διὸς βουλὴν ἐπακούσῃ,
Ὅππως νοστήσῃ Ἰθάκης ἐς πίονα δῆμον.

Dulichium petiisse virum Dodonida quercum
Divinam, alticomam Jovis ut responsa rogaret,
Quæ sibi parta via ad dulces remeare penates.

Dodona era città presso cui sorgevano querce sublimi a Giove sacre: la credulità e la superstizione facevano lor rendere gli oracoli del sommo fra gli déi. Non altrimenti si introdussero oracoli parlanti nel tempio di Giove Ammone in Africa, ed altri nella famosa Delfo dei Greci. Fino a' tempi de' romani imperatori Tacito racconta come Germanico consultasse l'oracolo d'Apollo a Colofone nell'Asia; e Luciano (2) accenna un oracolo d'Apollo ancor celebrato dal volgo, e sulle di cui predizioni false ed ambigue spande egli medesimo il motteggio.

Altra maniera con cui l'Eterno manifestava i suoi voleri al popolo ebreo, fu per mezzo de' suoi *Nabim*, o profeti. Costoro, potentemente mossi da un superiore impulso, o quando presagivano il futuro con tipi reali, come un Isaia che cammina scalzo e privo di manto, ed un Geremia che si pone catene al collo, ambidue per annunziare

(1) Lib. XIV, vers. 327 e seg.

(2) *De dea Syria.*

l'imminente cattività, o quando descrivevano pure visioni solo nell'intelletto esistenti; come in Daniele (1) la statua di Nabucco e le quattro mostruose belve (2), poste a significare i quattro potentissimi regni a cui succederebbe il regno spirituale del Messia: costoro in ogni modo ben più che i vati profani potevan dire di sè: *Est Deus in nobis; agitante calescimus illo* (3).

Ma viveano ancora consultati e venerati dal popolo i veggenti di Israele, che uno spirito di menzogna fra le nazioni confinanti si immaginò e si costituì particolari indovini sotto il nome di *oboth*. Siccome questa voce nell'ebreo del libro di Giobbe (4) significa vaso, e più strettamente vaso concavo e profondo; da ciò i rabbini inferirono che per la voce *oboth* intendere si debbano persone possedute da spirito impuro che in esse parlava con un rimbombo quasi uscente da cavità sotterranee. Questi *oboth* sono i medesimi che nella Volgata nostra si dicono *habentes pythonem;* perciocchè i pagani attribuivano ad Apollo la scienza dell'indovinare, ed egli medesimo si appellava Pizio o Pitone dall'aver ucciso il serpente di questo nome. Ma son pure i medesimi che il testo greco dei Settanta ora chiama ἐγγαστριμύθους— *ventriloquos* (5); ed ora τοὺς ἐκ τῆς γῆς φωνούντας, *che mandano suoni di sotterra* (6), perchè, come nota il Seldeno (7), i suoni da loro formati uscir parevano da speco sotterraneo. Nel libro I dei Re (8), Saule vedendo che il cielo non più rispondeva alle sue inchieste, nè per visioni, nè per sacerdoti, nè per profeti, stoltamente imponeva a'suoi servi che gli cercassero donna *habentem pythonem*, secondo la Volgata, *ventriloquam*, secondo il greco, o donna che possiede un *ob*, numero singolare dell'ebreo *oboth*. Con queste voci pertanto sembra che si indicassero persone le quali professavano *engastrimantia*, o sia l'arte di parlare dallo stomaco o dal ventre, i di cui fenomeni in que'tempi incolti si volevano sopra natura; persone che Isidoro chiama *præcantatores*, o sia indovini, *qui dæmonem in ventre se habere dicunt et ex ejus*

(1) Cap. 2.
(2) Cap. 7.
(3) Ovidius, *Fastorum*, lib. VI.
(4) Cap. XXXII, 19.
(5) I. Regum, cap. XXVIII, v. 7.
(6) Isaias, XIX, 3.
(7) *De Diis Syris.*
(8) *Ibidem, ut supra.*

inflatu futura prædicere (1). Questo sguardo gettato sull'engastrimismo finisce col persuadermi che di tal numero era altresì la famosa Pizia, sacerdotessa del tempio d'Apollo. Ne abbiamo per mallevadore S. Giovanni Grisostomo, che in una delle sue omilie (2) ci descrive la Pizia nella sua attitudine di vaticinare; attitudine vituperosa che l'oratore non tace, perchè della Pizia e del suo tripode troppo alto parlava l'insania de' Gentili. Ce la descrive pure: τὰς τρίχας λύουσαν λοιπὸν ἐκβακχεύεσθαί τε, καὶ ἀφρὸν ἐκ τοῦ στόματος ἀφιέναι, καὶ οὕτως ἐν παροινίᾳ γενομένην τὰ τῆς μανίας φθέγγεσθαι ῥήματα — *resolutis crinibus, spumam ex ore emittentem, et tamquam temulentia correptam, ea quæ furoris sunt verba proferentem.* Pur talvolta la fatidica donna si ammansava; perciocchè, come scherzevolmente rifletteva Demostene, non indifferente ai doni del re Macedone, erasi veduta *filippizzare.*

Tra queste divinatrici alta fama ottennero le Sibille. Come presso gli Ebrei la voce di Jehovà si faceva udire dal santuario: così esse rendevano da cupo e solitario antro le loro risposte; a interpretare le quali era poi grande la cura e incsausta la fatica. Crisippo, al dir di Cicerone (3), riempì un intero volume degli oracoli sibillini (4), *partim falsis, ut ego opinor, partim casu veris, partim flexiloquis et obscuris.* Indi conchiudeva l'assennato Romano: *nescio quomodo isti philosophi superstitiosi et pene fanatici quidvis malle videntur quam se non ineptos.* A questo svantaggioso giudizio egli era mosso anche dal riflettere che la foggia acrostica del verseggiare, talora propria di quegli oracoli, mostrava una meditazione troppo lenta, perchè fosse conforme a quel subitaneo e concitato entusiasmo attribuito all'inspirazione del Nume. Cicerone non poteva alludere che ai libri sibillini custoditi e consultati dai decemviri nel tempio di Giove Capitolino, cui la comune opinione ascriveva alla Sibilla Cumana, o Amaltea. Gli oracoli cumani essendo divenuti preda delle fiamme che devastarono il Campidoglio al tempo della guerra Marsica, si pensò ad una nuova raccolta dei

(1) Forcellini. *Lexicon, ad vocem ventriloquus.*
(2) In Ep.ª I. ad Cor. Hom. XXIX.
(3) Lib. 2. *De Divinatione.*
(4) *Ibidem.*

carmi delle Sibille; e dalle varie città italе e greche se ne recarono a Roma circa mille versi rozzamente scritti da mani private, come riporta Varrone, e appartenenti sì alla sibilla di Cuma e sì alle altre che molte furono. I libri in cui questi carmi si sono riportati, durarono fino all'imperio di Onorio e di Teodosio il juniore, allorchè Stilicone, per concitare in Roma la sedizione de' Gentili contro il suo principe, li diede alle fiamme. Così non rimasero superstiti se non i carmi che si aggiravano per mano del volgo confusi insieme e frammisti, nè a potersi discernere se appartenessero più alla Frigia sibilla, alla Persica, alla Libica, che alla Tigurina od alla Eritrea. I carmi sibillini ora esistono raccolti in otto libri, avanzo di un numero ben maggiore. Molti eruditi, abbracciando gli argomenti di Du Pin e di Blondel, non esitano a credere che siano essi un lavoro del secondo secolo dell'era volgare; perciocchè così pajono persuaderci il tempo, l'ordine, il soggetto delle stesse cose narrate. Nel libro V, a cagion d'esempio, la sibilla asserisce di aver veduto il secondo incendio del tempio sacro alla dea Vesta. Or questo incendio, per testimonianza di Eusebio (1), avvenne sotto l'imperatore Commodo, l'anno 199 dell'era nostra: nè la sibilla vide più oltre, giacchè dopo Commodo suppone compiuti i tempi romani. E a qualificare di novità i presenti libri sibillini, pur giova l'avvertire, che vi si cantano le pretese future vicende non con versi oscuri, tronchi e disadorni, come ne giudicavano gli antichi, ma con istile composto or di frasi bibliche, or tolte a prestanza da Orfeo, da Esiodo, da Focilide e dagli altri poeti gnomici; e che queste donne fatidiche, ben più che i profeti d'Israele, parlano degli eventi e delle persone con sì minuti ragguagli e con tal ordine prosaico che vi ravvisiamo l'indole pienamente storica di chi scrive il passato (2).

La voce divinatoria che risuonava dai penetrali dei tempj, che parlava per le labbra delle sacerdotesse degli dèi, vagabonda investiva le femmine maliarde ed indovine, si fece finalmente udire e temere

(1) Euseb. *in Chronicis.*

(2) V. Σιβυλλιακοι χρησμοι, *hoc est, Sibylina oracula*, per Johannem Opsopæum Brettanum, etc.

per mezzo di esseri inanimati. Quindi dai *theraphim* delle sacre Scritture i talismani dell'Oriente; la *rhabdomantia* dall'uso babilonese di mescere insieme le freccie; quindi dalle sorti omeriche e virgiliane le *sortes sanctorum* del medio evo, o sia il costume di trarre augurj e pronostici dalle pagine de' sacri libri aperte a puro caso. Quindi dall'uso dell'acqua esploratrice della fedeltà conjugale, di cui si parla nel libro dei Numeri, il *Giudizio di Dio* per l'acqua, pel fuoco e pel duello. L'ignoranza delle medie età tutto raccoglieva dai fonti scritturali, e ne faceva a' suoi casi una folle applicazione. La prova delle acque d'amaritudine prescritta nelle leggi mosaiche era fatale ad un'adultera; e bevendole, infracidito rimaneva il suo utero: ma prova siffatta ritraeva ogni vigore e giustificazione dal divino istituto. Al contrario, l'usanza adottata in quelle infelici età di provare l'innocenza o la colpa altrui col ferro infuocato, coll'immersione nell'acqua, col passaggio per le fiamme, quali forme poteva addurre come stabilite da Dio, a fine di rilevarne la verità, e d'impedire l'abuso che far ne potevano una occulta perfidia, uno zelo superstizioso, acceso da ire crudeli? Ma gli spiriti, allorchè sono in tal modo affascinati, escono, per così esprimermi, dal loro intimo recesso, e vanno in traccia di esteriori oracoli, perchè sono sordi all'oracolo interiore che la mano creatrice di Dio impresse entro di noi. Ignorano essi ciò che nel più fitto gentilesimo sentiva un Catone (1): che il tempio più augusto e l'oracolo più santo della divinità è la mente e la coscienza di un giusto.

(1) Lucani. *Pharsalia*, lib. IX, v. 525, cc.

DELLE

PRIMARIE ALTITUDINI DEL GLOBO.

Memoria

DI ADRIANO BALBI

(Letta nell'adunanza del giorno 23 Gennajo 1848.)

La parte solida del nostro pianeta, svariatissima nella sua superficie, ora presenta piani sterminati, come le *savane* ed i *pampa* dell'America, le *steppe* dell'Europa e dell'Asia, i *deserti* di quest'ultima e quelli dell'Africa e quella immensa pianura, che dalle marine dell'Atlantico si estende fino alle sponde del Jenissei, non interrotta per così ampio tratto che dalla lunga e bassa catena dell'Ural; ora sorgono alture di varia elevazione dagli umili colli, sino alle cime più ardite delle grandi giogaje; ed ora i continenti offrono quelle alte pianure, spesso sormontate da altri monti, e profondamente solcate da alte valli, che nel loro insieme costituiscono i così detti *altipiani*. Così avviene che le asperità della Terra offrono un avvicendarsi di colli, di monticelli, di monti, ai quali succedono altri maggiori, base a quelle ardite vette, a quelle guglie di granito delle montagne di primo ordine ammantate di nevi e di ghiacci. Lo stambecco ed il camoscio, l'aquila ed il condor, sono le sole creature che rendono immagine della vita in quelle gelate e solitarie eminenze della Terra; il cacciatore, e talvolta

il filosofo naturalista, o qualche raro viaggiatore ardiscono soli portarvi i loro passi avventurosi.

La natura svariatissima in tutte le opere sue offre le stesse diversità nelle grandi masse, e le montagne variano di forma, d'aspetto secondo la natura loro, la loro giacitura, la riunione o l'isolamento. Ogni gruppo di monti pertanto ha un carattere suo proprio, che l'uomo, il quale si dà a studiarli, non tarda a distinguere coi mezzi che la scienza gli fornisce.

Il geologo, il fisico, il geografo osservano con attenzione quelle vestigia delle primitive formazioni e delle rivoluzioni primeve, quei monumenti della storia del globo, che secondo le più recenti indagini non dissenzienti dal racconto mosaico, ci riconducono a periodi geognostici immensamente anteriori alla creazione dell'uomo. Il botanico osserva nei monti la diversa vegetazione che ad altezza differente offre la diversità delle varie zone sotto la medesima latitudine. Nè minore è l'importanza delle montagne nella determinazione dei climi fisici, della giacitura dei minerali, delle stazioni dei vegetabili e degli animali, avendo così gran parte nell'armonioso e mirabile insieme del mondo naturale, siccome grandissima è altresì la loro influenza sulle vicende dell'umana società.

Confini naturali dei popoli e degli Stati, le montagne sono enormi ripari, immense fortezze, che il coraggio diretto dal genio supera talora, ma che la potenza umana mai non giungerà a distruggere; e la storia ci mostra come in ogni tempo quei naturali propugnacoli fossero asilo di coloro, i quali all'amore del patrio suolo univano quello della indipendenza. Aggiungerò col dotto Lavallée, che nelle operazioni militari le montagne hanno una parte principale. Esse rompono lo sviluppo dei movimenti strategici e richieggono pel loro passaggio e per la loro possessione i maggiori sforzi e le più intelligenti combinazioni.

Codeste asperità del nostro pianeta agiscono costantemente sull'atmosfera, di cui modificano le correnti e le condizioni, e possono essere comparate ad immensi laboratorj, ove la natura prepara le meteore atmosferiche. Quelle vette culminanti ed i dorsi più elevati vestiti di nevi e di ghiacci scioglientisi lentamente ed aspiranti avidamente

l'umidità sparsa nell'aria, sono gl'inesauribili serbatoj delle sorgenti dei rivi e dei fiumi, onde son liete le nostre pianure. Con quale compiacenza l'occhio si volge ai monti dal piano, di cui rompono l'uniforme orizzonte colle forme svariate e cogli accidenti diversi delle rupi, della vegetazione e delle nevi! Ed oh! come cari assai più al navigante, che da lungi ne saluta festoso l'azzurro contorno, siccome quello, che a lui è indizio del non lontano porto, che l'accoglierà dopo gli stenti di lungo viaggio.

Non toccherò dell'origine dei monti e delle idee ora prevalenti, nè parlerò delle classificazioni geologiche fondate sui fenomeni, che a grandi intervalli di tempo dovettero contribuire alla formazione loro. Di troppo picciol numero di catene si conoscono i caratteri geognostici, perchè al geografo fia possibile il classificare tutte le alture della Terra secondo la loro composizione. Argomento questo degli studj dei geologi, e fra gli altri dell'illustre Boué, dal quale si attende una descrizione generale di tutti i primarj sistemi orografici in quanto sono conosciuti geologicamente. Rinunziando pertanto ad una simile impresa, che specialmente appartiene a questa scienza di tanto momento ed ognor più splendente per le continue fatiche di molti chiari ingegni, mi racchiuderò nella quistione puramente geografica.

Nessun principio stabile sembra abbia guidati i geografi ed i naturalisti che finora attesero alla classificazione generale delle montagne. Ignorano alcuni intieramente il vero senso del vocabolo *sistema*, oppure non vogliono adottarlo. Gli uni chiamano sistema di montagne ciò che altri riguardano come gruppo, mentre applicano questa seconda denominazione alle semplici catene. Non mancano dotti stimabilissimi, i quali, non avendo fatto oggetto speciale de' loro studj la geografia propriamente detta, accrescono ancora tale disordine coll'introduzione dei sistemi geologici, fondati sopra norme intieramente diverse, assoggettando così i caratteri, che il geografo dee riguardare come primarj, a quelli che per lui non devono essere che secondarj. Già ho detto perchè non convenga ora l'entrare nel campo della geologia. L'altezza, la posizione, la lunghezza e la direzione delle catene sono pel geografo gli elementi principali della orografia.

Fermo in questo principio, che mi pare incontestabile, sin dall'anno 1815 riunii in masse più o meno grandi, dette *sistemi*, tutte le principali altezze del globo, distinguendo in esse i *gruppi* composti di varie *catene*, e suddividendo queste in *catene secondarie*, in *propaggini* o *diramazioni*, in *colli*, ec. In ogni sistema ho considerato, siccome *catena primaria* quella delle vette culminanti, dalle quali derivano le grandi correnti d'acqua considerate relativamente ad un grande serbatojo, quale è l'Oceano ed i mari interni. Fatte poscia nuove indagini, e riconosciuta la necessità di conservare tutti i sistemi proposti fin d'allora, dovetti pure accrescerne il numero. Se conforme al parere dei più celebri geografi, si continua a riguardare da un lato i *Pirenei*, dall'altro i *monti* che formano il *sistema Ercinio-Carpazio* come masse indipendenti dal *sistema delle Alpi* propriamente dette, converrà certo determinarne i confini. Ma in codesto appunto sta la maggiore difficoltà di cotale classificazione. Potrassi per avventura opporre, che la valle del Reno non è larga abbastanza per formare la separazione tra l'*Hundsruck* che dipende dai *Vogesi* ed il *Tanno* che, mediante il *Vogelsgebirge* ed il *Rhöngebirge*, si attiene al *Fichtelgebirge*, uno dei maggiori nodi del sistema Ercinio-Carpazio? Ma allora si potrebbe opporre a quelli che riguardano le montagne della penisola Ispanica come indipendenti dalle Alpi, che l'avvallamento percorso dal Canale di Linguadoca è troppo angusto perchè possa formare separazione tra il sistema Esperico e l'Alpico.

Nello stato presente della geografia, o conviene rinunziare ad ogni classificazione di montagne, il che sarebbe mettere la confusione in una delle sue parti più rilevanti, ovvero conviene adottare divisioni generali capaci di certe modificazioni. La natura delude i nostri sistemi e le nostre classificazioni, e conviene pur sempre modificare queste e quelli a norma di particolari circostanze. Nella determinazione dei sistemi delle montagne sonvi parecchie circostanze, che non si potrebbero senza gravi sconci trascurare. Noterò fra le altre alcune divisioni generalmente seguite e consacrate per lungo volgere di tempo: la direzione della linea che indica la principale divisione delle acque; la posizione delle cime più alte di tutto il sistema, le quali talvolta per

altro si trovano nelle catene secondarie, anzichè nella primaria; e talvolta ancora memorie storiche o considerazioni politiche di cui giovi tener conto.

Dopo le dotte esplorazioni dei viaggiatori russi, tedeschi, inglesi e francesi non lice più il considerare con Pallas tutte le montagne dell'Asia siccome propaggini di un solo e medesimo nodo, che quel dotto supponeva formato dall' *altopiano Centrale* ch' egli immaginava; ipotesi da tutti i geografi adottata, in tutte le migliori carte rappresentata, ma che le indagini dell' illustre De Humboldt non ha guari confinavano tra le scientifiche visioni. L'esame della configurazione del suolo asiatico secondo gl'ultimi e migliori studj più non permette di riunire in un medesimo sistema le catene dell'Altai e quelle del Kamsciatka con quelle dell'Himalaya, giacchè le alture del Kamsciatka sono al tutto indipendenti dalle montagne dell'Altai, come queste il sono dai monti dell'Himalaya.

Un attento esame sulle migliori carte ci mostra ancora che la pianura del Gange ed il deserto posto fra l'avvallamento di questo gran fiume e quello dell'Indo, separano le alture sorgenti nella penisola da quelle che appartengono al grande sistema dell'Himalaya. Da un altro lato, la depressione così notabile del suolo, che circonda il Caspio propriamente detto e quello d'Aral, molti caspii minori, ossiano laghi salsi, e non pochi deserti di bassissimo livello formano la separazione tra questo sistema e quello dell'Ural; mentre i deserti abbastanza pianeggianti della parte nord-est dell'Arabia formano un' interruzione di monti sufficiente a far riguardare le ultime propaggini del Libano, come affatto indipendenti dalle alture, che si diramano dall' altopiano centrale della penisola Arabica.

Le numerose montagne sorgenti nelle isole offrono difficoltà non meno grandi nella loro classificazione. Converrà forse farne altrettanti sistemi indipendenti gli uni dagli altri? Ovvero sarà meglio considerarle siccome dipendenti dal vicino sistema continentale? O finalmente converrà riunirle in un sistema insulare? Io tenni come dipendenza del sistema Alpico le montagne di Sicilia, che lo stretto di Messina separa appena da quelle della penisola Italiana; e come un' appendice

del sistema Scandinavo la lunga catena d'isole elevatissime sparse lungo la costa a maestro della Norvegia; ma ho invece considerati quali sistemi indipendenti le montagne dell'arcipelago Britannico, quelle delle Azorre e delle isole, che a settentrione dell'Europa formano il gruppo dello Spitzberg. Benchè le alte cime della breve giogaja della Crimea Meridionale sieno affatto indipendenti dai sistemi Slavo-Ellenico e Tauro-Caucaseo, io non esitai punto a tenerle come una dipendenza di quest'ultimo, sì per la somma vicinanza alla catena del Caucaso, e sì per la poca loro estensione.

Ma anche l'uso della voce *catena* richiede qualche osservazione. Non v'ha quasi alcuna delle grandi catene conosciute, in cui le basi visibili delle varie montagne che la compongono sieno contigue. Valli più o meno larghe e profonde, piani elevati o mollemente ondeggianti separano a varj intervalli queste catene, che vengono rappresentate come continue. Se adopero questo termine si è per non discostarmi al tutto dalla consuetudine e per evitare l'introduzione di nuove denominazioni. Così ho considerato come una stessa catena i *Carpazj Orientali*, i *Carpazj Occidentali*, i *Sudeti*, l'*Erzgebirge*, il *Fichtelgebirge* e lo *Svhwarzwald*, non ostante le grandi interruzioni che li separano.

La lunghezza rispettiva dei sistemi e delle principali loro catene è un altro elemento, che il geografo non deve trasandare. Altre occupazioni non avendomi lasciato agio per entrare in codesto particolare della geografia fisica, non posso certo appoggiarmi ad autorità migliore di quella del rinomato Berghaus, così benemerito alle scienze geografiche pei molti ed importanti suoi lavori.

Si possono partire le catene primarie in varie classi, che il Berghaus riduce alle quattro seguenti. Nella prima pone quelle che hanno uno sviluppo longitudinale di oltre 4000 miglia; nella seconda quelle che oltrepassano le 2000; nella terza classe le giogaje fra le 800 e le 2000; nella quarta quelle inferiori ad 800. Ma qui vuolsi avvertire, che cotali classificazioni non possono nè devono aversi in un senso assoluto; giacchè la lunghezza di un sistema, o di una catena, dipende dal modo con cui il geografo considera la sua linea di continuazione. Così, a modo d'esempio, quell'immenso

sistema che, con varj nomi e brevi interruzioni, si estende dalle marine del Grande-Oceano nella provincia Cinese di Fokien per tutta l'Asia sino al monte Ida presso l'Ellesponto, se si considerasse col Berghaus come un solo e medesimo sistema, chiamandolo Himalaya dal nome della sua parte centrale e più sublime, sarebbe il più lungo dell'Antico-Continente, anzi il più lungo di tutto il globo, qualora, tenendo conto della soluzione di continuità fra le Ande dell'America Meridionale e la Cordigliera dell'America Settentrionale, si considerassero queste due masse montuose come due sistemi separati. Infatti il sistema dell'Himalaya avrebbe nella prima ipotesi uno sviluppo longitudinale non minore di 4800 miglia, mentre le Ande dell'America del Sud giungono appena alle 4000, e la Cordigliera dell'America del Nord, la cui estremità meridionale si perde nelle alture sporadiche dell'istmo di Tehuantepec, giugne a miglia 3200 circa. Ma se consideriamo quelle due primarie giogaje del Nuovo-Mondo come un solo e medesimo sistema, riunito dalle alture sorgenti sull'istmo fra Panama e Tehuantepec, questa grande dorsale dell'Emisfero Occidentale sarebbe allora la più lunga della Terra, giacchè si estenderebbe a circa 7600 miglia.

Il quadro sottoposto desunto dal Berghaus offre con queste norme lo sviluppo longitudinale e la direzione dei principali sistemi conosciuti del globo. Non posso celare peraltro che dissento dal chiarissimo autore non solo rispetto alle denominazioni date ad alcuni sistemi, ma eziandio rispetto alla loro distribuzione. Credo però miglior consiglio di riprodurlo in tutta la sua integrità, per non introdurre elementi eterogenei nel lavoro del dotto Alemanno.

QUADRO

Della lunghezza e della direzione dei principali sistemi del Globo.

NOME DEI SISTEMI	DIREZIONE	LUNGHEZZA in miglia geografiche	PARTI COMPONENTI
I. Classe.			
Himalaya	Dall'E.S.E all'O.N.O.	4800.	Le catene *Nanling*, *Sueschan* della Cina, l'*Himalaya* propriamente detto, l'*Hindo-Kusch*, il *Paropamiso*, il *Kohul Bürs*, le *montagne* di *Talisch*, quelle del clive settentrionale dell'*Armenia* e dell'*Asia Minore* sino all' Ida sull' Ellesponto.
Cordigliera de los Andes	Dal Sud al Nord	4000.	La *catena delle Andes* dell'America Meridionale dall'estremità australe di questa parte del mondo sino all' istmo di Panama.
II. Classe.			
Altai	Dall'E.N.E. all'O.S.O.	3400.	Il clive settentrionale dell'Asia Centrale dallo stretto di Bering, sino oltre il lago Dzaisang, comprese anche le montagne *Aldan*.
Le Andes dell'America Settentr.	Dal S.S.E. al N.N.O.	3200.	Dall'istmo di Tehuantepec sino all'Oceano Gelato del Nord, l'*altopiano del Messico*, le *Rocky-Mountains*.
Thian-Schan, o Monti Celesti	Dall'O. all'E.	2600.	Col suo prolungamento orientale a traverso l'*Inschan*, sino al *Schan yan alin*.
Tauro	Dall'E.S.E. all'O.N.O.	2160.	Questo sistema incomincia al *delta dell'Indo*, forma il vertente meridionale dell'*Iran*, del *Kurdistan*, dell'*Armenia* e dell'*Asia Minore*.

NOME DEI SISTEMI	DIREZIONE	LUNGHEZZA in miglia geografiche	PARTI COMPONENTI
III. Classe.			
Kuen-lun, o Kulkun	Dall'O. all'E.	1840.	Comprendendo il *Peling* sino all'estremità del vertente orientale delle mont.e della Cina.
Alleghanies	Dal S.O. al N.E.	1400.	
Ghats Orientali nell'India	Dal S.O. al N.E.	1200.	
Ural	Dal N. al S.	1000.	
Montagne Scandinave	Dal S.S.O. al N.N.E.	960.	
Ghats Occidentali, nell'India	Dal Sud al Nord	880.	
Carpati dell'Europa Occident.	Dall'E.S.E. all'O.N.O.	880.	I *Carpati* ed il *sistema Ercinio* che all'Est incomincia coi *Sudeti* ed all'Ovest termina colla *Teutoburger Walde.*
Vindhya, nell'India	Dall'Ovest all'Est	800.	
IV. Classe.			
Monti del Brasile	Dal S.O. al N.E.	640.	
Alpi	Dall'O.S.O. all'E.N.E.	600.	
Balkan (*Hemus*)	Dall'O.N.O. all'E.S.E.	600.	
Caucaso	Dall'O.N.O. all'E.S.E.	600.	
Monti Sirio-Petrei	Dal Nord al Sud	600.	Dal Tauro a traverso il *Libano* e la *Palestina Occidentale* sino all'estremità meridionale della penisola del *Sinai.*
Monti dell'Europa Occident.	Dal S.S.O. al N.N.E.	560.	L'*altopiano Francese* (Hoch Frankreich), i *Vogesi* e le *montagne del Basso Reno.*
Apennini	Dal N.O. al S.E.	560.	
Sierra di Parima	Dall'Ovest all'Est	560.	
Catena Marittima di Venezuela	Dall'Ovest all'Est	480.	
Atlante	Dal S.O. al N.E.	480.	
Pirenei	Dall'E.S.E. all'O.N.O.	220.	

Questo quadro ci mostra, che le *Alpi* nostre, le quali per tanti riguardi, e massime per l'altitudine, vanno fra i primarj sistemi del mondo, hanno però un posto assai umile nella scala delle lunghezze.

Dopo la posizione e la direzione delle montagne, la determinazione delle loro *altezze, assoluta* o *relativa*, dee principalmente attirare l'attenzione del geografo. Voi ben sapete, egregi Signori e Colleghi, che

ragionando delle alture del globo, *altezza assoluta* si è quella di un punto qualsivoglia sopra il livello del mare, da qualche geografo e da me designata col vocabolo *altitudine*, ad esprimere brevemente il concetto e rendere la lingua scientifica meno verbosa; *altezza relativa* invece, è quella di un punto qualunque sopra la sua base apparente. E qui va notato che quest'ultima ha una parte grandissima nella determinazione dell'altezza dei monti, quando essi riposino, come spesso succede, su quelle grandi masse elevate, denominate *altipiani*, e che vogliono essere distinte dalle giogaje propriamente dette. Un altopiano in fatti può comprendere in se montagne, valli, pianure irrigate da poderose correnti e laghi, talvolta così vasti, da poter figurare fra i mari interni. Gli altipiani, che ne' miei *Éléments de Géographie Générale* trovai opportuno per molte ragioni di rannodare alle alte valli, hanno un livello generale molto più elevato delle parti piane dei continenti, di cui ordinariamente formano il nucleo ed hanno chine più estese e meno ripide dei monti.

La determinazione dell'altitudine dei monti offre infinite difficoltà. In ogni tempo i viaggiatori rivolsero la loro attenzione alle vette, che loro parevano più elevate; ma le apparenze troppo spesso sono fallaci. L'isolamento maggiore o minore di una montagna; l'inclinazione delle sue chine, la sua distanza, la forma, la disposizione e l'altezza dei circostanti terreni, finalmente lo stato dell'atmosfera, sono altrettante cause d'illusione, da cui l'osservatore più esercitato mal può assicurarsi, e che solo svaniscono mercè il barometro e gli strumenti geodetici.

Colline isolate, alte appena un cento tese, gruppi di piccoli monti, sorgenti repente a 150, ovvero a 200 tese, in mezzo ad immense pianure prive d'alberi, inducono in errore l'osservatore poco esperto nel determinare con operazioni precise le ineguaglianze del terreno. Nulla è più incerto dell'apprezziazione degli angoli formati dai raggi visuali di un oggetto collocato all'orizzonte. A queste illusioni ottiche vogliono attribuirsi la celebrità di non poche mediocri altezze, anzi di modeste colline, che in alcuni viaggi ed anche in non pochi libri di geografia figurano fra le vere montagne. A questo

modo le alture sporadiche sorgenti sulla vasta pianura Sarmato-Russa formarono per qualche tempo nelle moderne geografie l'immaginario *Sistema Sarmato*. Così i Canadesi dicono montagne certe colline che secondo il dotto Mac-Gregor non oltrepassano mai i 340 piedi, e la cui elevazione media è dagli 85 ai 100. Gli abitanti della pianura d'Ozieri s'accordano a riguardare il *Gigantinu* come il punto culminante di tutta la Sardegna; eppure le misure, eseguite in questi ultimi anni dall'illustre generale Della Marmora, dimostrarono che esso è 34 tese meno alto del gruppo di *Genargentu*, per cui quest'ultimo lo supera di oltre un terzo.

Ma le asperità del Globo, per molte cagioni estranee alle dimensioni loro, possono essere di gran momento. Tali sono le forme straordinarie di alcune e la costituzione geologica di altre; le ricchezze minerali che racchiudono; le osservazioni astronomiche, le esperienze fisiche e le operazioni geodetiche di cui furono teatro; le fortezze od altre costruzioni notabili sorgenti su esse o nelle loro vicinanze, come pure la prossimità di quelle gole celebri nella storia sotto il nome di *Porte delle nazioni*; le vie stupende di comunicazione che le varcano o passano vicine; le reliquie di antiche genti che racchiudono, le tradizioni mitologiche, le memorie storiche od i fasti della religione cui sono associate.

A questo modo il geografo deve una particolare attenzione a quelle modeste alture sorgenti sull'altopiano del Messico, dalle cui viscere si cavava la maggior massa d'argento messa in circolazione nel volgere di tre secoli. Le brevi altezze di alcune contee dell'Inghilterra forniscono la maggior produzione di stagno e di rame conosciuta, mentre da alcune altre vengono estratte quelle enormi masse di carbone e di ferro, pregevoli assai più dell'oro e dell'argento, e che per la loro quantità e la odierna importanza mettono in circolazione maggiori capitali degli stessi metalli preziosi e delle gemme. Le umili colline, che coronano l'altopiano del Decan, offrono quei terreni da tempo immemorabile rinomati, come quelli che forniscono i più bei diamanti conosciuti; e tre lustri non sono ancora compiti, dacchè nelle Siberiane solitudini, e propriamente nelle propaggini dell'Altai, ven-

nero scoperte quelle arene aurifere, producenti tanta copia di metallo, che, ben senza esagerazione, potrebbono domandarsi un *raccolto d'oro*, giacchè nel breve giro di 14 anni l'annua produzione giunse a pareggiare quella di tutta l'America ai tempi più floridi delle sue miniere.

Nè altri potrebbe descrivere la splendida residenza dei Czar senza toccare del vicino colle di *Pulkova*, su cui il regnante Niccolò, al quale la Russia deve tante utili riforme e splendide costruzioni, faceva edificare l'osservatorio astronomico centrale dell'impero, fabbrica immensa, riccamente provveduta e munita dei migliori e più grandi strumenti, senza dubbio il più splendido tempio dagli uomini dedicato alla scienza degli astri. Così domanda l'attenzione nelle vicinanze immediate di Ratisbona, a *Donaustauf*, quell'agevole poggio su cui sorge il *Walhalla* presso alle rive del Danubio, vero Panteon Germanico, dal re Lodovico di Baviera consacrato a tutte le glorie nazionali; monumento, per ogni riguardo splendidissimo, illustrato già rispetto alla storia dal suo augusto fondatore, come lo fu rispetto all'arte dall'esimio architetto che ne governò l'esecuzione. E chi potrebbe negligere, nelle ampie pianure dell'Europa Centrale tra l'Ems ed il Weser, quel *Grotenburg* presso Detmold, su cui fra poco torreggerà a spese comuni di tutta Germania il monumento del grande Hermann, la statua colossale dell'eroe dominante quei luoghi medesimi, ove cadevano le legioni di Varo?

Lo storico ed il geografo non potrebbero trasandare quei tumuli sorgenti nelle pianure dell'Eufrate e del Tigri, formati dalle reliquie delle due splendide metropoli degli Assirj e dei Babilonesi; fra quelle di Babilonia, secondo il giudizio autorevole di Rich, Raymond, Raoul Rochette e Caneto, vi sarebbe persino un'altura, in cui voglionsi riconoscere le rovine della torre famosa, che i discendenti di Noè edificarono nella pianura di Sennaar; le traccie evidenti del fuoco celeste che, secondo il Genesi, distrusse l'orgogliosa mole, confermerebbero tale sentenza. E chi potrebbe non fermarsi su quegli umili colli, ove siede la città eterna in riva al Tevere, rammentando e il *Campidoglio*, da cui emanavano quei decreti che per secoli ressero l'Orbe Ro-

mano, e la supremazia politico-religiosa dei pontefici, i quali nell'evo medio, quasi realizzarono la monarchia universale, e l'odierna sede del supremo Pastore, che un quinto del genere umano venera siccome capo della religione.

Il cristiano che pellegrina nella Siria vi saluta l'isolato *Tabor*, che malgrado la modesta altezza è tenuto pel punto culminante della Palestina; e dalla sua cima egli spazia su quella pianura d'Esdrelon, che dai tempi di Sisara e di Nabucodonosor fino a quelli di Napoleone fu il campo di battaglia di quasi tutt'i conquistatori della Siria. Su quella altura medesima, la tradizione popolare e venerabili autorità collocano l'augusta scena della trasfigurazione di Gesù Cristo. E dentro alla cerchia dell'antica Gerosolima o nelle sue vicinanze, il *Golgotha*, il *Moria*, il *Sion* ed il *Monte Oliveto*, malgrado l'umile altezza prendono posto tra le altitudini le più notabili della Terra, di cui sono ad un tempo i luoghi più venerabili. Sul Golgotha, si consumava il più grande dei misteri del Cristianesimo; sul Moria, Salomone inalzava a Jehova il tempio suo magnifico, ove più tardi sorse la famosa moschea d'Omar; sul Sion, Davide edificava la sua reggia, e quivi pure il divino Salvatore istituiva uno dei misteri della nostra religione; finalmente dall'alto del monte Oliveto, il Redentore prediceva a Gerusalemme la sua distruzione e, secondo la tradizione popolare, saliva da quel luogo al cielo in presenza dei suoi discepoli.

Ma senza prolungare cotale enumerazione, ritorniamo all'argomento principale di questo discorso.

Le ineguaglianze della superficie della Terra avevano già attirato l'attenzione degli antichi, i quali ne diedero stime approssimative. Dicearco, fra i Greci, si nomina come il primo che misurasse varj monti, ma ignoriamo con qual metodo e con quali strumenti. Eratostene si servì nelle sue misure del traguardo; e quel filosofo ed altri sostennero niuna montagna oltrepassare i dieci stadj in altezza; mentre Cleomede portava il massimo a stadj 15. Le più alte vette dell'Asia, secondo l'opinione degli antichi, erano il *Caucaso* ed il *Paropamiso* secondo Aristotile, alle quali Agatemeros aggiungeva l'*Imao*. Arriano considerava il Siagros come la più alta montagna della Terra.

Le *Alpi* ed i *monti Sarmatici* si avevano come i più alti dell'Europa; l'*Atlante* ed il *Carro degli Dei* reputavansi le maggiori eminenze dell'Africa.

Sebbene agli antichi non mancassero i mezzi matematici per misurare con sufficiente precisione l'altezza delle montagne, essi però avevano idee per questo riguardo erronee ed assai esagerate. Una mal intesa venerazione per quegli autori conservava a traverso il volgere dei tempi, e propagava fino quasi al principio del secolo scorso cotali idee con grande scapito della geografia fisica.

È appena credibile che antichi autori scrivessero, che dalla vetta del monte Athos il disco del sole si vedeva tre ore prima che non sulle marine dell'Egeo! Lo storico Giuseppe non esitava ad accordare un'altezza di 30 stadj al monte Tabor, che ne ha appena tre! Il padre Martini stimava l'altezza del monte Pin nella Cina a 60 stadj, che equivalgono a 6000 tese, e Defoe, il celebre autore del Robinson Crusoè, portava nel secolo scorso a 2 miglia inglesi, ossia a più di 1600 tese lo Cheviot-Hill, il cui apice non arriva che a 2658 piedi inglesi, pari a 416 tese! Che diremo poi vedendo il matematico Riccioli dare al picco di Teneriffa 10 miglia geografiche; e Nicholls assegnargli un'altezza di 15 leghe! Ancora nel 1665 il dotto padre Kircher si affaticava per provare l'impossibilità dell'asserzione di Aristotele rispetto all'altitudine del Caucaso, e portava a 42500 tese la sua più alta vetta, che misure recenti ed esattissime riducono a 2892!

Le diverse interpretazioni dello Stagirita resero assurda un'esagerazione sfuggita a quel sommo ingegno; e l'erudito Kircher, combattendo l'asserto di Aristotele, il quale, secondo la sua interpretazione, avrebbe detto essere il Caucaso per una terza parte della notte illuminato dal sole, dimostra coi calcoli l'impossibilità del fatto. Ma il Kircher medesimo andava lungi dal vero, dando una erronea latitudine al Caucaso ed apprezzando erroneamente l'effetto della luce crepuscolare. Conferito in proposito col nostro onorevole collega, l'esimio astronomo Carlini, egli, dopo verificata la versione del testo aristoteliano ed esaminati i calcoli del Kircher, opinava, che cotale errore potesse provenire dalle relazioni dei naviganti, i quali nella sola sta-

gione estiva correndo il tempestoso Eusino, avranno veduto le più alte cime del Caucaso rischiarate dal crepuscolo. Questo fatto riferito ad Aristotele, il grande filosofo lo avrà addotto come una prova della grande altitudine di quella giogaja, trascurando la necessaria distinzione fra i raggi solari diretti ed i raggi crepuscolari, e senza riflettere che egli, che pur ammetteva la rotondità della Terra, dava così a quei monti un'altitudine superante i limiti del verosimile.

Le scienze esatte offrono un mezzo facile e sicuro per dimostrare quanto fossero lontane dal vero quelle opinioni. Il barone di Humboldt ha calcolato, che un osservatore, posto sulla cima del picco di Teneriffa, non vedrebbe il disco solare al suo orizzonte che 11 minuti, 32 secondi e 3 terzi prima di un altro collocato alla sponda del mare; eppure l'altitudine di quella vetta è più che doppia di quella del monte Athos.

Secondo calcoli fatti a mia preghiera dal prelodato cav. Carlini, perchè la cima dell'Athos potesse essere rischiarata dal sole tre ore prima delle spiagge dell'Egeo, quel monte avrebbe dovuto avere un'altitudine non minore di 1423 miglia geografiche, ossia 1500 volte circa la sua altitudine effettiva!

Lo stesso esimio geometra, instituendo a mia istanza altri calcoli dello stesso genere, trovava che dalla sommità del *Dhawalagiri,* che è la più alta vetta misurata del globo, e la cui altitudine è quasi cinque volte maggiore di quella dell'Athos, anche nelle circostanze le più favorevoli, offre una differenza di soli 15 minuti e 17 secondi. Lo specchio seguente da lui calcolato sulla base di una latitudine di 28° 40′, di un'altitudine di 4590 tese, e tenendo conto della rifrazione terrestre, offre le seguenti ore del tramontare del sole alla cima di quella montagna ed al livello del mare.

QUADRO COMPARATIVO

del tramontare del sole.

	Alla cima del monte	Al livello del mare	DIFFERENZA
Nell'Equinozio	6h 14′ 3″	6h 2′ 20″	11′ 43″
Nel Solstizio jemale	5 20 43	5 7 41	13 2
Nel Solstizio estivo	7 10 50	6 57 33	13 17

Questi calcoli fatti sul Dahwalagiri, mostrano quanto fossero singolarmente esagerate le opinioni degli antichi sull'altitudine del Caucaso e dell'Athos.

Prima di ragionare delle altitudini misurate coi metodi odierni, concedete, o Signori, che io trascriva, se non altro come un documento della storia dell'orografia, le stime delle più alte vette esposte dal predetto padre Kircher, le quali offrono, per così dire, la misura delle cognizioni orografiche del suo tempo. Ne devo la comunicazione all'egregio segretario di questo nostro Istituto imperiale, l'esimio archeologo Labus. A scanso d'equivoco farò osservare che le altitudini sono espresse in passi geometrici di 5 piedi l'uno.

TAVOLA

Delle altitudini di alcune montagne secondo il padre Kircher.

NOME DELLE MONTAGNE	ALTITUDINE in passi
Pelio, nella Tessaglia	1250
Catalirio	1680
Cillene, nell'Arcadia	1875
Petra di Sogdiana	3750
Emo, nella Tracia	10000
Olimpo, della Licia, nell'Asia Minore	1269
Petra di Sisimitra, nella Battriana	1875
Picco delle Canarie (Picco di Teneriffa)	10000
Etna	4000
Etna	5000
Caucaso	15000
Caucaso	51000
Casio	28000
Athos (Monte Santo in Macedonia)	20000
Atlante	15000
Stolp, detto l'*Altissimo* dei *monti Rifei*	25000
Monti della Norvegia	6000
Monti della Luna	15000

Le altitudini del precedente quadro sono tutte erronee e non poche, devo dirlo, sono assurde per la loro esagerazione. Il *monte Pelio*, per

esempio, portato a 1250 passi, corrispondenti a 1042 tese, non ne ha realmente che 810; il *Cillene*, stimato a 1572 tese, ne ha sole 1218. Ma l'*Emo*, nella Tracia, il punto culminante del quale, secondo il memorabile viaggio di Boué, non ha che 875 tese nell'apice della catena del *Gran Balkan* e giugne appena alle 1500 nel punto culminante di quella del *Rilo-dagh* (Rodope), viene stimato dal Kircher sino a tese 8333! Che diremo poi dell'umile *Athos*, cui una recente misura trigonometrica del Copeland dà appena 993 tese, e che l'erudito monaco del XVII secolo innalza sino a 16660? e dell'*Atlante*, la cui più alta vetta, secondo un illustre ingegnere idrografo della marineria inglese, già secretario della R. Società geografica di Londra, il capitano Washington, non ha che 2200 tese circa, ed al quale il quadro precedente ne accorda 12500? Che diremo poi della seconda valutazione del *Caucaso*, dal Kircher portato a 42500 tese, quando recenti misure determinavano l'altitudine del suo apice sul *monte Elbruz* a sole tese 2892?

Una delle parti più neglette della geografia fisica fu certamente quella che tratta della determinazione precisa delle altitudini. Benchè queste, come abbiamo veduto, avessero fissato l'attenzione dei dotti fin da remotissimi tempi, si può dire però, che appena è scorso un secolo dacchè s'incominciò a misurare con precisione matematica le vette dei punti culminanti del globo. Quasi tutte le misure delle stime fatte prima della metà del secolo scorso sono talmente inesatte, che vogliono rigettarsi pressochè tutte in confronto di quelle ottenute posteriormente coi metodi perfezionati dei nostri tempi.

Voi ben sapete, egregi Signori e Colleghi, che la scienza possiede oggi sette diversi metodi per determinare l'altitudine di una montagna; tre *esatti* e quattro *approssimativi*.

I metodi *esatti* sono:

1.° La *livellazione*, assai di rado adoperata per la lunghezza e l'incomodo delle operazioni.

2.° La *triangolazione*, sulla quale è inutile l'arrestarsi.

3.° Il *metodo barometrico*, felice applicazione di Pascal e Perrier dello stromento inventato dal nostro Torricelli. Ma quest'ultimo dei metodi esatti non giunse a dare risultanze soddisfacenti e degne dell'altezza

cui giunsero a' nostri giorni le scienze esatte, se non quando i lavori dei De Luc, Shuckburgh, Biot, Pictet, D'Aubuisson, Ramond, Gay-Lussac, Arago, Oltmann, ec., concentrati, per così dire, nella celebre formula di Laplace perfezionata, il metodo barometrico giunse a tale precisione da dare risultanze identiche a quelle ottenute col metodo trigonometrico, sussidiato com' esso è oggidì dai perfetti stromenti di cui può disporre il geometra. Questa è dimostrata dagli elementi del quadro sottoposto.

MONTE BIANCO, nelle Alpi.

La *misura trigonometrica* di *Shuckburgh*, rettificata relativamente alla determinazione dell'altitudine del lago di Ginevra e rispetto all'effetto dovuto alla rifrazione, diede un' altitudine di . . . . . 2466 tese
La *misura barometrica* di *Saussure* rettificata, e paragonata colle osservazioni corrispondenti fatte a Ginevra e a Chamouny diede 2467
La *media* delle recenti *misure trigonometriche* fatte dai francesi *Corabœuf* e *Durand* e dagl' italiani *Carlini* e *Plana* diede ancora un' altitudine di 2468

VULCANO DI POPOCATEPETL, nel Messico.

La *misura trigonometrica* di *Humboldt* diede 2772
La *misura barometrica* di *Glennie* diede 2772
Un' altra *misura barometrica* di *Birckbeck* diede 2789

PICCO DI PARGÉUL (Pargeool) nell' Himalaya.

Le *misure barometriche* del capitano *Gerard* nel 1818 e 1820 diedero 3035
La *misura trigonometrica* dello stesso ingegnere diede 3040

PICCO DI TENERIFFA.

La *misura geodetica* del professore *Savinon* diede 1896
La *misura barometrica* dell' ingegnere idrografo della marineria francese *Vincendon Dumoulin* diede 1901

Passando ora ai metodi *approssimativi* conviene porre in capo a tutti quello basato sopra il *grado termometrico dell'ebullizione dell' acqua distillata;* conseguenza dell'osservazione che questo fluido in riva al mare entra in ebullizione ad 80 gradi almeno di Réaumur, mentre portato ad una altitudine, come per esempio quella della vetta del

Monte Bianco, esso bollirebbe a soli 69°. Cotal metodo in questi ultimi tempi venne singolarmente perfezionato, mercè le cure di parecchi fisici, i quali calcolarono tavole assai particolarizzate, in cui tenendo conto di tutte le circostanze che influiscono sulla determinazione della temperatura alla quale l'acqua entra in ebullizione, si ottennero risultamenti così prossimi all'esattezza da indurre il Berghaus a mettere questo processo a canto al barometrico. A me pare che non possa seguirsi senza inconveniente il parere del dotto geografo di Berlino. Anzi aggiugnerò, che avendo consultato a questo proposito il nostro collega, l'esimio professore Belli, egli mi comunicava tali schiarimenti da confermarmi sempre più nella mia opinione. Le dilicate esperienze fatte recentemente dai dotti fisici Bravais e Peltier sul Faulhorn, all'altitudine di 2674 metri, per determinare la temperatura dell'ebullizione dell'acqua, vengono in appoggio all'opinione del fisico lombardo.

Egli è peraltro secondo questo metodo che fu determinata l'altitudine di gran numero di luoghi della Persia, dell'Asia Minore, dell'Armenia, dell'Afghanistan e di altre grandi regioni della Terra. Il colonnello Sykes lesse una dotta Memoria alla reale Società geografica di Londra, nella quale, dopo un'esperienza di sei anni credette di poter conchiudere, che termometri comuni comparati fra loro, bene calibrati, e coi gradi suddivisi in quinti, o meglio in decimi, possono utilmente rimpiazzare il barometro, ogniqualvolta non sia richiesta una precisione matematica. Conclusione ch'egli rincalzava dimostrando la quasi identità delle risultanze ottenute mediante questo metodo con quelle frutto di corrispondenti osservazioni barometriche. Infatti nelle tavole annesse a quella Memoria il punto culminante del *Hill Fort* di Purundhur, secondo la media delle osservazioni barometriche, s'innalza a 4499 piedi inglesi, mentre, secondo la media indicata dal grado dell'ebullizione dell'acqua, ascende a 4483 di quei piedi. Potrei desumere da quelle tavole e da altre opere non pochi esempj offrenti una eguale coincidenza nelle risultanze ottenute dai due metodi in discorso.

Il secondo dei metodi approssimativi consiste nel *valutare l'altitu-*

dine di una montagna dalla distanza alla quale essa è visibile. Ma perchè questo metodo possa dare risultanze di qualche fiducia bisogna che sia determinato l'angolo sotto il quale la montagna è veduta all'orizzonte, e che questo dato sia accompagnato dall'indicazione dello stato dell'atmosfera, dell'ora, del giorno e del mese in cui ebbe luogo l'osservazione, essendo questi i dati necessarj per determinare l'effetto prodotto dalla rifrazione. Il barone di Humboldt, dando al picco di Teneriffa 1905 tese d'altitudine, dice che la sua cima deve essere visibile a 129 miglia in mare, supponendo l'occhio posto a livello dell'Oceano ed ammettendo una rifrazione di 0,079 della distanza. Quello stesso picco non tenendo conto della rifrazione non sarebbe visibile che a sole 117 miglia. Questo dotto illustre soggiugne che, secondo le osservazioni del generale Roy, le rifrazioni nell'Inghilterra variano da $\frac{1}{20}$ ad un $\frac{1}{3}$; ed osserva che il Mowna-Roa nell'arcipelago d'Hawaii nella Polinesia, fu veduto radere l'orizzonte in un'epoca, in cui quella montagna era spoglia di neve, ad una distanza di 159 miglia. Esempio, esclama quel grande scienziato, il più notabile che sino ad ora si conosca della visibilità di una montagna, tanto più che si tratta di un oggetto veduto negativamente. Egli è certo per non aver tenuto abbastanza conto dell'effetto prodotto dalla rifrazione, che il Marchand ed il King hanno tanto esagerato l'altezza di quel medesimo picco, portandola il primo a 2598 tese, ed il secondo a 2577; vedremo in seguito che la sua vera altitudine non arriva, secondo la recente misurazione barometrica del signor Douglas, che a 2063 tese. Alla stessa causa vuolsi attribuire ancora la diminuzione dell'altitudine di alcuni punti dell'Oceania a me favoriti dall'illustre ingegnere idrografo Vincendon Dumoulin, ch'ebbe tanta parte nell'ultima e memorabile spedizione del non mai abbastanza lamentato Dumont D'Urville; e basti l'esempio del Monte Balbi, che stimato nei miei *Élémens de Géographie Générale* a 3223 metri, dev'essere ridotto a 3067 secondo una recente communicazione dello stesso Vincendon Dumoulin.

Non mi resta più a parlarvi, egregi Signori, che di altri due metodi approssimativi, i quali riunisco, perchè essendo ambidue basati sul decremento della temperatura, non devono essere disgiunti; questi me-

todi sono: 1.° quello fondato sulla *progressiva diminuzione della temperatura secondo che altri si allontana verticalmente dalla superficie della terra;* 2.° quello *basato sull'altezza, cui trovasi la linea delle nevi perpetue.*

Sono appena trascorsi sei lustri dacchè il geografo ed il fisico hanno riconosciuto l'errore di coloro, che credevano ad una regolarità nel decremento del calorico. La fisica del globo è una scienza de' nostri giorni, ed è naturale, dice il barone di Humboldt, che trattando di ciò che chiamasi vagamente la differenza di climi geografici e fisici, l'attenzione siasi fermata dapprima sopra alcune piccole cause locali di preferenza alle cause perturbatrici di un ordine superiore. Dopo l'elevazione parziale del suolo al disopra del livello dei mari, la cagione più efficace della variazione della temperatura dei luoghi posti sotto una stessa latitudine, è la posizione relativa delle masse continentali e dei mari, cioè delle parti della superficie del globo, le quali fluide e diafane, o solide ed opache, differiscono egualmente per i loro poteri assorbenti ed emissivi, per la quantità di luce che assorbono, per la quantità di calore che risulta da questo assorbimento, del pari che per le perdite sensibili che l'irradiazione fa loro provare. Dopo i grandi progressi fatti dalla climatologia mercè le fatiche di tanti eletti ingegni e soprattutto per quelle di Kämtz, di Mahlmann, di Schouw, bisogna confessare che non si conosce esattamente il valore numerico dell'altezza, alla quale la temperatura scema di un grado; giacchè questo valore è differente per uno stesso luogo, non solo a differenti altezze, ma sì bene nelle varie ore del giorno, e nei mesi diversi dell'anno; questo valore varia del pari nelle diverse zone, è differente sugli altipiani in confronto delle basse pianure, e fra queste osservasi ancora una differenza notabile fra le pianure dei continenti e quelle delle isole. Come potrà dunque il viaggiatore od il geografo giovarsi di questo metodo per determinare l'altitudine di un luogo qualunque senza esporsi al pericolo di cadere in un errore, che potrebbe giugnere ad un quarto, ad un terzo e persino alla metà dell'altitudine ricercata?

Nè meno incerta è la determinazione del *limite inferiore delle nevi*

perpetue. Esaminando questo fenomeno con più larghe vedute di quelle cui potevasi giugnere ai tempi di Bouguer, di Saussure e di Ramond, si scopre che il limite inferiore delle nevi perpetue non è già la traccia di una medesima linea isotermica, ma che questa linea è ora superiore, ora inferiore allo strato atmosferico, la cui temperatura media è lo *zero*, di modo che questa linea oscilla dall'equatore al circolo polare fra + 1°,7 ed il — 6°,8 della scala centigrada. Il fisico ed il geografo, che sanno valutare i diversi elementi che entrano nella determinazione della linea in discorso, ed i quali con tanta dottrina vennero non ha guari esposti dal barone di Humboldt, rigettano senza difficoltà l'opinione erronea, ma pure generalmente invalsa, sull'autorità di Bouguer, di Saussure e di altri scienziati del secolo scorso, che il limite inferiore delle nevi perpetue si trovi nella massima sua altezza sotto l'equatore e vada regolarmente abbassandosi da questo circolo ai due poli. I bei lavori e le osservazioni di Humboldt, di Boussingault, di Hall, di Pentland, di Gerard, di Webb, di Herbert, di Hügel, ec., han dimostrato tutta l'erroneità di questa opinione. Infatti la maggiore altezza cui trovasi il limite inferiore delle nevi perpetue non è già sotto l'equatore, come ammettevasi non ha guari, ma sì bene nella catena settentrionale dell'Himalaya alla latitudine di 31 grado, e nella Cordigliera Orientale della Bolivia, a quella di 17°. Qui anzi, vuolsi notare, che l'interno della penisola Scandinava ed il suo littorale, le catene Settentrionale e Meridionale dell'Himalaya, le Cordiglière Occidentale ed Orientale della Bolivia, offrono, sotto paralleli e meridiani vicinissimi, i contrasti i più singolari rispetto all'altezza del lembo inferiore delle nevi perpetue. I confini di questo discorso non consentono che vengano qui riferiti i calcoli e le osservazioni metereologiche su cui è appoggiato il sin qui detto. Resta dunque a conchiudersi che, nello stato attuale della climatologia, le altitudini desunte dalla differenza della temperatura e dalla posizione del limite inferiore delle nevi perpetue vogliono essere considerate come al tutto incerte, e solo utili in quei casi, in cui all'osservatore non sieno possibili nessuno dei metodi precedenti.

Prima di offrire la tavola finale dei principali punti culminanti del

globo stimo opportuno il riferire le opinioni diverse emesse sopra alcune altitudini, e ciò tanto più che parecchie di esse, benchè erronee, figurano ancora con detrimento della scienza nelle opere generali, mercè la giusta celebrità di alcuni nomi autorevoli.

TAVOLA COMPARATIVA

Delle varie opinioni emesse sopra alcune altitudini.

MONTE ETNA.

Jouville	1588 tese
Needham	1672
Waltershausen	1695
Smyth	1700
Cacciatore	1705
Lyell	1710
Shuckburgh	1712
Saussure	1713
Herschel	1717
Schouw	1723
Brydone	1772
Spallanzani	1900
Buffon	2000
Borch	2345
Recupero	2500
Kircher (4000 passi)	3333

MONTE SCHICCIOLA, ossia il Vulcano dell'isola Stromboli.

Smyth	340
Borch	420
Hoffmann, seguito da *Berghaus*	462

GRAN SASSO D'ITALIA.

Reuss	1376
Fergola	1488
Schouw	1489
Tenore	1497
Orsini	1583
Delfico	1596

TCHATYRDAGH, apice dei MONTI CIMERJ in Crimea.

Pallas e *Clarke*	200
Parrot e *Engelhardt*	790
Hommaire de Hell	811

KURBETSKA PLANINA, ossia ORBELO nella Turchia Europea.

Boué	832
Beaujour	1300
Tutt'i *geografi* prima di Boué	1800

MONTE OLIMPO nella Tessaglia (Turchia Europea).

Xenagora, 10 stadj valutati da Barthelemy	960
da Bernoulli	1017
Beaujour	1000
Boué	1019
Friedler, citando le recenti misure francesi	1121
Copeland	1525
Conteaux	1491
Mano	1700

GROSS-GLOCKNER nell'impero d'Austria.

La misura trigonometrica dello *Stato Maggiore Generale*	1943
Schiegg	1998
Moll	2163

ORTLERSPITZ nell'impero d'Austria.

Lo *Stato Maggiore Generale*	2010
Gebhard	2200
Schiegg	2333

FIEUDO, nel cantone d'Uri.

Saussure	1378
Volta	1379
Tralles	1578

TERGLU nell' impero d'Austria.

Lo *Stato Maggiore Generale*	1465 tese
Bosio	1469
Haquet	1549
Shuckburg	1563
Gehler	1608
Schulz	1624

DINARA nell' impero d'Austria.

Petter	919
Lo *Stato Maggiore Generale*	929
Haquet seguito da *Berghaus*, ec.	1167

OETSCHER nell' impero d'Austria.

Lo *Stato Maggiore Generale*	951
Burg	958
Baron de Welden	967
Weidmann	988
L' *abbate Triesnecker*	1001
Fallon	1010

ALTVATER nell' impero d'Austria.

Il *dottore Boyer*	702
Mosch	751
Lo *Stato Maggiore Generale*	766
Prudlos	770
Lutz	774

SNOWDON nell' Inghilterra.

Will. Smith	480
Wollaston	554
Il *generale Roy*	556
Laurie, eitando una recentissima misura	558
L' *Annuaire du Bureau des Longitudes* (1844)	559

PICCO DELLE AZORRE.

Fleurieu	1100
Ferrer	1238
Tofigno	1260
D. Manuel Cagigal	1431

PAVDINSKOI-KAMEN nell' Ural, impero Russo.

Helmersen adottato da *Humboldt*, etc.	452 tese
Secondo una recente misura favoritami da *Klaproth* nel 1831	576
Bruguière, dietro le migliori autorità e seguito da tutti i geografi ed i migliori autori che scrissero sulla Russia prima delle recenti misurazioni	1037

MONTE ARARAT, nell'Armenia.

Tutti i *geografi* ed il dotto maggiore *Strantz* negli Annali di Berghaus, sino al 1832	2066
Balbi, per approssimazione, sino dal 1826 nella carta della Persia	2500
Fedorov, seguito da Humboldt	2676
Texier	2691
Parrot da 2700 a	2709

DJEBEL MAKMEL, apice della catena del Libano, nella Siria.

Il *maresciallo Marmont*	1153
Russegger	1469
La maggior parte de'geografi s'accordavano anni sono a dargli	1495
Stieler, nella carta delle principali altezze del Globo del suo *Hand-Atlas*, pubblicata nel 1822	1500
Berghaus, nel suo *Gründriss*, ec.	1500
Bruguière da 1400 a	1500
Balbi, nella prima edizione dell'*Abrégé de Géographie* nel 1832, ed il dotto continuatore dell'*Hand-Atlas di Stieler* nel 1845	1700
Laurie, nel *System of Geography* pubblicato nel 1842	1727
Murray, nella sua *Encyclopœdia of Geography*	1728
Mac Culloch, nel suo *Dizionario Geografico*, pubblicato nel 1842	1876
Ehrenberg circa	2000

MONTE ELBRUZ, punto culminante del *Caucaso* e dell'impero Russo.

Malte-Brun, citando *Reinegg*	900
Guldenstädt	1500
Klaproth	2400
Kupffer e *Lenz*	2573
Wisniewski e *Butsowski*	2783
I matematici russi che hanno fatto la livellazione tra il Mar Nero ed il Caspio, *Fuss*, *Sawitsch* e *Sabler*	2892

VULCANO D'AVATSCHA nel Kamciatka, impero Russo.

Lenz e *Postels*, compagni di Lütke	1250 tese
Hofmann, compagno di *Kotzebue*.	1277
Mongez, *Bernizet* e *Receveur*, naturalisti della spedizione di Laperouse (1787), e seguiti da *Brugière* ed altri	1366
Lütke, secondo una misura trigonometrica fatta da lui stesso	1369
Beechey, mediante operazioni geodetiche fatte in terra	1416

VULCANO DEL KAMCIATKA (Kliutschevskoi), impero Russo.

Erman, secondo la misurazione trigonometrica combinata colla barometrica.	2465
Lütke, secondo una misura trigonometrica fatta in mare.	2580
Erman, secondo una prima misurazione, che gli avea dato 18805 piedi, adottata poscia da parecchi geografi, non escluso l'illustre *Zeune* nell'*Hausbuch des Geographischen Wissens*	3134

PICCO DI MUKURTU nella Penisola di quà dal Gange.

Ritter, nella sua grande *Geografia*	1266
Berghaus, nel suo *Gründriss*.	1376
Berghaus, nel suo *Atlante Fisico*	1575
Denaix, nella sua *Introduction à la Géographie Physique et Politique des États de l'Europe*, pubblicata nel 1827	2.167
Stieler, nella carta 10.ª del giustamente suo riputatissimo *Hand-Atlas*, pubblicata nel 1822	2200

PICCO D'ADAMO, nell'isola di Ceylan.

Davy, seguito da *Berghaus*, ec.	961
Sawer	1016
Marshall	1063
Willerman	1094
Forbes, seguito da *Laurie*	1160

GEDE, vulcano al sud di Batavia nell'isola di Giava.

Hassel ed altri geografi i più riputati	1333
Junghuhn	1538
Blume	1545
Bruguière (chiamandolo *Gede* o *Tagal*)	1666
Junghuhn, riferendosi allo Slamat o vulcano di Tagal.	1772

ARDJUNA, nell'isola di Giava.

Le recenti *misure* degl' *ingegneri neerlandesi*, favoritemi dal barone Van Der Capellen	4191 tese
Hamilton, nel suo Dizionario delle Indie Orientali	4659
Raffles	4664

MERAPI, nell'isola di Sumatra.

Perez, ingegnere neerlandese	1408
Raffles	2449

GUNONG PASAMAN, ossia OFIR, nell'sola di Sumatra.

Berghaus, nella Carta 2.ª della sezione di Geologia del suo *Atlante Fisico*	1500
Hoff citando il dottore *Jack*	2037
Il *capitano Nairne*	2044
Berghaus, nella Carta 9.ª della sezione di Geologia del suo *Atlante Fisico*, dà al *Gunong Pasaman*	2164
Bruguière et *Desjardins*	2166

MOUNAH-ROAH, nell'isola Owahii, nella Polinesia.

Douglas	2063
Horner	2220
Kotzebue	2480
King	2577
Marchand	2598
Mathison	2876

TOBREONU (Oroeno), ossia PICCO DI TAHITI, nella Polinesia.

Beechey, approssimativamente	1166
Dortet de Tessan	1257
Murray, nella sua *Encyclopædia of Geography*	1305
Grimm, nel suo *Globo Pneumatico*, *Dufresnoy* e l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*	1705
Forster, seguito da Berghaus nelle sue più recenti opere	1917

MONTE EGMONT, nella Tasmania Settentrionale (N. Zelanda).

Vincendon Dumoulin	1149
Simonof, *Balbi* nella prima edizione dell'*Abrégé de Géographie* e *Murray* nella sua *Encyclopædia of Geography*	1274
Berghaus, nel suo *Gründriss*, ec.	2333
Grimm, nel suo *Globo Pneumatico*	2340
Forster	2395

L'APICE DEI CAMERONES, nella Guinea.

Huot, nella 3.ª edizione dell'*Abrégé de Géographie Universelle* di Malte-Brun, nel quadro figurativo delle principali altitudini del Globo (1842).	667 tese
La misurazione del capitano *Vidal*, quasi identica a quella presa più tardi dal capitano *Allen*	2032

PICCO RUIVO, nell'isola di Madera, monarchia Portoghese.

Sabine	923
Heinecker	950
Bowdich	964
Gli uffiziali dell'ultima esplorazione Anglo-Americana, comandata dal capitano *Wilke*.	975

VULCANO DI CORCOVADO, nella Patagonia (America Meridionale.)

La carta della Patagonia, pubblicata dalla Società per la diffusione delle utili cognizioni, non dà a questa montagna che 2500 piedi inglesi pari a	391
Le misure degli uffiziali della spedizione inglese comandata dai capitani *King* e *Fitz Roy*.	1173
Bruguière, preceduto e seguito dai migliori geografi e geologi	1950
Huot, nella 3.ª edizione dell'*Abrégé* del Malte-Brun, ecc.	3386

ACONCAGUA, Vulcano del Chili.

Pöppig, approssimativamente	2667
Pentland, seguito dall'*Humboldt*	3594
Berghaus, nella carta 7ª della geologia del suo *Atlante Fisico* nel 1839 . . .	3600
Fitz-Roy, seguito da *Berghaus*, nella carta I della geografia delle piante del suo *Atlante Fisico*.	3628
Beechey, circa.	3700
Berghaus, citando la recente misura di *Pentland*, nella I carta della Geologia del suo *Atlante Fisico*, pubblicata nel 1839	3745
Berghaus, nella carta V della Geologia del suo *Atlante Fisico* e nel suo *Gründriss der Geographie*	3828

MONTE S. ELIA, nell'America Russa.

Weiland, nelle due edizioni del suo grande Mappamondo (1835 e 1844) . . .	1977
Dagelet	1980
Malaspina, seguito da *Humboldt*, *Berghaus*, ec.	2793
Galeano?	2829

ECLA, vulcano dell'Islanda.

Olafson e *Povelsen*	560 tese
Staunley	672
Il *generale Roy*	766
Ohlsen, *Vetlesen* e *Banks*	799
Gliemann	868

PASSO DEL GRIMSEL, nella Svizzera.

Escher e *Keller*	980
Wahlenberg	1095
Tralles	1195
Frey seguito da *Bruguière*	1314

ALTOPIANO MONGOLO.

Tutti i geografi, non escluso l'illustre Ritter nella sua *Asia*, lo stimavano, prima delle dotte investigazioni di Humboldt, dalle 1300 alle	1700
Humboldt	660

ALTOPIANO VULCANICO, dell'Asia Interiore.

Tutti i geografi, prima delle dotte investigazioni di Humboldt, lo portavano a circa	1800
Humboldt lo stima a circa	400

ALTOPIANO DI SENNAAR, nella regione del Nilo.

Bruce seguito da tutti i geografi, ec.	700
Rüppell dalle 350 alle	392

LAGO DI MANASSAROVAR, nel Piccolo Tibet.

Moorcroft, seguito dall'illustre e sfortunato *Burnes*	2657
Webb, seguito da *Humboldt*	2345

MADRID.

Humboldt	309
Berghaus, nella carta 3.ª della Meteorologia dell'*Atlante Fisico*	330
Bauza, seguito da *Mahlmann* nell'Asia Centrale di Humboldt	340
Antillon	345

La città di MOSCA nell'impero Russo.

Il livello delle acque della Moskva, secondo una livellazione eseguita sotto la direzione di *Gerstner* . . . . . 57 tese
Il professore di fisica di quella università, *Perewostschikoff* ed *Hansteen*, han trovato lo stesso livello a sole 48
Humboldt, nella sua carta adotta per la città di Mosca un' altitudine di 55
nel testo la porta a 67
Berghaus, dopo lunghe indagini, adotta 64. 7, ossia circa 65
Questa medesima valutazione è adottata dall' Erman. *Humboldt* nella sua dotta memoria letta alla *Société d'Arcueil* parecchi anni sono portava l'altitudine della città a 445
L'abbate a *Chappe* a 259

BAGNI DI GASTEIN, nel circolo di Salisburgo (impero d'Austria).

Miltenberg 1050
Lo *Stato Maggiore Austriaco* 486

INNSBRUCK nel Tirolo (impero d'Austria).

Fallon 219
Walcher 228
Baumgartner 252
Baumgartner 272
Zallinger 290
Weiss 291
Wehrer 292
De Buch 294

SALISBURGO (Salzburg) nell'Alta Austria.

Lo *Stato Maggiore* (la città) 175
De Buch 217
Wagner 232
Schiegg 233
Lo *Stato Maggiore Generale* (presso il *Fürstenbrun* nella cittadella) 278

DAZIO, villaggio del Canton del Ticino.

Saussure 478
Il *Padre Pini* 645

SOGLIO, villaggio della VALLE BREGAGLIA, nel Cantone dei Grigioni.

Escher	665 tese
Ebel, citando *Kastberg*	1050

Esaminando questa tavola molte riflessioni si presentano naturalmente. Scorgesi, per esempio, che tra le sedici stime dell'altitudine dell'*Etna*, quelle sole di Smyth, Cacciatore, Shuckburg, Saussure, Herschel, Schouw, Lyell e Waltershausen meritano confidenza. Sopra queste sole può il geografo prendere, se vuole, una media, rigettando tutte le altre, siccome esagerate in meno od in più, qualunque sia d'altronde la celebrità dei loro autori.

Nella stima del *Gran Sasso d'Italia* la misura del Reuss vuol essere rifiutata. Ho dato poi la preferenza a quella dell'Orsini sopra tutte le altre, essendo questa altitudine la risultanza definitiva di quattro anni di osservazioni fatte da questo nostro esimio e benemerito geologo italiano.

L'altitudine del *Tchatyrdagh* nella Crimea, data dall'illustre Pallas e ripetuta senza alcun esame dal celebre viaggiatore Clarke, vuol essere annoverata tra quelle stime fatte ad occhio e senza il sussidio degl'istrumenti. Essa è un grande e nuovo esempio della fallacia di cotali stime e di quanto possano andare lungi dal vero.

Tutte le misure dell'*Olimpo della Tessaglia* vogliono essere rifiutate, salvo quelle del Conteaux e del Copeland. Quest'ultimo, appartenente alla marineria inglese, ha il merito di avere il primo misurato l'apice di tutto il sistema Slavo-Ellenico. Quella del Mano, tanto esagerata, fondasi sopra l'altezza della linea delle nevi perpetue, la quale abbiamo veduto essere tanto variabile e di poco momento nella determinazione delle altitudini.

La descrizione topografica del *Grande-Ararat*, favoritami dall'illustre orientalista Saint-Martin, che l'aveva desunta egli stesso dagli autori armeni, avevami indotto fino dal 1826 a portare almeno a 2500 tese il punto culminante di quel celebre monte, cui tutt'i geografi s'accordavano prima di me a dare tutt'al più 2066 tese; valutazione ammessa da

uno dei più dotti ufficiali dell'armata prussiana in una serie d'importanti cenni orografici inseriti negli Annali di Geografia del più volte lodato Berghaus. La misura trigonometrica di Federow e la barometrica di Parrot dimostrarono quanto andassero errati i geografi, e quanto s'avvicinasse al vero quella mia congettura.

L'altitudine del *Picco di Tahiti* non era sino ai nostri giorni che una semplice approssimazione, come si scorge dalla tavola delle varianti. Debbo alla gentilezza del signor Desgras, compagno di viaggio e dotto collaboratore del Vincendon Dumoulin nelle importanti pubblicazioni sulle Marquesas e sulle Isole Tahiti, la comunicazione di quella misura, presa recentemente dal valente uffiziale della reale marina di Francia, signor Dortet de Tessan, la quale io pubblicava negli *Élémens de Géographie Générale*, purgando così la geografia fisica di un grave errore dovuto alle misure approssimative di Forster e di altri dotti.

Devo dire lo stesso di quella del *Monte Egmont*, tanto esagerata da quel dotto compagno dell'illustre Cook. Il valente astronomo di Kazan e mio dotto amico, Simonoff, ebbe il merito di avere pel primo scemato di quasi la metà l'altitudine di quel picco, da me inserita nella prima edizione dell'*Abrégé de Géographie*. L'illustre ingegnere idrografo Vincendon Dumoulin, incaricato di continuare la pubblicazione del Viaggio al polo Antartico del non mai abbastanza lamentato Dumont Durville, diede di quella medesima montagna una misura, che per molti motivi credetti ben fatto preferire ne' miei *Élémens de Géographie Générale*, e la quale poco differisce da quella dell'astronomo russo.

Ma permettete, o Signori, ch'io qui vi trattenga un istante sulla misura del picco di Teneriffa, intorno alla quale il barone di Humboldt nella dottissima *Relazione Storica* del memorabile suo *Viaggio alle Regioni Equinoziali del Nuovo Mondo*, eseguito dal 1799 al 1804, accenna ed analizza, con tutta la sagacità che lo distingue, le principali cause di queste discrepanze. A rendere più agevole l'intelligenza della cosa riassumo nel quadro sottoposto, da me suddiviso in cinque sezioni, i punti culminanti di quel dotto lavoro. Ho stimato di aggiugnervi la misura barometrica presa nel 1837 dal già lodato Vincendon Dumoulin nella sua ascensione al picco, a cagione del mi-

rabile suo accordo colla media dedotta dall' Humboldt, come pure la resultanza della livellazione fatta nel 1815 dal signor Savinon, professore di fisica nell' università di Laguna, favoritami dal mio dotto amico Berthelot, cui unitamente al Webb la geografia e la statistica devono quella stupenda monografia dell' arcipelago delle Canarie, vero capolavoro in questo genere di studj.

QUADRO COMPARATIVO

Delle altitudini attribuite al picco di Teneriffa.

Le osservazioni barometriche e termometriche fatte da Lamanon nel 1785, e calcolate dal barone di Zach sulle differenti formule, diedero le altitudini seguenti:

Colla formula di *De Luc*	1856 tese
di *Roy*	1889
di *Shuckburgh*	1893
di *Laplace*	1902

Le misure geometriche, fatte a terra da differenti dotti e in diversi tempi, diedero le respettive altitudini seguenti:

La misura di *Borda* e *Pingrè*, nel 1771	1743
di *Savinon*, nel 1815	1896
di *Borda*, nel 1776	1905
del *padre Feuillée*, ma modificata da *Bouguer*	2062
del *padre Feuillée*, nel 1724	2213
di *Heberden* e *Crosse*, nel 1752 (cinque operazioni)	2408
di *Hermandez*, nel 1742	2658

Le misure fatte alla vela da diversi dotti e in diversi tempi diedero le respettive altezze seguenti:

La misura di *Borda* e *Pingrè*, nel 1771	1701
di *Johnstone*	1899
di *Manevilette*, nel 1749	2000
di *Churruca*, nel 1788	2193

Le sotto descritte misure barometriche, fatte dai seguenti dotti e calcolate tutte egualmente colla formula di *Laplace*, diedero le respettive altitudini seguenti:

La misura di *Lamanon*, nel 1785	1902
di *Cordier*, nel 1803	1920
di *Borda*, nel 1776	1976
del *padre Feuillée* e *Verguin*	2025

Il barone di *Humboldt*, prendendo la media di quelle di *Lamanon* e *Cordier*, e la geometrica fatta a terra da *Borda*, ma escludendo la barometrica di questo ultimo, trova un' altitudine media di 1909

La misura barometrica di *Vincendon Dumoulin*, calcolata col metodo di Ollmann, diede 1901

Il sommo Humboldt soggiugne, che angoli il cui valore è determinato da cattivi grafometri; basi le quali non furono livellate, o la cui lunghezza venne determinata dal solco della nave; triangoli che alla sommità della montagna offrono un angolo assai acuto; altezze barometriche senza indicazione della temperatura dell'aria e del mercurio, non sono certo mezzi proprj a condurre a resultamenti esatti. Queste osservazioni rendono ragione della prodigiosa discrepanza d'opinioni sull'altitudine di questa celebre montagna, che si vede oscillare tra le 1701 tese assegnatele dalla misura fatta alla vela da Borda e Pingré e le 2658 tese della misura geometrica fatta a terra da Hermandez.

Anche supponendo che gli strumenti impiegati nelle osservazioni sieno perfetti e comparabili, e che i metodi impiegati sieno esatti ed identici, vi sono pure varie cause, che possono rendere diversa di molto la stima di un osservatore in confronto di quella di un altro. Esaminata questa quistione, mi pare di poter ridurre alle seguenti le cause primarie di cotali discordanze.

I. *Le rivoluzioni della natura.* La storia naturale del Globo ci offre, così in tempi remotissimi, come in meno antichi e persino negli odierni, esempj di asperità scemate notabilmente, e d'interi monti sporgenti dagli abissi del mare o dalle viscere della Terra. Basti accennare per quest'ultimo fenomeno le nuove isole sorte nelle acque di *Santorini*, quelle nel gruppo di *Lipari* e negli arcipelaghi delle *Azorre* e delle *Canarie*, delle *Aleuti* e quell'*isoletta Ferdinandea* che, emersa nel luglio del 1831 sino all'altezza di 300 piedi nelle acque della Sicilia, s'inabissava poi nel mare ond'era sorta; la *montagna di Metona*, nell'Argolide, che offre il più antico esempio conosciuto di questo genere di fenomeni, quella di *Jurullo* nel Messico, il *Monte Nuovo* presso Pozzuoli, i *Monti Rossi* sulle chine dell'Etna, ec. ec. Rispetto agli abbassamenti mi limiterò a due soli esempj singolarmente degni di nota. Nel 1772, nel distretto di Cheribon nell'isola di Java, durante una terribile eruzione, s'inabissava il *Papadayang*, uno dei maggiori vulcani di quell'isola. Il breve periodo di una notte bastava allo spaventoso fenomeno, che costò la vita a 2957 abitanti e distrusse tutte

le coltivazioni, sconvolgendo il terreno per un tratto di parecchie miglia. Così questo monte, già sporgente a qualche migliajo di piedi e con una base vastissima, scomparve in un modo così compiuto che oggigiorno si distingue appena dalle circostanti pianure. Prima dell'eruzione del 1822 il *Vesuvio* aveva, secondo la misura barometrica presa nel maggio di quell'anno dal Monticelli e dal Covelli, 648 tese; dopo quel terribile fenomeno, misurato dall'Humboldt nel dicembre dell'anno medesimo, fu trovato non averne che 607; per cui la sua altezza era scemata di 41 tesa.

II. *L'ignoranza dell'altitudine del piano su cui posano i monti.* Sino al 1818 e 1819 l'altitudine dei colossi dell'Himalaya era incerta, perchè non conoscevasi ancora quella dell'altopiano del Rohilcand, su cui erano basate le operazioni trigonometriche per la loro misura. Un'eguale incertezza regna ancora rispetto all'altitudine dei colossi formanti il *gruppo di Dhayabung* e quello di *Salpu* nel Nepal, a cagione della diversa altezza attribuita da Hamilton, Colebrooke e Blacke all'*altopiano di Kathmandu*. Per questo i due insigni geografi Ritter e Berghaus differiscono tanto nelle stime degli apici di questi due gruppi; infatti, mentre Ritter non istima che 23044 piedi parigini la cima culminante del *gruppo di Dhayabung*, il Berghaus la porta a 4026 tese, ossieno a 24160 piedi. Il celebre *monte magnetico di Blagodat* nella Russia ci offre ancora un esempio notabilissimo delle grandi discrepanze provenienti da questa causa. Ne riduco i particolari, tolti dall'eruditissimo Humboldt, nello specchio seguente, ed espressi in piedi di Parigi.

SPECCHIO COMPARATIVO

Dell'altitudine del monte Blagodat.

AUTORI	ALTITUDINE di Kouchvinsk	ALTEZZA DEL BLAGODAT relativa	assoluta
Archipoff	441	503	944
Humboldt e Rose	667	483	1150
Helmersen	800	460	1260
Erman	996	420 e 438	1284 e 1434

I quali dati dimostrano quanto la differente stima dell'altitudine di Kouchvinsk influisca sulla determinazione dell'altitudine del Blagodat.

III. *La confusione dei nomi, attribuendo l'altitudine trovata ad un punto diverso da quello misurato.* A questa cagione deve attribuirsi la notabile differenza esistente nelle misure del *Vulcano d'Agua* nel Guatemala, stimato da Galindo 1973 tese, mentre il capitano Hall lo porta a 2330, la quale altitudine pare debba essere attribuita al *maggiore degli Amilpas.* Questa confusione è tanto più scusabile, in quanto l'operazione del dotto navigatore inglese fu fatta in alto mare ed in distanza considerabile. Il Berghaus attribuisce pure a tale cagione medesima la grande discordanza trovata fra Rüppell, Schubert e Russegger nella stima delle altitudini dei *monti Sinai, Horeb* e *Santa Caterina* nell'Arabia Petrea. E credo che ad essa pure debbano attribuirsi le altitudini tanto diverse del *Gede*, uno dei principali vulcani dell'isola di Giava, ritenuto a torto da un insigne geologo per identico allo *Slamat* o *vulcano di Tagal*, che ne è discosto più di 130 miglia. Un semplice sguardo sulle varianti del Gede che ho dato alla pagina 331 dimostra l'esattezza di questa osservazione.

IV. *Il diverso punto misurato d'una città.* Le differenze possono essere ragguardevoli, massime quando si tratti di località come sono quelle, per esempio, della città di *Salisburgo* (Salzburg) e della sua *cittadella*, della città di *Bergamo* propriamente detta, ossia l'*Alta*, e quella dei suoi *Borghi*, ossia la *Città Bassa.* Così si spieghino le due altitudini diverse tanto, che alla pagina 335 abbiamo veduto essere attribuite dallo Stato Maggiore Generale Austriaco alla città di Salisburgo. Credo inutile rammentare, che in queste misure come in quelle delle montagne, l'altezza media del mercurio nel barometro calcolata diversamente è primaria cagione di notabili differenze; ne sia un esempio l'altitudine assegnata alla *città di Madrid.*

V. *Gli errori occorsi nelle operazioni geodesiche oppure nelle osservazioni.* A questa causa si attribuiscano le altitudini diverse assegnate dall'Erman al grande *vulcano del Kamciatka* e riportate a carte 331. Nella prima misurazione quell'illustre viaggiatore gli avea data un'altitudine di 3134 tese. Ma la misura trigonometrica, fatta posteriormente con maggiore esattezza e combinata colla barometrica, lo indusse a ridurre quell'altitudine a sole 2465. Il dotto fisico Parrot attribuiva pure agli errori

occorsi nelle sue osservazioni la grande depressione di 50 tese da esso assegnata al livello delle acque del così detto Mar Caspio; depressione adottata da Humboldt, da me introdotta nell'*Abrégé de Géographie*, e poscia seguíta da tutt' i geografi. Il dottissimo Helmersen, al quale l'orografia è debitrice di tante altitudini misurate nell'Ural e nell'Altai, appoggiato ad una prima stima assai vaga dell'illustre astronomo Federow, aveva portato a 1333 tese l'apice dei monti che culminano nelle vicinanze di Bogoslow; egli anzi innalzava sino alle 1500 tese la vetta del *Doneschkin*; ma misure precise e posteriori dello stesso Federow non portarono la cima del *Kondjakowsky-Kamen* se non ad 844 tese, altitudine che Humboldt ha adottato come punto culminante di tutto l'Ural. Questo dotto insigne osserva, che l'altitudine di 2293 tese, assegnata da Ainsworth al *picco vulcanico* di *Demavend* nella Persia, è ancora incerta; giacchè, ricalcolate diligentemente le altezze barometriche, quali furono rese di pubblica ragione nel giornale della R. Società Geografica di Londra, si trova per la caverna di zolfo, situata presso la sua cima, un' altitudine di 19609 piedi inglesi, corrispondenti a 3066 tese. Egli adotta per altro le 2293 tese, perchè attribuisce quella grande altitudine ad un errore di numeri occorso nell' indicazione dell' altezza del mercurio sulla cima di quel monte.

VI. *La confusione nelle misure esprimenti le altitudini.* Questa è la causa primaria di un gran numero di altitudini diverse attribuite ad un punto medesimo. Il diligente Antillon nella sua Geografia della Spagna e del Portogallo, confondendo le *varas* col *piede castigliano*, pare opini che la *gola* di *Lunada*, nelle montagne di Santander, sia *più* alta del *picco di Mulhacen*. Così un dotto geografo ha dato la preeminenza al *Monte Rosa* sul *Monte Bianco*, per non aver distinto i piedi inglesi esprimenti l'altezza del primo, dai piedi parigini designanti quella del punto culminante dell' Europa. A questa medesima causa deve pure attribuirsi l' esagerata altitudine assegnata all'*Ofir* nell'isola di Sumatra. Non pare credibile quanto la negligenza nell' indicare la qualità della misura impiegata nel calcolo possa influire alterando le resultanze ottenute dalle più esatte misurazioni. Troviamo nella dottissima descrizione della Bassa-Austria dell'esimio geografo Blumenbach,

che la *Torre di S. Stefano* a Vienna, diligentemente misurata dal valente ingegnere Myrbach, sorge a 417 piedi di Parigi, 429 di Vienna, 432 del Reno e 464 di Baviera: la prima stima differisce apparentemente dall' ultima di più di un nono, eppure sono entrambe identiche, anzi eguali. Così, con un altro esempio, il presidente della R. Società Geografica di Londra, l'illustre Murchison, che tanta luce sparse sulla geologia della Russia Europea, porta a 5071 piedi l'*Iremel*, una delle più alte cime dell' Ural, stimata a sole 4747 dal Khanikoff nella sua dotta illustrazione orografica del paese d' Orenburg; eppure anche queste due altitudini, in apparenza tanto diverse, sono perfettamente identiche, essendo la prima espressa in piedi inglesi e la seconda in quelli di Parigi.

VII. *Gli errori tipografici.* Chiunque abbia curato la stampa dei proprj scritti non ignora quanto sia difficile l' evitare simili errori. Per questo ogni qualvolta vediamo un autore in apparente contraddizione nella stima di un punto medesimo, a meno che non provenga da un cangiamento nell' altitudine dovuto al progresso della scienza, dovremo tenerlo per un errore sfuggito nella stampa. Così spieghiamo la piccolissima altitudine di 360 tese data dal diligente e dotto Zimmermann all' *altopiano di Il'Lassa*, la quale deve oscillare tra le 1500 e le 1800 tese. Hoff, nella 3.ª parte della dottissima sua opera intorno ai cangiamenti subiti dalla superficie terrestre, dà al *vulcano* dell' isoletta *Koosima*, nello stretto di Sangar, un' altezza di 700 piedi, invocando l' autorità di Hörner; la quale stima medesima è dal Berghaus seguíta nel suo *Länder und Wölkerkunde*. Ma nel X volume delle Memorie dell' Imp. Accademia di Pietroburgo leggo a carte 309, che il dottore Hörner, il quale l' aveva misurato durante la prima circumnavigazione russa comandata dall' illustre Krusenstern, non dava a questo vulcano che un' altitudine di 150 piedi. Ora questi, essendo inglesi, equivalgono a 140. 70 di Parigi, ovvero approssimativamente a 141 parigini, corrispondenti a 23 tese. Alla stessa cagione si attribuisca l'altitudine di 1955 tese dal Berghaus assegnata al *picco Nethou* nella 2.ª tavola geologica del suo Atlante Fisico, quella delle 1500 tese cui stima l'altitudine dell'*Ofir* nella stessa tavola, mentre nella tavola 9.ª porta lo stesso monte sotto il nome di *Gunong Pasaman* a 2164 tese. Del

pari vogliono essere attribuite a questa causa le discordanze tra il testo e la carta dell'Asia Centrale dell'Humboldt, trovando in questa la città di Nertchinsk portata a 290 tese e ridotta in quello a 260; come pure l'altitudine di Padova stimata a 9 tese sulla carta ed a sole 7 nel testo.

Il sin qui esposto, onorati Signori e Colleghi, rispetto alle varianti stime di alcune montagne, dimostra quanto fosse giusta l'osservazione del grande astronomo di Francia, allorchè diceva non ha guari nell'*Annuaire du Bureau des Longitudes* che, grazie allo zelo ed all'esattezza di Evelio, l'uomo aveva conosciuto l'altezza delle montagne della Luna molto tempo prima che fosse pervenuto a conoscere la vera misura di quelle della Terra. Infatti, soggiunge l'esimio Arago, l'astronomo di Danzica, sino dal 1647, portava a 2668 tese le più alte asperità del disco lunare, misura che poco differisce da quella risultante dal bel lavoro selenografico di Beer e Mädler. Questi due valenti astronomi, i quali misurarono non meno di 1093 monti lunari, hanno trovato che in quel numero 6 soltanto oltrepassano le 2976 tese, 22 le 2463. La misura di Evelio tanto più è degna di nota, in quanto che il sommo Galileo accordava 4515 tese alle più alte asperità della Luna, e che quel medesimo Riccioli, che innalzava a 8333 tese la vetta del picco di Teneriffa, portava il monte lunare di *Santa Caterina* sino a tese 7183, mentre il famoso padre Kircher stimava quella del Caucaso a 42500 tese. Aggiugnerò che le due più alte asperità lunari il *Dörfel* ed il *Newton* hanno, secondo Beer e Mädler, quello 3901, questo 3727 tese.

Ma egli è tempo ormai, o Signori, che io conchiuda coll'esporvi l'altitudine dei punti culminanti dei primarj sistemi della Terra secondo le ultime e le migliori indagini. Dopo avervi trattenuto delle varie cause che contribuiscono a rendere malagevole la giusta apprezzazione delle alte regioni del globo, godo nel poter dire, che l'orografia del nostro pianeta mai non fu tanto ricca di fatti quanto a' nostri giorni. Ogni dì si va aumentando il loro numero, e particolarmente crebbe negli ultimi cinque lustri per più motivi. Tali sono le livellazioni richieste dalle numerose strade ferrate e dai canali, di cui l'Europa e l'Unione Americana si vanno coprendo; quelle splendide

spedizioni scientifiche terrestri e marittime intraprese dai governi e talora anche dai privati per estendere il campo delle fisiche discipline; quei grandi lavori geodetici fatti nelle monarchie Francese, Inglese, Prussiana, Neerlandese, ec., negl'imperj d'Austria, di Russia, nella Confederazione Germanica, negli Stati Italiani, nell'India Inglese, ec., dagli Stati Maggiori Generali dei respettivi eserciti, cui son dovute quelle mappe, con tanta esattezza rappresentanti la configurazione del suolo e la misura delle sue asperità. Mal potrei, o Signori, in questo discorso accennarvi gli onorati nomi di coloro che in cotali studj acquistarono singolare benemerenza; concedete ch'io m'arresti almeno a qualche lavoro di questo genere in alcuni paesi eseguito, movendo da quella grandiosa misura dell'arco del meridiano abbracciante un sedicesimo della circonferenza terrestre dal capo Comorin alle falde dell'Himalaya, alla quale si associano i nomi di Lambton, Everest, Crawfurd, Colebrooke, Hodgson, Webb, Black e dei fratelli Gerard, e la quale dotava l'orografia del globo delle sue più sublimi asperità. In quelle splendide regioni medesime voglionsi nominare ancora le dotte fatiche di Malcolm nel Malwa, di Elphinstone nel Paese dei Maharatti, di Sterling nell'Orissa, di Buchanam nel Maissur, di Todd nel Radjputana, di Hügel nel Cachmir, ec. ec. E passando all'orografia del Nuovo Mondo, senza arrestarmi al sommo Humboldt a tutti anteriore, nè ai valenti Pentland, Burkart, D'Orbigny, Schomburgk, Eschwege, Spix et Martius ec., e a quanto la scienza attende dall'intrepido e dotto viaggiatore visconte De Castelnau, rammento quell'immenso e dotto lavoro, che un nostro Italiano, il colonnello Codazzi, eseguiva sotto gli auspicj del governo Venezuelano, determinando non meno di 1054 altitudini sul vasto territorio di quella repubblica, di cui ci diede un'ottima carta, la statistica e la geografia.

Qui dovrebbero ancora esservi nominate quelle recenti peregrinazioni di Humboldt e Rose, di Murchison, di Boué e Viquesnel, di Wood, di Vigne, di Texier, di Callier, di Burnes, di Erman, di Rüppell, di Galinier e Ferret, di Beke, di Russegger e Kotschi, di Schimper, di Drege, di Blume, di Junghuhn, di Schouw, Forbes, ec. ec., ai quali dovremmo aggiugnere ancora nomi cari alle scienze nelle più

alte condizioni, e fino in regnanti prosapie; giacchè, anche senza passare i confini dell' impero d'Austria, veggiamo quelli degli arciduchi Giovanni e Rainieri, eruditissimi nelle scienze naturali, associati onorevolmente alla sua orografia, avendovi determinato non poche altitudini, e quello del regnante Federico Augusto di Sassonia, anch'egli con queste scienze intrinsecato, esplorante non ha guari il Kriwan, su cui sorge ora a rammentare il fatto una colonna di ferro. E trattandosi di lavori che estesero il campo dell' orografia, converrà fra gli scienziati d' Italia nominare almeno il Della Marmora, il Cacciatore, l' Inghirami, il Tenore, il Visconti, il Fergola, il Saluzzo e i dotti uffiziali Sardi, che sotto la sua direzione illustrarono le Alpi.

Non si può toccare questo argomento senza che il pensiero ricorra a quelle recentissime e ardite ascensioni per solo fine scientifico intraprese, come sono quella del *Jungfrau* nel 1841, condotta dall'Agassiz che ebbe a compagni Desor, Forbes e Duchatellier, notabile singolarmente siccome la prima fatta da scienziati su questa montagna; l'ascensione dello *Schreckhorn* nel 1842, eseguita da Desor, Escher e Girard. L'anno 1844 vide eseguire due contemporanee ascensioni; sulla cima del *Wetterhorn*, sino a quel momento stimato inaccessibile, pervennero Desor, Dollfuss, Dupasquier e Stengel, mentre Bravais, Martins e Lepilleur interrogavano la natura sulla vetta del *Monte Bianco*. Qui pure vuol essere menzionato il prolungato soggiorno che l'illustre Agassiz faceva sull'immenso *Ghiacciajo dell'Aaar*, il quale fruttava alla scienza nuove ed importanti osservazioni sul movimento dei ghiacci nelle Alpi.

Dopo i lavori degli scienziati viaggiatori dovrò altresì accennare quelli di coloro, che nel silenzio del gabinetto raccolgono e sindacano con profondo criterio i fatti scientifici; tali sarebbero Ritter, Berghaus, Zeune, Mahlmann, Stieler, Strantz, Zimmermann, Worcester, Darby, Baumgartner, ec. ec. ed il più volte lodato Humboldt, non meno illustre nella critica geografica e statistica, che grande viaggiatore. Aggiungo quei dotti che arricchirono cotanto questo ramo della geografia fisica inserendo le resultanze delle loro elucubrazioni nelle *Effemeridi geografiche di Weimar* e nell'*Ertha* che da alcuni anni hanno cessato, nei

Nouvelles Annales des Voyages, e negli *Annalen der Erd, Völker und Staatenkunde*, nei *Monats Berichte della Società geografica di Berlino*, nel *Bulletin della Società di Geografia di Parigi*, nel *Journal della R. Società geografica di Londra*, in quello della *Società asiatica del Bengala*, negli *Annalen der Physik und Chemie* di *Poggendorf*, ec., ec., e finalmente quelle dottissime *orografie dell'Europa* di *Olsen*, di *Bruguière*, e l'altra *generale del globo* ch'è parte importante dell'eccellente *Physicalisches Wörterbuch* di *Gehler* e dello stupendo *System of Geography* di *Laurie*. Aggiungo infine quei discorsi letti nella annue adunanze generali delle Società geografiche di Londra e di Parigi, in cui i presidenti ed i secretarj generali Hamilton, Greenough, Murchison, Washington, Renouard, Jackson, Jomard, D'Avezac, Berthelot, De Laroquette, ec., ec., rendendo conto dei progressi della scienza nell'anno decorso, spargono eziandio grandissima luce sull'orografia del globo.

Noterò eziandio, giacchè sarebbe ingiustizia il trasandarli del tutto, alcuni di quei lavori che hanno per iscopo la rappresentanza, in modi più o meno ingegnosi e di più o meno facile intelligenza, delle altezze principali del globo; tali sono almeno le tavole dello Stieler nel suo *Hand-Atlas* del 1822, del Bruguière nel 1826, del Desjardins nel 1832 e 1838, del Tanner del 1837 nel suo nuovo *American Atlas*, ec. ec.

Ma prima di offrirvi, o Signori, il sunto dei primarj punti culminanti del globo, concedetemi un cenno ancora intorno alla discordanza nell'altitudine di alcuni punti fra la tavola seguente e le altitudini del mio *Abrégé de Géographie*, in cui, dopo lunghe indagini, aveva raccolto quanto l'orografia generale offriva di più importante e di più positivo fino al 1851. Queste differenze sono la conseguenza di varie esplorazioni, i cui resultamenti furono conosciuti soltanto dopo la pubblicazione di quell'opera. Lo stesso devo dire di qualche modificazione introdotta nel quadro seguente, secondando i progressi successivi di questo ramo della geografia, in confronto delle tavole orografiche degli stessi *Élémens de Géographie Générale*. Così, per esempio, la recente memorabile esplorazione del Russegger nella Nubia, e le resultanze di due altre fatte dal 1840 al 1842 da Arnaud Bimbachi

nella parte superiore del Bahr-el-Abiad, mi fecero riporre fra le catene immaginarie i celebri *Monti della Luna,* tuttavia collocati sulle migliori carte nella parte sud-ovest della Regione del Nilo, non escluso il grande ed ottimo mappamondo del Weiland riprodotto nel 1844, e la cui altitudine venne stimata ad oltre 4700 metri, pari a 2412 tese, nel quadro figurativo delle principali montagne del globo, che accompagna il testo dell'*Abrégé de Géographie Universelle* del Malte-Brun uscito in luce a Parigi nel 1842. Le *Notices Statistiques sur les Colonies Françaises,* pubblicate sotto gli auspicj degli illustri uomini di mare, Rosamel, Duperrey e Roussin, che successivamente diressero le cose marittime della Francia, m' indussero a modificare varie altitudini di quelle contrade e specialmente a diminuire di molto quelle assegnate alle montagne dell' isola Borbone. Un altro lavoro d'uffizio, che vede la luce sotto gli auspicj del dotto ministro dell'agricoltura e del commercio di Francia e diretta da quel valente statistico Moreau de Jonès, mi ha pure indotto a modificare alcune delle altitudini principali che sorgono nel territorio francese. E quegli splendidi lavori intrapresi per ordine del re dei Paesi-Bassi sotto gli auspicj dell'illuminato ministro della Marina, De Baud, e condotti dagli esimj naturalisti Reinwardt, Hoeven, Temminck e Blume, di cui alcune resultanze mi vennero comunicate dal dotto barone Van der Capellen, uno degli ultimi vicerè delle fiorentissime possessioni Neerlandesi nella Malesia, m' indussero eziandio a modificare di molto i punti culminanti di questa ragguardevole parte dell' Oceania.

Le recenti misure barometriche dell' insigne geologo Boué e de' suoi dotti compagni nel viaggio nella Turchia Europea mi hanno indotto a rifare del tutto la descrizione del sistema delle Alpi Slavo-Elleniche, e ad attribuire alle sue catene altitudini diverse affatto da quelle loro assegnate da tutti i geografi. Gli splendidi lavori geodetici degli ingegneri francesi Peytier e Conteaux, eseguiti sotto la direzione del dottissimo generale Pelet, che da parecchi anni dirige l'esecuzione della gran carta della Francia, mi hanno fatto cambiare del tutto le altitudini delle montagne del regno della Grecia e del paesi limitrofi, come pure quelle dell' arcipelago Jonico e di alcune isole dell'Arcipelago

propriamente detto. Già ho avuto l'onore di esporvi, o Signori, che la misura trigonometrica del luogotenente della marineria inglese Copeland, come pure quella del capitano Conteaux della marineria francese, mi facevano proclamare il *Monte Olimpo* della Tessaglia qual punto culminante di questo sistema.

Le misure offerte dall'Azolay nella sua bella carta statistica dell'Ungheria mi facevano collocare il *Butschestje* al primo posto tra i monti del sistema Ercinio-Carpazio in luogo del *picco di Lomnitz* e dell'*Eisthaler Spitz;* così ancora mi giovai, rispetto al *Gross-Glockner* e a molti altri punti, dell'importante Memoria del Baumgartner sulle altitudini di una gran parte della monarchia Austriaca determinate dagli uffiziali dell'I. R. Stato Maggiore Generale, i quali nei lavori richiesti dalla sua splendida carta topografica, ebbero il destro di perfezionare e completare notabilmente tutta l'orografia di questa ragguardevole parte dell'Europa, i cui particolari si trovano esposti e giudiziosamente ordinati nella *Descrizione dell'impero d'Austria*, che il valente A. A. Schmidl va pubblicando.

Le nuove e recenti misure di quasi tutte le primarie *cime* dei *Pirenei*, eseguite dai dotti ingegneri Corabœuf e Peytier con tutta la squisitezza dei moderni metodi e cogli stromenti più perfetti, m'indussero a modificare le altitudini medesime, misurate pure con mirabile diligenza alquanti anni prima, e perciò con metodi meno esatti e con stromenti meno perfetti, dal Ramond, dal Vidal e dal Reboul; per cui quelle vette dovettero subire una diminuzione di alquante tese, ed alcune prendere un posto respettivamente all'altitudine diverso da quello che avevano.

Il bel lavoro sulla geografia fisica dell'Africa Australe del botanico Drege mi ha fatto diminuire di molto le altitudini di quella parte della monarchia Inglese, che tutti i geografi quasi unanimamente esageravano d'assai. Basti il notare che il punto culminante delle *Nieuwereld* che il Bruguière, preceduto e seguito da tutti i geografi, porta a 1600 tese, misurato dal Drege, ne ha appena la metà, cioè 855! Così pure, col valente navigatore Fitz-Roy ridussi a 1175 tese il *Corcovado*, da me anteriormente stimato coll'Humboldt e coi più autorevoli, a 1950.

e che con maraviglia si vede portato a 20000 piedi inglesi, pari a 3250 tese nel quadro figurativo delle principali montagne del globo formante parte del Nuovo Atlante Americano del Tanner uscito nel 1837. altitudine ripetuta in quello più recente ancora, annesso al testo del suenunziato *Abrégé de Géographie Universelle* del Malte-Brun, pubblicato nel 1842.

Nell' erudito discorso tenuto nella solenne adunanza di quest' anno dall''esimio presidente della R. Società Geografica di Londra, ho trovato la preziosa indicazione della cima misurata per la prima volta nel centro dell'Asia dal botanico Schrenk nella catena del Thian-Chan, e con premura accolsi questo nuovo fatto importantissimo per arricchirne l' orografia generale del globo.

Sebbene sia oramai dimostrato, che la maggior parte dei paesi descritti nel viaggio di Douville non fossero dal medesimo visitati, per questo non credetti di rifiutare alcune delle altitudini da esso viaggiatore divulgate, giacchè non è improbabile, che sieno informazioni dovute a persone pellegrinate a quelle remote contrade, di cui s'ignora il nome. Vi ho però annesso il solito segno di dubbio.

Devo tuttavia notare che credetti dover aggiugnere un segno d'interrogazione per esprimere i miei dubbj rispetto all' altitudine del *Monte Sant'Elia* nella Catena Marittima dell'America del Nord, sebbene venga adottata dal sommo Humboldt nel 1843, nella dottissima sua opera sull'Asia Centrale, ove trovasi espressa in numeri precisi, fondando i miei dubbj sulla recente misurazione del valente capitano Belcher, che veggo ammessa fin dal 1838 dal dottissimo geografo capitano Washington, nella sua memoria intorno ai progressi della geografia negli anni 1837 e 1838, in cui le 2793 tese sono ridotte a 15000 piedi inglesi, ossieno 2345 tese.

Ma se mi sono fatto premura di seguire le nuove misure che avevan per sè la garanzia di nomi autorevoli come i prelodati, fui ben guardingo dall' adottare colla stessa fiducia le modificazioni proposte da altri, che non avevano per sè le antecedenze di lavori scientifici e positivi. E limitandomi ad un solo esempio, dirò come abbia rifiutato d'ammettere la stima esagerata del punto culminante della catena

Missouri-Colombiana, cui alcuni recenti scritti americani attribuivano non meno di 3909 tese; ho creduto peraltro che quell'apice potrebbe stimarsi provvisoriamente a circa 3000 tese, numero che secondo il mio costume ho accompagnato d'un punto d'interrogazione.

I metodi diversi segnalati per la determinazione delle altitudini, e le cause d'errore enunziate, e le varie stime di una vetta medesima di autori diversi fanno manifesta la difficoltà da superarsi per chiunque intraprenda a tracciare il quadro generale delle primarie altitudini del globo. Che se valenti ingegni, colla scienza intrinsecati, più di una volta dovettero notabilmente modificare le prime loro determinazioni, qual giudizio dovrassi a quelle compilazioni, in cui, uomini pregevoli certamente, ma poco colle discipline geografiche famigliari, raccogliendo dati d'ogni tempo e d'ogni valore, presentano lavori d'ipsometria generale certo nocevolissimi anzichè utili a cotali studj? Assai volte il campo delle scienze geografiche fu invaso da profani, e perciò non deve maravigliare se a' giorni nostri, dopo celebri esplorazioni e le fatiche di tanti benemeriti, veggonsi ancora annoverate fra le primarie altitudini del globo le immaginarie *montagne della Luna*, esagerate tuttavia le altitudini dell'*Emo*, dell'*Ural*, dei *Ghats*, del *Picco di Teneriffa*, del *Monte Washington*, del *Corcovado*, ec. ec., mentre si persiste nell'abbassare quelle dell'*Olimpo Tessalico*, del *Taigete*, dell'*Ararat*, ec. ec., e si ommettono del tutto quei colossi dell'America Meridionale, superanti di molto la vetta del Cimborazo medesimo. Sventuratamente io non sono il primo, nè sarò l'ultimo a deplorare questi trascorsi.

Sento poi l'obbligo di aggiugnere che questo mio Saggio anch'esso è lungi da quella perfezione che io avrei pur desiderata, ma cui fanno contrasto e lo stato delle attuali cognizioni e la natural fralezza, malgrado le molte e coscienziose indagini. Ma valgami presso di voi, onorandi Colleghi, e presso quanti delle geografiche cose sono cultori, il buon volere almeno.

Allorquando il Pasumot nel 1782 raccoglieva in un quadro le primarie asperità del Globo, egli ne offriva sole 83, di cui 40 appartenevano alle Alpi, 28 alla Francia, 16 all'America. Nel 1813 il Mil-

tenberg offriva nel suo Quadro a un bel circa 5000 altitudini. I dotti collaboratori della seconda edizione del Dizionario Fisico di Gehler portavano, non è molto, questo numero a 4522. Il Bruguière, in quel suo immenso lavoro sull' Orografia dell' Europa, premiato dalla Società Geografica di Parigi nel 1826 e pubblicato nel 1830, classificava non meno di 7203 altitudini nella sola Europa, benchè non vi comprendesse il vasto sistema dell' Ural e quelli insulari dello Spitzberg e delle Azorre. In cotal numero 1795 appartenevano alle Alpi propriamente dette, 659 ai Vogesi, ed il sistema insulare della Grande Bretagna, anche senza l' Irlanda, ne contava 532.

Che se da questi lavori generali volgiamo l' attenzione ai particolari, troveremo dovizia ancor maggiore di altitudini. Così la già nominata splendida opera su le *Alpi che cingono l' Italia*, nella prima sua parte offre la classificazione di 1452 punti, benchè sieno escluse quelle parti del sistema Alpico non immediatamente limitrofe ai paesi Italiani. Qui vanno nominati, o Signori, quell' immenso lavoro eseguito nella Svezia per determinare la media altitudine dei singoli *laen*, ossieno divisioni amministrative, le cui resultanze erano dal Fersell raccolte nell' eccellente sua statistica di quel regno; la dotta monografia ipsometrica dello Harz pubblicata dal Berghaus, annoverante parecchie centinaja di punti determinati; quella della Slesia dello Strantz, offrente l' altezza media di ognuno dei numerosi suoi circoli; quella del regno di Sassonia del Lohrmann, pubblicata da quella Società di Statistica; aggiugnerò in fine, che il piccolo regno di Würtemberg sino dal 1832 noverava ben 1575 altitudini, e che anzi il solo circolo dello Schwarzwald, la cui superficie supera appena di un settimo l' area della nostra provincia di Bergamo, contava in quell' epoca non meno di 538 altitudini!

Ben a ragione adunque possiamo dire mai essere stata l' orografia del Globo così ricca di altitudini come oggidì. Ma questa abbondanza medesima di dati, che all' inesperto potrebbe sembrare un vantaggio, è anzi cagione di perplessità al geografo, il quale voglia in tanto numero scegliere le più notabili soltanto tra le asperità culminanti della Terra. Queste non sono equabilmente sparse sul nostro pianeta; ma

veggonsi al contrario raccolte singolarmente in certe regioni, ove s'aggruppano torreggiando, e vincendo in altezza tutte le terre circostanti in un raggio immenso. Il geografo pertanto dovrà scegliere le altitudini, non già secondo la importanza assoluta rispetto all' altezza, ma sì bene avuto riguardo a quella che hanno nella regione geografica alla quale appartengono. Quegli altipiani, per esempio, su cui serpeggiano le più sublimi giogaje del sistema Alpico, offrono in angusti confini, non solo tutti i punti culminanti dell' Europa, ma, passati i termini di questa, vincono in altezza tutti i monti dell'Asia vastissima sino alle regioni comprese nel sistema Bolor-Himalaya. Anzi nella sterminata pianura, che dalla Manica si estende fino all' Ural, non v' ha punta che raggiunga le 200 tese. L' umile *Popova-Gora*, punto di culminazione dei così detti *Monti di Valdai*, ne ha sole 146; ed il *Thurmberg*, poco discosto da Danzica, malgrado la breve altitudine di 168 tese, è la cima più alta che sorga nell'ampio tratto compreso fra Kazan e lo Harz. L' immenso sistema Bolor-Himalaya nel breve spazio del Kemaun, la cui superficie è inferiore all'area di quella piccola, ma fiorentissima porzione d' Europa formante il regno Belgico, presenta 12 vette tutte superiori di molto al Monte-Bianco, 5 superanti le 5555 tese, ed altre 3 che vincono l' altezza del Cimborazo; e perfino tra le gole che varcano quell' altissima regione, quelle di Uta-Dhura e di Lebug oltrepassano di alcune centinaja di tese la cima della più alta vetta Europea.

Le piccole ed innumerevoli terre formanti la Polinesia, sparse, anzi perdute nell' immensità dei mari, con un'area totale inferiore a quella della Sicilia, della Sardegna e della Corsica riunite, diffusa sopra una superficie marittima di 25,550,000 miglia quadrate, equivalenti quasi ad un settimo dell' area totale del Globo, non offrono altitudini ragguardevoli che negli arcipelaghi di Hawaii e di Tahiti. Costà il *Mauna Koa* ed il *Mauna-Roa* sorgono nell' isola di Hawaii a 2155 ed a 2067 tese, ed il *Picco Tobrenu* a 1257 nell' isola di Tahiti. L'Australia, che comprende le più vaste terre dell' Oceania, e la cui superficie eguaglia quella dell' Europa, ha il suo punto culminante nel *Monte Balbi*, che giugne a 1574 tese nell' isola Bougainville. Eppure le suenunziate ci-

me, benchè importantissime e dominanti nelle respettive regioni, avrebbero un posto assai umile qualora si trovassero a canto ai colossi del Nuovo-Mondo, e più umili sarebbero ancora presso a quelli smisurati dell' Himalaya.

Premesse queste considerazioni, do nel sottoposto Quadro le primarie altitudini del Globo, ordinandole secondo le sue cinque grandi divisioni geografiche, ed in queste repartite in sistemi, gruppi e catene, riferendomi alle cose già esposte rispetto al significato del vocabolo *catena*, avvertendo che tutte le altitudini sono espresse in tese, e rimandando al mio *Abrégé de Géographie* ed ai miei *Élémens de Géographie générale* per quanto spetta alla classificazione generale delle asperità della Terra.

QUADRO

Delle primarie altitudini del Globo.

EUROPA.

Sistema Alpico, o delle Alpi, propriamente dette

Nelle Catene principali

Monte Bianco, nel regno Sardo, apice di tutto il Continente Europeo 2468

Monte Rosa, fra il Cantone Svizzero del Vallese ed il Regno Sardo 2371

Monte Cervin, ivi. 2310

Picco des Écrins (des Arsines), nello Spartimento delle Alte Alpi, punto culminante della Monarchia Francese 2106

Ortler-Spitz, all'estremità occidentale del Tirolo, punto culminante della Confederazione Germanica e dell' Impero d'Austria 2010

Finster-Aar-Horn, nelle *Alpi Bernesi*, apice della Confederazione Svizzera 2206

Nella Catena degli Appennini

Monte Corno (Gran-Sasso d' Italia) nell'Abruzzo, nel regno delle Due-Sicilie, apice dell'*Appennino Continentale*. 1588

Etna, in Sicilia, apice dell'*Appennino Insulare* 1700

Sistema Slavo-Ellenico, o delle Alpi Orientali

Nella Catena Occidentale (Slavo-Arnaut-Ellenica)

Monte Olimpo, in Tessaglia, apice di tutto il sistema e della parte Europea dell' Impero Ottomano 1525

Schar, nell'Albania 1350

Nella Catena Orientale (Meso-Tracica)

Rilo-dagh (Rodope) nella Tracia. 1300

EUROPA.

SISTEMA ERCINIO-CARPAZIO

Nella Catena Ercinio-Carpazia, ch'è la principale

Butschestje, nella Transilvania, apice di tutto il sistema 1448

Eisthaler-Spitz, in Ungheria 1360

Schneekoppe, nella Slesia, apice dei *Monti Sudeti* e di tutta la monarchia Prussiana 822

Feldberg, apice dello *Schwarzwald*, nel granducato di Baden 766

Nelle Catene Secondarie

Gross-Arberg, nel regno di Baviera, apice del *Boehmerwald* 756

Brocken, nell'*Alto-Harz*, nella monarchia Prussiana 585

SISTEMA ESPERICO

Nella Catena Settentrionale o dei Pirenei propriamente detti

Pic Nethou (Monte Maladetta) 1746

Nella Catena Centrale, o Celtiberica

Apice della *Sierra di Gredos* 1650

Nella Catena Meridionale, o Betica, detta Sierra-Nevada

Cerro da Mulhacen, nella nuova provincia di Granada, apice di tutto il sistema e della penisola Ispanica 1824

SISTEMA GALLO-FRANCICO

Nella Catena delle Cevenne

Puy de Sancy, nello Scompartimento del Puy-de-Dôme, apice di tutto il sistema 973

Nella Catena dei Vogesi (Vosges)

Ballon di Guebwiller, nello Scompartimento dell'Alto-Reno 731

SISTEMA SCANDINAVICO

Nella Catena Principale

Skagstlos-Tind nelle *montagne Dofrine*, in Norvegia, apice di tutto il sistema . 1313

Sneehatten, anche nelle *Dofrine*, ivi 1270

SISTEMA BRITANNICO

Ben Macdhu, nei *Monti Grampians*, nella contea d'Aberdeen, nella Scozia, apice di tutto il sistema 686

Ben-Nevis, negli *Highlands*, nella contea d'Inverness, nella Scozia 684

Gurrane-Tual (Magillicuddy Reeks), nella contea di Kerry, in Irlanda 532

SISTEMA SARDO-CORSO

Monte Rotondo, nell'isola di Corsica, punto culminante del sistema 1418

Bruncu de Spina, punto culminante del *gruppo di Genargentu* e della Sardegna 984

SISTEMA AZORRICO

Gran-Picco, nell'isola Pico, apice del sistema e di tutto l'Arcipelago delle Azorre 1221?

SISTEMA BOREALE

Monte Horn, nella *Gran-Terra* dell'Arcipelago dello Spitzberg 700

ASIA.

Sistema Bolor-Himalaya

Nella Catena Himalaya

Nanda-Devi, nel Kemaun, punto culminante dell'Impero Anglo-Indiano e di tutta la Monarchia Inglese 4026

Dhawalagiri (Monte Bianco), nel Nepal Occidentale, nell'Impero Chinese, punto culminante *misurato*, non solo di tutto il sistema, ma di tutto il Globo 4390

Apice del *gruppo* di *Dhayabung*, nel Nepal Orientale 4020

Apice del *gruppo* di *Salpu*, nel Nepal Orientale 4050

Ciamalari (Tchamalari), nel Butan, nell'impero Chinese . . . . . 4375?

Nella Catena dell'Hindu-Kho Meridionale

Il *punto culminante misurato* nel regno di Cabul 3164

Nella Catena Bolor

Le *più alte vette*, forse . . . . . 3800?

Nella Catena Kuenlun

Le *più alte vette*, forse . . . . . 4000?

Nella Catena Thian-chan

Una *punta* situata al sud del lago Issikul . . . . . 2600?

Nel Gruppo Tibetano-Chinese

Le *più alte vette*, forse . . . . . 4200?

Sistema Tauro-Caucaseo

Nella Catena del Tauro

Allah Depessi, nell'Asia Ottomana 2000

Nella Catena dell'Anti-Tauro

Monte Ardjis, nell'Asia Ottomana 2052

Nella Catena del Libano

Makmek, in Siria, nell'Asia Ottomana 1469

Nella Catena dell'Anti-Libano

Djebel-chaik, nella Siria . . . . . 2400?

Nel Gruppo Arabico

Om-Schommer, apice del gruppo dell'Arabia Petrea . . . . . 1433?

Sinai (Djebel Musa), ivi 1172?

Nel Gruppo Armeno Kurdistanico

Grande-Ararat, nell'Armenia Russa 2676

Nella Catena del Caucaso

L'*Elbruz*, fra la Mingrelia e la Piccola-Abassia, apice dell'Impero Russo . . . 2892

Sistema dell'Altai

Nella Catena dell'Altai

Monte Bielukha, nel governo di Tomsk, nell'Impero Russo 1730

Sistema Uralico

Kondjakovsky-Kamen, nell'Ural Centrale o Medio, punto culminante di tutto il sistema, tra l'Europa e l'Asia, nell'Impero Russo 844

ASIA.

Sistema Indiano, nella Penisola di qua dal Gange

Nella Catena dei Ghat Occidentali

L'*Apice* . . . . . 1050?

Nella Catena Nilgherry

Picco di Mukurtu 1266

Nella Catena Vindhya

L'*Apice* . . . . . 1000?

Nella Catena Arawalli

Monte Abu 782

Sistema Arabico

Monte Saber, nell' Yemen 1539

L'*Apice* del sistema, quasi tutto pressochè ignoto, s' innalza forse a 2500?

Sistema Vulcanico, o Kamciatka-Giapponese

Nella Catena del Kamciatka

Vulcano di Klutchewskoi, nell'Impero Russo 2465

Nel Gruppo Giapponese

Fusi-no-yama, nell' Impero Giapponese . . . . . 2300?

AFRICA.

Sistema Atlantico

Nella Catena del Grande-Atlante

Apice dell'Atlante, nell'Impero di Marocco, forse . . . . . 2200?

Monte Miltsin, ivi 1782

Sistema Abissino

Nella Catena del Samen

Monte Detjem, nel Tigre 2360

Monte Abba Jaret, ivi 2333

Nella Catena Eritrea

Monte Taranta, nel Tigre 1219

Sistema della Negrizia

Gruppo degli Ambozes

Apice dei *Monti Cameroni*, nel Paese dei Calbongos 2032

Gruppo dei Moluas o Equatoriale

Monte Zambi, nel regno dei Moluas . . . . . 2457?

Gruppo del Coanza

Monte Muria, nel Cambambe, nell'Africa Portoghese . . . . . 2280?

Sistema Australe

Nella Catena Caffro-Hottentotta

Monte delle Sorgenti (Mont aux Sources), nei *Monti Malutis*, nella Cafreria Indipendente . . . . . 2000?

Apice dei Witbergen (Montagne Bianche), nell'Africa Inglese 1333

AFRICA.

SISTEMA INSULARE DELLE CANARIE

Picco di Teneriffa, nell' isola di *Teneriffa* 1905

SISTEMA INSULARE DEL CAPO-VERDE

Vulcano dell' isola *Fogo* 1378

SISTEMA INSULARE DELLA GUINEA

Picco dell' isola *Fernando-Po* 1563

SISTEMA INSULARE DI MADAGASCAR

Apice dei *Monti Ambostismene*, nell' isola *Madagascar* . . . . . 1400?

Piton des Neiges, nell' isola *Borbone* 1616

Picco della *Grande Comore* . . . . . 1600?

AMERICA.

SISTEMA DELLE ANDES

Nelle Catene Principali

Vulcano d'Aconcagua, nella repubblica del Chili, il più alto dei vulcani conosciuti 3745

Vulcano di Gualatieri, nella repubblica di Bolivia 3440

Vulcano di Chipicani, ivi 3350

Nevado di Sorata, nella repubblica di Bolivia, apice di tutto il Nuovo-Mondo . 3948

Nevado d'Illimani, ivi 3732

Vulcano d'Antisana, nella repubblica dell' Equatore 2993

Vulcano di Cotopaxi, ivi 2952

Cayambe, ivi 3070

Cimborazo, ivi 3350

Picacho de la Sierra Nevada, nella provincia di Merida, apice della repubblica di Venezuela 2350

Vulcano di Tolima, nella repubblica della Nuova Granada 2821

Nelle Dipendenze

Horqueta nella *Sierra Nevada di S.ª Marta*, nella repubblica della Nuova Granada 3000

SISTEMA DELLA PARIME

Nella Sierra di Pacarayma

Picco Roreima . . . . . 1300?

Nel Gruppo delle Sorgenti o di Esmeralda

Picco di Maravaca 1720

SISTEMA BRASILIANO

Nel Gruppo Centrale

Apice della *Serra de Mantequeira*. 1317

Itacolumi, apice della *Serra de Espinhaço* 960

AMERICA.

SISTEMA MISSURI-COLOMBIANO

Nei Gruppi e nelle Catene Principali

Amilpas Occidentale nella *Catena Vulcanica* del *Guatemala* (America Centrale) .	2058
Vulcano d'Orizuba, nel *Gruppo Messicano*	2717
Vulcano di *Popocatepetl*, ivi	2771
Apice dei *Rocky-Mountains* (Monti Pietrosi) negli Stati-Uniti	3000?
Picco de Long, ivi	2390
Monte Brown, ivi	2500?

Nelle Catene Secondarie

Monte Sant'Elia, nella *Catena Marittima*	2792?
Vulcano Chichaldinskoi, nell'isola *Unimak* nella *catena Insulare* delle *Aleuti*	1400

SISTEMA DELLE ALLEGHANIES

Monte Washington, nel *gruppo* delle *Montagne Bianche* (Nuovo-Hampshire) . . .	1040
Apice dei *Monti Katatin* sui confini della Carolina Settentrionale e del Tennessee	1050?

SISTEMA INSULARE ARTICO

Faro dei Naviganti, nel *Groenland*	1400?
Oerafe Joekull, apice dell'*Islanda*	1004
Picco dell'isola *Meyen*	1070

SISTEMA INSULARE DELLE ANTILLE

Picco Tarquin, nell'isola di *Cuba*	1200?
Apice dei *Picchi Coldridge*, nelle *Montagne Azzurre* della *Jamaica*	1280
Anton-Sepo, apice dell'isola *Haiti* (S. Domingo)	1400?
Solfatara (Soufrière), della *Guadalupa*	778
Montagne Pelée, della *Martinica*	692

OCEANIA.

SISTEMA TIMOR-SUMATRA, nella Malesia ossia Oceania Occidentale

Gunong Sago (Kosumba), apice dell'isola *Sumatra*.	2347?
Gunong-Pasaman (Monte Ofir)	2037
Semiru, apice dell'isola di *Giava*	2059
Slamat, nell'isola di *Giava*	1772
Vulcano di *Tomboro* nell'isola *Sumbaca*	1200?
Apice dell'isola *Timor*	1040

SISTEMA BORNEO-LUÇONIANO nella Malesia

Apice della *Catena Centrale* di *Borneo*	1300?
Vulcano Mayon (Albay) nell'isola *Luçon*	1700
Picco di Ceram, nell'isole *Molucche*.	1333
Vulcano di Ternate, ivi	640

SISTEMA CONTINENTALE, nell'Australia Continentale ossia nell'Australia propriamente detta

Apice delle *Alpi Australiane*, nella Nuova Galles Meridionale	1300?
Apice dei *Monti Barren*, nella *Diemenia*	782

OCEANIA.

Sistema Papuasiano	
Gruppo della Papuasia	
Apice dei *Monti Carlo-Lodovico* (di Borbone), nella *Papuasia Occidentale*	1376
Monte Astrolabe, nella *Papuasia Orientale*	673
Gruppo dell'isole Salomone	
Monte Balbi, nell'isola *Bougainville*, apice di tutta l'Australia	1574
Monte Kolowrat, nell'isola *Malaita*	668
Sistema Tasmaniano	
Rua Pahu, nella *Tasmania del Nord* (Nuova Zelanda)	1407
Tongariro, vulcano, ivi	969
Sistema delle Caroline, nella Polinesia	
Monte Santo, nell'isola *Puinipet*	458
Sistema di Hawaii, nella Polinesia	
Mowna-Koa (Mauna Kea), nell'isola d'*Hawaii* (Owhyhi)	2133
Mowna-Roa (Mauna Loa), ivi	2067
Sistema di Mendana, nella Polinesia	
Picco dell'*isola Hiva-oa*	646
Sistema di Tonga (arcipelago degli Amici)	
Vulcano dell'isola *Tufoa*	450?
Sistema di Tahiti, nella Polinesia	
Picco di Tobreau, nell'isola *Tahiti*	1257
Sistema di Viti, nella Polinesia	
Apice dell'isola *Vanoua-Lebou* e di tutto il sistema	444
Sistema di Hamoa (Samoa; arcipelago dei Naviganti)	
Apice dell'isola *Maouna*	430
Sistema del Victoria-Land, nelle Terre Antartiche	
Erebus, vulcano	1940
Sistema delle Isole Balleny, nelle Terre Antartiche	
Il *più* alto *picco*	1900?
Sistema delle Orcadi Australi, nelle Terre Antartiche	
Picco dell'Isola *Coronation*	844

Questi sono i punti culminanti conosciuti del Globo, ma le più ardite cime mai non furono calcate da piede umano. Le maggiori altitudini cui l'uomo giugnesse, senza abbandonare la Terra, sono: quella raggiunta da *Gerard* nel 1820, sul *Taschi-Gong*, nell'Himalaya, a 5035 tese; quella, cui perveniva, sino dal 1802, l'*Humboldt* con *Bompland*, sul *Cimborazo* nelle Andes, e che fu di 5035 tese; più tardi, sullo stesso monte, *Boussingault* e *Hall*, giugnevano nel 1831 fino al massimo di 5080 tese.

Erano dunque le scienze del calcolo quelle che davano all'uomo il mezzo di conoscere l'altitudine delle più alte vette del globo.

Eppure la scienza, colla quale l'uomo eludeva, per così dire, le leggi della natura, mettevalo in grado di librarsi nelle regioni atmosferiche a ben maggiori altezze. Così si videro i sommi fisici *Gay-Lussac* e *Biot* salire nell'*ascensione areostatica* di *Parigi* nel 1804 a 3602 tese; un Italiano, il *Lunardi* di Lucca, ascendeva a *Napoli* nel 1789 a tese 3994; e due altri Italiani, *Andreoli* e *Brioschi*, nella memorabile *ascensione* di *Padova* del giorno 24 agosto 1808, che portavali, secondo il cav. Carlini, fino a tese 4240, ebbero il vanto di giugnere alla maggiore altezza, cui l'uomo sia ancora pervenuto.

Ma pare, che altri esseri, favoriti da una particolare organizzazione, possano sollevarsi nelle regioni atmosferiche ad altitudini ancora maggiori. Narra il più volte lodato Humboldt, che allorquando fermava gli ultimi passi nella sua salita del Cimborazo all'altitudine di tese 3036 vide innalzarsi rapidissimo sopra il capo un *condor*, e poggiare verticalmente fino a che sparve del tutto. Su questi dati, l'esimio fisico Parrot calcolava, che quel condor doveva essere salito a circa 8000 tese, altezza prodigiosa, e per avventura la maggiore cui sia dato ad un essere vivente il sollevarsi negli strati superiori dell'oceano atmosferico.

Colla tavola precedente vennero esposti i punti culminanti dei principali sistemi di ogni parte del mondo. Ma a convenientemente apprezzare il posto, che riguardo all'altitudine loro si appartiene nella scala delle ineguaglianze della superficie terrestre, raccoglierò in una tavola riassuntiva i punti di culminazione assoluta di ogni parte del mondo. Ne scelgo quattro per ognuna nell'Europa, nell'Asia, nell'Africa e nell'America; e per l'Oceania, considerata la grande dispersione delle sue terre, ne prenderò due per ognuna delle sue quattro primarie suddivisioni. Avremo con ciò *ventiquattro punti* assolutamente culminanti.

Io stimo però che il concetto delle ineguaglianze della superficie solida del nostro sferoide sarebbe incompleto, se a questi punti non si aggiugnessero altri di un ordine differente, ma che con essi concorrono ad esprimere il rilievo generale della superficie della Terra. Tali sono quegli *alti-*

piani che hanno tanta parte nella determinazione dei climi fisici; quei *varchi* che formano la comunicazione fra opposti versanti; gli uni e gli altri talora vincenti in altitudine le cime più ardite della nostra Europa e dell' Oceania; quei *luoghi abitati* situati, ora in regioni tanto sublimi da gareggiare o superare eziandio gli apici di non poche catene, ed ora, benchè a sterminate distanze dalle spiagge del mare, pochissimo sollevati sopra il suo livello. Quelle altitudini, onde sgorgano le acque fluviali e quelle indicanti la varia elevazione delle sezioni inferiori del loro alveo, sono pur fatti importantissimi che, qualora fossero segnalati per un gran numero di fiumi, spargerebbero grandissima luce sulle pendenze generali della superficie terrestre e sulla distribuzione delle medesime.

Astrazione fatta dei 24 apici scelti per la tavola riassuntiva, e che dal fin qui esposto furono a sufficienza dimostrati, anche la determinazione dei punti di elevazione di un ordine diverso da quello dei monti propriamente detti e degli altipiani offre grandi difficoltà ed incertezze non minori. Questo fia agevolmente dimostrato da alcune poche osservazioni che io premetterò, e dalle stime varie che raccolgo in quadri comparativi a sola giustificazione delle altitudini da me prescelte, e protestando contro qualsivoglia preoccupazione o vista personale rispetto a scienziati da me stimatissimi.

Oltre le cause enunziate come influenti sulla determinazione dell'altitudine dei monti, altre ancora si notano particolarmente influenti sulla determinazione dell' altezza sopramarina dei luoghi abitati, dei fiumi, ec. Forse non m' inganno considerando come primarie le seguenti:

1.° La *determinazione dell'altezza media del barometro al livello del mare.* Sino a' nostri giorni i fisici ritenevano ch' essa fosse eguale sotto tutte le latitudini, meno le piccole differenze dovute alla gravità sotto i varj paralleli. Ma i dotti lavori di Racagni, Erman, Schouw, Muncke, Herschell e Poggendorff su questo soggetto han dimostrato, che l'altezza media del barometro al livello del mare può variare di oltre 4 linee di piede parigino, ossia 8 millimetri. Anzi dall' esame delle tavole inserite nella Meteorologia del Kaemtz, tradotta dal dotto Martins, risulta

che la differenza dalle medesime offerta tra il *massimo* ed il *minimo* dell'elevazione media, senza la correzione, va sino a 15 mill. 47, e colla correzione a 13 mill. 47. Dunque, ammettendo la prima valutazione indicata nel testo, avremmo per questa sola causa l'altitudine di un luogo più alta o più bassa di circa 52 tese, e adottando la seconda, risultante dall' ispezione della tavola colla correzione, avremmo una differenza di altitudine che potrà giugnere sino a circa 31 tese.

2.° La *determinazione dell'altezza del pelo delle acque presso cui trovasi il luogo memorato.* Questa ha un elemento importante di varietà nella diversa altezza del livello delle acque, il quale offre tre punti primarj, cioè nello *zero* dell' *idrometro*, fissato alla *massima magra*; nel *punto* del *pelo medio*; ed in quello della *massima piena.* Quest' ultimo, a motivo della sua breve durata, può venire negletto; ma i due primi vogliono essere sempre indicati, qualora ad essi debba riferirsi l'altitudine del luogo accennato. Anche senza uscire dal confine dell' Europa, anzi dell' Italia, troviamo nelle varie condizioni del Po e del Tevere in *massima magra* ed in *pelo medio* differenze tali da giustificare il mio asserto.

3.° Il *punto diverso misurato di una medesima città.* Già ho avuto l' onore di chiamare la vostra attenzione su ciò, o Signori, ragionando dell' altitudine dei monti. Qui mi piace aggiugnere che cotale differenza può in alcune circostanze essere grandissima. Per esempio, in *Bergamo* la troviamo di 71. 88, ossia di 72 tese fra la *città Alta* e la *Bassa.* E devo notare che anche nelle città, ove il suolo sembra il più pianeggiante, vi sono sempre delle pendenze ragguardevoli. Così, a modo d' esempio, *Milano*, città piana quant' altre mai, offre fra la soglia dell' arco del Sempione e quella di porta Romana una differenza di 5. 14 tese, ossia, in numeri rotondi, di 5 tese.

4.° L' *elevazione cui si trova lo strumento che ha servito a determinare l' altitudine di un luogo, la quale viene talora confusa coll' altitudine del suolo su cui esso s'innalza.* Cagione questa di grandi differenze, stante che esige la sottrazione di tutta la differenza fra la base dell'edifizio ed il piano ove si trova il barometro. In alcune circostanze questa differenza è ragguardevolissima. A Milano, per esempio, sarebbe di 13 tese.

3.° La *confusione dell' altitudine delle cime degli edifizj che han servito di punto di mira nella triangolazione del paese coll' altitudine del suolo alla loro base.* Egli è con sorpresa che vedo il dotto e diligente Grimm dare a Ratisbona un' altitudine di 197 tese, che è quella appunto assegnata dai geometri al comignolo di S. Emeran. E trovo nell' esimio Berghaus portata l' altitudine della città di Milano a 120 tese, lo che porrebbe il suo piano ad un' altezza superiore di molto a quella della massima guglia dello splendido suo Duomo.

Ma, senza prolungare questa esposizione, passo agli specchi delle opinioni varie emesse sull' altitudine di una stessa città e di altre posizioni.

VIENNA.

Gerstner, il *pelo* del *Danubio*	58
Beudant, il *pelo* del *Danubio*	68
Humboldt, nelle *Memorie* della *Société d'Arcueil*	70
Berghaus, nel suo *Almanacco* pel 1840 e nell'*Allg. Länder*, ec.	75
Grimm, nel suo *Globo Pneumatico*	76
Baumgartner, lo *zero* dell'*idrometro* al *Ferdinandsbrücke*	78
Bruguière, nelle *Montagnes de la Terre*, e *Mahlmann*, nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*	80
Miltenberg, il *pelo* del *Danubio*	80
Baumgartner, il *suolo* della *Specola*	85
Baumgartner, il *piede* della *torre di S. Stefano*	86
Baumgartner, il *barometro* nella stanza dell' astronomo nella *Specola*.	96

PRAGA.

Gerstner e *David*, il *pelo* della *Moldau*	83
Bruguière, idem	85
Berghaus, idem	92
Bruguière, la città	92
Hallaschka, citato da *Strantz*, la città.	96
Mahlmann, nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*	98
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec.	102
Grimm, nel suo *Globo Pneumatico*	128

VARSAVIA.

Berghaus, nei suoi *Annalen* etc., la *magra media* della *Vistola*	48
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*	62
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec.	65
Mahlmann, nel testo dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*	68
Berghaus, nei suoi *Annalen* ec., la *Specola*	72

BERLINO.

Berghaus, nell'*Allg. Länder*, etc., la *magra* della *Spree* (16.2) 16
Berghaus, nel suo *Almanacco* pel 1841, il *pelo medio* della *Spree* (16.6) 17
Bayer, secondo la livellazione da Swinemunde a Berlino, il *piede* della *Marienthurm* 18
Mahlmann, nel testo del 3.° volume dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 18
Berghaus, nei suoi *Annalen* etc. e nell'*Allg. Länder* ec. (17.5) 18
Mahlmann, nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 20
Bruguière, nelle *Montagnes de la Terre* 20
Berghaus, nel suo *Almanacco* pel 1840 (21.6) 22

MANNHEIM.

Grimm, nel suo *Globo Pneumatico* 43
Mahlmann, nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 47
Hoffmann, il *livello* del *Reno* (47 1/3) 48
Berghaus, nell'*Allgem. Länder*, ec. 60
Brugnière 70
Humboldt, nelle memorie della *Société d'Arcueil*, ec. 72

NORIMBERGA (Nurnberg).

Berghaus, il *livello* del *Pegnitz* 148
Berghaus, all'*albergo* della *Baierischen Hofes* 151
Stolz 155
Brousseaud, al *piano* della *Festungsthurm* 174
Bruguière 180
Brousseaud, la *punta* della *torre* 192

BASILEA (Basel, Bâle).

Michaelis, lo *zero* dell'*idrometro* 125
Berghaus, lo *zero* dell'*idrometro*, prendendo la *media* di *Merian*, *Buchwalder*, *Michaelis* e *Horner* 127
Humboldt, il *pelo medio* del *Reno* 127
Hoffmann, il *pelo* del *Reno* 127
Berghaus, il *pelo medio* del *Reno* 128
Buchwalder, lo *zero* dell'*idrometro* 130
Mahlmann, nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 130
Müller, il *pelo* del *Reno* 148
Ebel, *idem* 158
Strantz, negli *Annalen* ec. di Berghaus (1830) 158

BUDA (Ofen).

Miltenberg, il *pelo* del *Danubio* 36
Mayer, il *pelo* del *Danubio* 49
Beudant, il *pelo* del *Danubio* 56
Schouw, *Grimm* nel suo *Globo Pneumatico*, e *Mahlmann* nelle tavole dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 80
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 85
Bruguière, la *Specola* 126
Mayer, la *nuova Specola* 147

INGOLSTADT.

Berghaus, negli *Annalen* etc., il *pelo* del *Danubio* 135
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 193
Bruguière, citando *Zach* 202
Berghaus, negli *Annalen* etc., la *punta* della *torre meridionale* della *chiesa parrocchiale* 223

DRESDA.

Strantz, citando l'*Hertha*, il *pelo* dell'*Elba*, al *ponte* di *Dresda* 36
Bruguière, il *pelo* dell'*Elba*, citando l'*Hertha* 44
Bruguière e l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* per l'anno 1844 46
Lohrmann, nelle memorie della Società di Statistica del regno di Sassonia, lo *zero* dell'*idrometro* al *ponte* dell'*Elba* 52
Berghaus, nel 1.° volume dell'*Allg. Länder*, ec. 60
—— nel 2.° volume 61
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 62
Strantz, negli *Annalen*, ec. 80
Zach e *Studer*, citati da *Strantz* negli *Annalen*, ec. 82

RATISBONA (Regensburg).

Berghaus, negli *Annalen*, ec., il *pelo medio* del *Danubio* . . . . . da 166.3 a 167
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 172
Weiss, il *pelo* del *Danubio* presso Ratisbona (173. 66) 174
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 175
Berghaus, negli *Annalen*, ec., la *stanza* ove si osserva il *barometro* 176
Bruguière 186
Berghaus, negli *Annalen*, ec., la *punta* di *S. Emeran* 196
Grimm, nel suo *Globo Pneumatico* 197

MILANO.

Stato Maggiore Austriaco, il *pavimento* del *Duomo* (61.4) 61
Delcros, citato da *Humboldt* nell'*Asie Centrale*, il *suolo* del *Duomo* 61
Carlini, la *soglia* del *Duomo* (62.7) 63
Strantz, negli *Annalen*, ec. 66
Schouw, al *giardino botanico* di *Brera*, nel *Tableau du Climat de l'Italie* . . . 67
Schouw, nella sua *Geografia Fisica* dell'*Europa* 70
Schouw, l'*altitudine* del *barometro* nella *Specola* 72
Carlini, l'*altitudine* del *barometro* nella *Specola* (75.47) 75
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 75
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 77
Bruguière, la *Specola*, citando *Oriani* 78
Berghaus, nel suo *Almanacco* per l'anno 1840 120

PAVIA.

Litta, la *magra* del *pelo* del *Ticino* al *Ponte* 32
Stato Maggiore Austriaco, il *piede* della *torre* del *Duomo* 42
Schouw, *suolo* dell'*edifizio* ove sta il *barometro* (44.3) 44
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 45
Schouw, l'*altitudine* del *barometro* (52.7) 53

PADOVA.

Guida di Padova, pubblicata in occasione del Congresso scientifico, il *suolo* (6.5) 7
Stato Maggiore Austriaco, il *pavimento* di *S.ª Giustina* 7
Humboldt, nell'*Asie Centrale*, il *suolo* 7
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 15
Guida di Padova, ec., il *barometro* nella *Specola* (15.7) 16

TORINO.

Grimm, nel suo *Globo Pneumatico* 70
Stato Maggiore Sardo, il *pelo* delle *acque ordinarie* al *Ponte di Pietra*, citando *Zach* 106
Guida pel Congresso Scientifico, il *letto* del *Po* 109
Strantz, negli *Annalen*, ec. 113
Guida pel Congresso Scientifico, a *Piazza Castello* 117
Annuaire du Bureau des Longitudes per l'anno 1844 118
Guérin e *Schouw*, a *Piazza Castello* 123
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 125
Bruguière la *Specola*, e *Schouw* l'*antica Specola* 143
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*, e *Berghaus* nel *Grundriss*, ec. 143
Schouw, la *nuova Specola* 145

CUNEO (Coni).

Miltenberg 175
Bruguière 180
Schouw, alla *locanda dei Tre Re* 273
Guérin 273
Stato Maggiore Generale Sardo, la *Torre* della *Città* 280

SUSA.

Guérin 210
Schouw, la *Posta* 248
Stato Maggiore Generale Sardo 258
Zach, nell'*Almanacco Genovese* 264
Bruguière 264

BOLOGNA.

Corradi, citando le antiche misure 18
Litta, avuto riguardo alla livellazione da Ferrara a Bologna, il *suolo* 31
Schouw, alla *base* della *Specola* 33
Catturegli, dietro le rettificazioni fatte alla livellazione degl' ingegneri 38
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 40
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 42
Catturegli, secondo la media delle osservazioni barometriche 45
Litta, la *camera* ove sta appeso il barometro (45.3) 45
Bruguière citando l'*Almanacco Genovese*, e *Schouw* 62
Strantz, negli *Annalen*, ec. 62

FIRENZE.

Bruguière 14
Repetti, il *suolo* alla *piazza* di *S. Lorenzo* 21
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*. 33
Mahlmann, nel testo dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 34
Schouw, alla *Specola* delle *Scuole Pie* 34
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 36
Berghaus, negli *Annalen*, ec. 38

SIENA.

Inghirami, *base* della *torre della piazza pubblica* 158
Kaemtz, traduzione francese del *Martins* 167
Bruguière, citando *Schuckburg* 175
Schouw, *pavimento* della *Via dei Banchi* 180
Inghirami, *cima* della *torre della piazza pubblica* 207
Repetti, dalle 180 alle 209
Inghirami, *cima* della *torre della cattedrale* 210

ALTAMURA, nel Regno di Napoli.

Cagnazzi, nel 1811 e *Schouw* nel *Tableau du Climat de l'Italie* 117
Cagnazzi, nel 1793 200

CASINO GEMMELLARO, detto *Casino degl' Inglesi*, sull' Etna.

Jouville 1425
Smyth 1499
Waltershausen 1505
Schouw 1534
Irvine 1772

PARIGI.

Delambre, citato da *Humboldt* nell'*Asie Centrale*, lo *zero* dell'*idrometro* al *ponte* de la *Tournelle* (11. 60) 12
Humboldt, citando una Nota di *Puissant*, *idem* (14. 20) 14
Bruguière, citando *Cuvier* e *Brogniat*, *idem* 17
Berghaus, nell'*Almanacco* pel 1840 19
Strantz, negli *Annalen*, e *Bruguière*, citando *Cuvier*, ec. alla *Chiesa* di *Nôtre-Dame* 21
Mahlmann, nel testo dell'*Asie Centrale* di *Humboldt*. 30
Bruguière, citando *Cuvier*, ec. alla *Chiesa* di *S.ª Genoveffa* 32
Mahlmann, nelle *Tavole* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 33
Annuaire du Bureau des Longitudes, al *primo piano* della *Specola Reale* 33
Humboldt, nelle memorie della *Société d'Arcueil* 37

PERM, nell' impero Russo.

Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec., il *pelo* della *Kama* in vicinanza di Perm. . . 59
Humboldt, nella *Carta* dell'*Asie Centrale* 78
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. alla *Scuola Normale* 90

TVER.

Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec., il *pelo* del *Volga* 58
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, dietro combinazioni, ec., la *città* 61
Humboldt, nella *Carta* dell'*Asie Centrale* 80

KASAN.

Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec., il *pelo* del *Volga* al confluente della *Kasanka* (4. 5) 5
Simonof, il *pelo* del *Volga* 6
Mahlmann, nelle *Tavole* e nel *testo* dell'*Asie Centrale* di *Humboldt* 9
Galle, citato da Humboldt e *Humboldt* nella *Carta* dell'*Asie Centrale* 9
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec., all' *Università* 16
Knorre, citato da *Humboldt*, l'*altezza* del *barometro* dell' Università 23
Strantz, negli *Annalen*, ec., il *pelo* del *Volga* 45
Strantz, negli *Annalen*, ec., la *città* 61

TOMSK, nel governo di Tomsk, in Siberia.

Pansner 54
Lessing, citato da *Humboldt* nell'*Asie Centrale* 142

MUCUCHIES, nella repubblica di Venezuela.

Codazzi nella sua grandiosa *opera sul Venezuela* 1211
Boussingault citato da *Berghaus* nell'*Allg. Länder*, ec. 1535

S. FERNANDO DE ATABAPO.

Codazzi 118
Humboldt 122

SORGENTI DEL RENO.

Strantz, negli *Annalen*, ec. 913
Bruguière, citando *Saussure* 1029
Schouw, nel *Tableau du Climat de l'Italie* 1033
Berghaus, nel *Grundriss*, ec. 1207

SORGENTI DEL PO.

Berghaus, Carta fisica della Francia 976
Schouw, nel *Tableau du Climat de l'Italie*, ec. 983
Zach, nella *Correspondance*, ec. 1001
Saluzzo, nelle *Alpi che cingono l' Italia*, ec. 1004

SORGENTI DEL DANUBIO.

Strantz, negli *Annalen*, ec. 341
Bruguière, citando *Oyenhausen* 341
Berghaus, nel *Grundriss*, ec., prendendo le sorgenti presso *Donaueschingen* al confluente del *Brigach* col *Brege* 347
Berghaus, nell'*Allg. Länder*, ec. 354
Balbi, prendendo le sorgenti al più alto punto da cui discendono il *Brigach* ed il *Brege* . . . . . 508?

NILO AZZURRO (Bahr-el-Azrek).

Beke, nella sua corrispondenza colla Reale Società Geografica di Londra. . . . 1360
Strantz, negli *Annalen*, ec. 1650
Bruce 1652

DEPRESSIONE DEL CASPIO.

Parrot, dopo di avere ripetuto la livellazione fra *Astrakhan* e *Nuova Tcherkask* nel 1830, dichiara non esistere che una leggerissima differenza di livello fra il Caspio ed il Mare d'Azof . . . . . ?
Hommaire de Hell, trova fra i due mari una depressione di (— 9. 4) — 9
La grande livellazione trigonometrica eseguita nel corso di 17 mesi e terminata nel 1837, sotto gli auspicj dell'Accademia delle Scienze di Pietroburgo e per ordine dell'imperatore Niccolò, dai geometri russi *Fuss*, *Sabler* e *Savitsch*, diede per risultanza definitiva (— 12. 72) . . . . . — 13
La livellazione barometrica fatta nel 1825 per stazioni da Orenburg a Gurief alla foce dell'Ural da *Hofmann* e *Helmersen* dà ad *Orenburg* un'altitudine di 52 tese al dissopra del livello del Caspio. *Galle* assegnando + 39 ad Orenburg, restano — 13 pel Caspio — 13
Un calcolo provvisorio della grande livellazione finita nel 1837, pubblicato da *Struve*, aveva dato (— 15. 8) . . . . . — 16
Goebel, dalle osservazioni barometriche da esso fatte sul *mare d'Azof*, paragonate a quelle fatte ad *Astrakhan* e *Sympheropol*, ne dedusse anch'egli una depressione di (— 15. 9) — 16
Lenz, dalle osservazioni barometriche fatte a *Baku* da *Mayer* ed a *Taganrog* da *Menn*, trova una depressione di . . . . . — 16
Cristiano Mayer, appoggiandosi sulle osservazioni barometriche del viaggiatore *Lerche*, in una sua memoria sul passaggio di Venere, stimava l'altitudine negativa del Caspio — 17
Pallas, tenendo conto dell'altitudine di *Zaritzin* determinata da *Goebel*, assegnava al Caspio un'altitudine negativa di . . . . . — 18
Savitsch, dalle osservazioni barometriche fatte a *Taganrog* ed *Astrakhan*, ne dedusse una depressione di — 22

Loktin, calcolando sulle osservazioni barometriche fatte ad Astrakhan dal 1805 al 1811 — 39
L'astronomo *Visnievski*, appoggiato alle osservazioni barometriche di 3 anni, adotta (— 42. 8) — 43
Le medie barometriche per *Astrakhan*, *Irkutsk*, *Mosca* e *Pietroburgo*, inserite negli Atti dell'Accademia delle Scienze del 1782, danno un' altitudine negativa di — 45
Thomas Young, nel suo *Course of Lecture* — 47
Parrot e *Engelhardt*, in una livellazione barometrica per stazioni eseguita nel 1811, trovarono una depressione media di (— 50. 6) . . . . . — 51
Chappe, nel suo *Viaggio in Siberia*, fondandosi sulle osservazioni barometriche fatte da *Leere* ad *Astrakhan* dal 1732 al 1749, trovò una depressione di — 51
Monteith, col metodo dell' ebullizione . . . . . — 61

Combinando quanto ho avuto l' onore di esporvi, onorandi Colleghi, colle induzioni che naturalmente scaturiscono dall'attento esame dei sovraesposti Specchi comparativi, si fa evidente la necessità di accompagnare sempre l' indicazione dell' altitudine di un luogo da quella del sito cui si riferisce, distinguendo inoltre se intendasi la base dell' edifizio, la sua cima, ovvero la sala ove sta il barometro. Se trattasi del livello del fiume presso cui giace il punto memorato, conviene assolutamente accennare se intendasi la *magra*, la *comune*, o la *massima*; e trattandosi di luoghi assai discosti dal mare, quale sia l' *altezza media del barometro*, che fu presa per base del calcolo. Senza queste avvertenze la determinazione delle altitudini dei luoghi, specialmente di quelli posti a piccole altezze sopra il livello del mare, ma ad una grande distanza da esso, può divenire talmente vaga da offrire differenze enormi, come avete potuto scorgerlo massime negli specchi comparativi di *Buda*, *Vienna*, *Dresda*, *Ingolstadt*, *Milano*, *Firenze*, *Torino*, *Parigi*, ec. ec.

In un lavoro di generale ipsometria, per evitare possibilmente gli errori, converrebbe dapprima rigettare quasi tutte le altitudini di antica data, come quelle che non possono sostenere il confronto colle stime dedotte dai metodi perfezionati d' oggidì. Chi non vede, per esempio, quanto sieno inesatte le altitudini assegnate al polo del Reno in Basilea dal dotto Müller e dal diligente Ebel? Deve dirsi altrettanto di quella attribuita al polo del Danubio dell' esimio ingegnere Gerstner; crediamo anzi ch' essa non differisca tanto da quella del valente fisico Baumgartner, se non perchè il Gerstner ha fissato erroneamente l'al-

tezza media del barometro sulle spiagge dell'Adriatico. Anche l' altitudine del *casino Gemmellaro* sull' Etna, determinata dal Jonville, ne porge un altro esempio notevolissimo, essendo che essa venne determinata con barometro non comparato e senza corrispondenti osservazioni. La differenza enorme fra la misura dell' Irvine e quelle dello Smyth, di Waltershausen e di Schouw è ancora una conferma di quanto ho avuto l' onore di esporvi intorno alle infinite cure richieste per determinare un' altitudine col metodo dell' ebullizione dell' acqua.

Qualora i progressi della scienza costringono a modificare le altitudini precedentemente calcolate, egli è necessario avvertire questa circostanza, onde uno non sia incerto nella scelta tra le altitudini diverse assegnate ad un luogo medesimo. Il breve periodo di tre lustri bastò ad indurmi a modificare quasi tutt' i punti culminanti dei sistemi montuosi del globo, e spero che i progressi della geografia fisica mi obbligheranno a modificarne altri ancora.

Dagli studj da me fatti su questo difficile argomento parmi poter conchiudere, che il miglior metodo per determinare le altitudini delle città, poste sulle sponde o presso ad un fiume, sarebbe quello di scegliere il suo pelo medio, prendendolo per le città di ampia superficie, come Roma, Parigi, Mosca, ec. nel punto medio del suo corso a traverso o vicino la città. In allora per queste località si avrebbe approssimativamente l' altezza media di esse, aggiungendo all' altitudine del pelo medio del fiume l' elevazione delle sue sponde.

Anche il determinare l' altitudine delle sorgenti di un fiume dà luogo a stime talora assai diverse. Principal causa ne è il punto differente in cui si comincia a riconoscere la corrente indicata. Il maggior numero de' geografi, per esempio, riconosce l' *origine* del *Danubio* al confluente del *Brigach* col *Brege* presso Donaueschingen; eppure le prime fonti dovrebbero essere portate alle scaturigini dell' uno o dell' altro dei suddetti rivi, le quali sono ad un' altitudine di molto superiore a quella del punto della loro confluenza. Estendendo queste osservazioni a più vasto campo, e prendendo per norma i principj da me esposti nell'*Abrégé de Géographie* su questo argomento, le *vere sorgenti* del *Danubio* sarebbero piuttosto nelle prime acque dell' *Inn*,

che per lunghezza di corso e volume d'acque supera di molto il Danubio propriamente detto nella sezione superiore al suo confluente. Lo stesso dicasi del *Missuri* rispetto al *Mississippi*, e della *Selenga* rispetto al *Jenissei*.

Pel grande avallamento del Caspio, dopo ponderata la dottissima esposizione del sommo Humboldt, ne raccolsi le resultanze nello specchio relativo, aggiungendo altresì la recentissima stima dell'ingegnere Hommaire de Hell, il quale nella sua dotta esplorazione spargeva molta luce sulla Russia Meridionale. Nè potrei lasciare questo argomento, senza notare come il facondo letterato che dirige il nuovo *Annuaire des Voyages et de la Géographie*, uscente in Parigi, si mostrasse al tutto digiuno della geografia e delle scienze affini, allorquando, in presenza dei numerosi fatti dallo Humboldt addotti, osava *qualificare d'erronee* le resultanze della grande livellazione eseguita per ordine governativo dai sapienti geometri russi Sabler, Savitsch e Fuss, che egli con mirabile ingenuità domanda *viaggiatori*.

Ma passiamo alla *Tavola Riassuntiva*. In questa espongo prima la massima elevazione, cui per avventura giugnesse un essere organizzato; poscia, movendo dal punto culminante conosciuto del nostro pianeta per altitudini sempre descrescenti, verrò scendendo sino al livello del mare, e proseguirò sotto di esso, notando alcune di quelle *altitudini negative*, di cui la scienza si è arricchita a' nostri giorni soltanto. Alcune di esse sono *artificiali*, dovute cioè all'industria dell'uomo, il quale penetrava nelle viscere della Terra per estrarne i minerali, oppure ne perforava la corteccia per giovarsi delle correnti sotterranee coi cosidetti *pozzi artesiani*. Le altre, dovute alla natura, sono quelle depressioni della superficie terrestre, più o meno vaste e sempre accessibili all'uomo, come l'ampia concavità di cui il Caspio ricopre l'ima parte; ovvero sono a lui inaccessibili, come i profondi abissi delle valli oceaniche, ma che pure collo scandaglio egli potè misurare sino a sterminate profondità. Ricordo però che il barone di Humboldt nella sua *Asie Centrale* osserva come il signor de Tressan volle dimostrare l'impossibilità di pervenire collo scandaglio a profondità maggiori di quattro o cinque mila metri

(2052 a 2565 tese). Ma posteriormente quel sommo adotta lo *scandaglio* del capitano James Ross da me indicato; nè so comprendere come il Berghaus a carte 161 del suo dottissimo *Grundriss* non ammetta neppure la metà di quella valutazione, stimandola soltanto 14556 piedi inglesi.

Nella medesima Tavola riassuntiva ho creduto conveniente di ammettere alcune località, importanti per le osservazioni metereologiche ovvero per le esperienze fisiche costà fatte; tali sono alcuni degli ospizj delle nostre Alpi e dei *sanitarium* dell' India Inglese, le vette del *Puy de Dôme*, del *Brocken*, del *Rigi*, del *Faulhorn*, dello *Snowdon*, e fuori d' Europa, quelle del *Chimborazo*, del *Pichincha*, ec. ec., come del pari alcuni dei varchi dell' Europa, di tanto momento per quelle vie stupende che sono da annoverarsi fra i più mirabili monumenti dell' età nostra. Mi parve di dover notare altresì alcune città le quali, pochissimo sollevate sopra il livello dell' Oceano, benchè a grandissima distanza dalle sue marine, dimostrano lo sviluppo immenso della superficie pianeggiante dei Continenti e rendono evidente l' assurdità dell' ipotesi del dotto Chappe e di altri, i quali supponevano che la pendenza dei fiumi fosse sempre proporzionale alla lunghezza del loro corso. Partendo da questo principio alcuni non esitarono a portare ad oltre *sette mila tese* l' altitudine delle sorgenti del Danubio; e mezzo secolo non è ancora passato, da che il dotto Schulz rigettava come assurda l' umile altezza da cui Guldenstädt faceva fluire il Volga, apponendogli quella delle 500 tese delle sognate montagne che poneva nel centro della Russia Europea.

Avverto che le distanze dei luoghi posti sui fiumi dalla foce dei medesimi vennero da me calcolate in via approssimativa ed in miglia geografiche da 60 al grado sull' eccellente Globo Pneumatico di Grimm. Essendo cotali distanze calcolate tutte collo stesso metodo e sopra una eguale proiezione hanno il vantaggio di essere perfettamente comparabili. Ben è vero che queste lunghezze non sono nè ponno essere che dati proporzionali e non lo sviluppo reale dei corsi d' acqua respettivi. Basti ad esempio il *Po*, il quale resulta di sole 270 miglia, mentre invece, tenendo conto dei molti suoi giri, l' illustre coman-

dante del R. Corpo dello Stato Maggiore Sardo, quartier mastro generale Saluzzo, lo stima 528 chilometri, pari a 286 miglia, nella più volte lodata opera *Le Alpi che cingono l'Italia.*

TAVOLA RIASSUNTIVA

di alcune delle più notabili altitudini positive e negative.

	Tese
Il *Condor* veduto dallo Humboldt sulla vetta del Cimborazo	8000?
1. Dhawalagiri, apice *misurato* di tutto il Globo, nel Nepal Occidentale, impero Chinese	4390
2. Ciamalari, nel Butan	4380?
Il *pallone* d'Andreoli e Brioschi, a Padova nel 1808	4240
3. Apice del gruppo di Salpu, nel Nepal Orientale	4050
4. Nanda-Devi, nel Kemaun, apice della monarchia Inglese	4026
Il *pallone* di Lunardi, a Napoli nel 1789	3994
5. Nevado di Sorata, nella repubblica di Bolivia, apice del Nuovo-Mondo	3948
6. Vulcano d'Aconcagua, nella repubblica del Chili	3745
7. Nevado d'Illimani, nella repubblica di Bolivia	3732
Il *pallone* di Gay-Lussac e Biot, a Parigi, nel 1804	3602
Picco di Pargeul, nell' Himalaya	3550
8. Vulcano di Gualatieri, nella repubblica di Bolivia.	3440
Cimborazo, riguardato per gran tempo come la più alta vetta di tutto il Globo	3350
Cayambe, montagna nelle vicinanze di Quito, notevole particolarmente per essere situata esattamente sotto l'equatore	3070
L'arco di *Lebon* (Lebug), nell' Himalaya	2962
Cotopaxi, nelle vicinanze di Quito, il più terribile de' *grandi vulcani* conosciuti	2950
L'arco di Manerang, nell' Himalaya	2909
Taklakot, piccola borgata, nell'Himalaya	2744
Guri, piccola fortezza nell' Himalaya	2683
Grande Ararat, ossia la *Montagna di Noè*, nell'Armenia Russa	2676
Tempio buddista di *Taghi-gang*, nell'Himalaya	2603
Cerro de Potosi, montagna della Bolivia, giustamente rinomata per l'immensa massa d'argento tratta dalle sue viscere	2508
Altopiano Bolor-Himalaya, comprendente il Piccolo Tibet, il Tibet Medio, ossia il Paese di Ladakh, la pianura di Pamer, ec. da 1800 a	2500?
Altopiano dei Laghi Sacri (Ravan-Rhad e Manasarovar), comprendente la parte più elevata del Tibet Orientale ossia di Il'lassa, forse da 2350 a	2500?
Pichincha, vulcano presso Quito, notevole pei lavori astronomici eseguiti da Bouguer e Condamine	2490
9. Monte Bianco, nel regno Sardo, apice dell'Europa	2468
L'arco di Tucto, sulla strada da Lima a Cuzco per Guancavelica	2464
Ancomarca, stazione di posta, nella repubblica di Bolivia	2459
10. Monte Zambi, nel regno dei Moluas, punto culminante conosciuto dell'Africa	2457?
L'arco d'Assuay, fra Alausi e Cuenca, nella repubblica dell' Equatore	2429

11. Monte Rosa, tra il Vallese e la Valle d'Aosta 2371
12. Monte Detjem, nell'Abissinia 2360
Lago Sirikol, *sorgente* dell'*Amu* ossia *Oxus*, nella pianura di Pamer. . . . . 2350?
Lago Rawan-Rhad, sull'altopiano dei Laghi Sacri, *sorgente* del *Sutledge* 2350?
13. Gunong-Sago (Kosumba), apice dell'isola Sumatra e di tutta l'Oceania . . . . 2347?
Deba, città capitale dell'Undes, parte del Tibet 2333
14. Monte Abba Jaret, nell'Abissinia 2333
15. Monte Cervin, tra il Vallese e la Valle d'Aosta 2310
16. Monte Muria, nell'Africa Portoghese Occidentale . . . . . 2280?
Pasco, città della repubblica del Perù 2232
Tacora, villaggio della repubblica di Bolivia 2229
17. Monte Finster Aar-Horn, apice della Svizzera 2206
Altopiano di Titicaca, la cui infima parte è occupata dal *caspio Titicaca*, nella repubblica di Bolivia . . . . . da 2100 a 2200
Varco del Buahat, nel Semen, in Abissinia 2189
Altopiano di Bombon, nella repubblica del Perù, su cui trovasi il *Lago* di *Lauri* (Lauricocha), considerato comunemente come la *sorgente* dell'*Amazone* . da 2000 a 2150
Sorgenti del *Bhagiratti*, ramo principale del *Gange*, nell'Himalaya 2138
Potosi (Città Alta), nella repubblica di Bolivia 2137
18. Mauna-Koa, nell'isola Hawaii, apice della Polinesia 2133
Cuzco, città della repubblica del Perù 2092
19. Mauna-Roa, nell'isola Hawaii 2067
20. Vulcano di Semiru, apice dell'isola di Giava 2059
Dankar, piccola città nell'Himalaya 2033
Puno, città della repubblica di Bolivia 2007
Caspio Titicaca, sull'altopiano di Titicaca, nella repubblica di Bolivia 1995
Varco di Selki, nel Tigre, in Abissinia 1983
21. Erebus, vulcano del Victoria Land, apice delle Terre Antartiche 1940
Picco di Teneriffa, riguardato per lungo tempo come la più alta montagna del Globo 1905
22. Apice dell'isole Baleny nelle Terre Antartiche 1900
Varco d'Almagell, nel Vallese, tra la valle di Zermatt e quella di Visp, il più alto varco dell'Europa 1824
Cerro de Mulhacen, apice di tutto il sistema Esperico 1824
Varco del Gigante (Géant), nella Savoja, notevole pel soggiorno di Saussure che vi faceva importanti osservazioni meteorologiche ed esperienze fisiche, e tenuto fino a questi ultimi tempi come il passo più alto dell'Europa; questo varco e quello d'*Almagell* non sono quasi mai praticabili a cagione delle nevi 1763
Varco del *Monte Cervin*, tra il Vallese e la Valle d'Aosta 1750
Etna, vulcano della Sicilia, ritenuto per lunga età come il più alto monte della Terra 1700
Indren, capanna sulla cresta meridionale del Monte Rosa, presso la miniera d'oro del signor Vincent 1681
Altopiano del *Semen*, dell'*Agami*, del *Choa* e di altre parti centrali dell'Abissinia . . . . . da 1300 a 1600
23. Monte Balbi, nell'isola Bougainville (arcipelago di Salomone), apice dell'Australia 1574
Ladak, nel Tibet Medio 1563

Monte Olimpo, nella Tessaglia, apice delle Alpi Slavo-Elleniche e di tutta la parte Europea dell'Impero Ottomano 1525
Casino Gemmellaro, sull'Etna 1505
Infernet, forte compreso nelle fortificazioni di *Briançon*, in Francia 1503
Quito, capitale della repubblica dell'Equatore 1496
Chuquisaca, capitale della repubblica di Bolivia 1459
Sommità del *varco dello Stelvio*, strada carrozzabile la più alta dell'Europa, nell'impero d'Austria 1444
24. Rua-Paiu, apice della Tasmania del Nord (Nuova-Zelanda) nell'Australia . . . 1407
Faulhorn, nel cantone di Berna, monte notevole per le esperienze fisiche e le osservazioni meteorologiche fattevi recentemente da Bravais, Peltier, Martins, ec. e pel suo albergo molto visitato per le belle vedute che indi si godono 1377
Sorgenti del *Bahr-el-Azrek* (Nilo Azzurro) nell'Abissinia, a 2130 miglia lungi dalla foce 1360
Santa Fe di Bogota, capitale della repubblica della Nuova Granada 1355
Dogana sulla china lombarda dello *Stelvio* 1293
Casino dei *Rotteri*, sulla china tirolese dello *Stelvio* 1283
Ospizio del *Gran San Bernardo* 1278
Monte Parnasso (Liacura), nel regno della Grecia 1262
Monte Taygete, ivi 1240
Osservatorio d'*Agassiz* e *Dollfuss Ausset*, sul *Ghiacciajo dell'Aar* nel cantone di Berna, da cui sgorga l'*Aar* affluente del *Reno* 1233
Mucuchies, il più alto villaggio della repubblica di Venezuela 1214
Sorgenti del *Reno*, nella Svizzera 1207
Auçois, nella Savoia, villaggio il più elevato dell'Europa 1200
Altopiano d'*Analuac* o del *Messico* da 600 a 1200
Simla, nell'avallamento del Sutledge, *sanatarium* dell'India Inglese 1170
Mexico, capitale della repubblica di questo nome 1165
Utacamunda, nei Nilgherry, *sanatarium* dell'India Inglese 1150
Sorgenti dell'*Inn*, affluente del *Danubio* 1097
Varco del *San Gottardo*, tra Urseren ed Airolo, nella Svizzera 1091
Varco dello *Splaga*, tra Chiavenna e Tusis 1088
Sorgenti del *Ticino*, affluente del *Po* 1065
Varco del *Moncenisio* (Montecnis), tra Lans-le-Bourg e Susa 1058
S.t Veran, nello scompartimento delle Alte-Alpi, riguardato sino a questi ultimi tempi come il villaggio più elevato dell'Europa 1046
Sorgenti della *Corsaglia*, affluente del *Tanaro*, tributario del *Po* 1036
Varco del *Sempione* (Simplon), tra Brieg e Domodossola 1031
Sorgenti del *Po* 1004
Monte Athos (Agios), nella parte Europea dell'Impero Ottomano 993
Fenestrelle, il *Forte dell'Elmo*, in Piemonte 939
Rigi, montagna fra i cantoni di Schwyz e di Lucerna 924
Sorgenti dell'*Orenoco* 863
Helicon (Palco-Vuna), montagna del regno di Grecia 897
Sorgenti del *Rodano* nella Svizzera 855
Schneekoppe, apice di tutta la monarchia Prussiana 822

Ecla, vulcano dell' Islanda 799
Puy de Dôme, in Francia, notevole per la celebre esperienza di Perrier 757
Sorgenti dello *Hérault*, che dà il nome ad uno scompartimento della Francia, a 50 miglia dalla sua foce 723
Sorgenti dell'*Arno* 695
Monte Serrat, in Catalogna, notevole per la straordinaria sua forma e pel *santuario* della *Beata Vergine* 634
Vesuvio, vulcano presso Napoli 607
Sorgenti del *Tevere* 599
S. Idelfonso, nella Castiglia, il *palazzo* del re di Spagna 595
Brocken, montagna della Germania, notevole per le esperienze fisiche ed osservazioni meteorologiche che vi si fecero, e pel gran numero di viaggiatori che annualmente vi si recano 585
Snowdon, la più alta montagna dell'Inghilterra, notevole per le esperienze di Halley e Derham 558
Schiehallien, nei Grampian della Scozia, notevole per le esperienze di Maskelyne 549
Sorgenti del *Brigoch* e del *Brege* formanti il *Danubio* . . . . . 508?
Altopiano Ispano-Centrale da 260 a 480
Ergi nella parte centrale dell'*Altopiano di Gobi*, nella Mongolia, impero Chinese 409
Monte Sion, a Gerusalemme 376
Confluente del *Brigach* col *Brege*, presso Donaueschingen, riguardato comunemente come la *sorgente* del *Danubio* 354
Lago Celano (Fucino), nel regno di Napoli 341
Madrid, capitale della monarchia Spagnuola 340
Innsbruck, il *pavimento* sotto la cupola della *chiesa dei Gesuiti* 294
Selenghinsk, sulla *Selenga*, nella Siberia Orientale, a 1900 miglia dalla foce del *Ienissei* 272
Monaco, capitale del regno di Baviera, alla *Frauenkirche* 261
Kobbe, nel Darfur, nella Regione del Nilo 250?
Ulm, il *pelo* del *Danubio* 243
Sorgenti del *Niger*, nella Nigrizia Occidentale 242
Sorgenti della *Senna* (Seine) 233
Lago Dsaisang, il più centrale di tutt' i grandi laghi dell'Asia, riguardato come la *sorgente* dell'*Irtich*, e lontano 1800 miglia dalla foce dell'*Obi* 230?
Lago Baikal, nel governo d'Irkutsk, nella Siberia Orientale 222
Irkutsk, sull'*Angara Inferiore*, a 1809 miglia dalla foce del *Ienissei* 208
Tomependa, nella repubblica del Perù, il *pelo* dell'*Amazone*, a 2130 miglia dall'estremità settentrionale dell'isola Mariari alla sua foce 207
Lop, caspio della Piccola-Bucharia, quasi nel centro dell'Asia 200?
Bokhara, nel Turkestan Indipendente . . . . . 200?
Sorgenti del *Mississippi*, propriamente detto, a 1890 miglia dalla sua foce 186
Kuka, presso il lago Tsad, nella Nigrizia. . . . . 180?
Atene, capitale del regno di Grecia, l'*Acropoli* 178
Ratisbona, il *pelo medio* del *Danubio* 167
Hurdwar, nell' India Inglese, sul *Gange*, alla sua uscita dall' Himalaya, a 990 miglia dalla foce dell'*Hugli* 160

Sorgenti del *Paraguay*, tributario del *Rio della Plata*, a 1725 miglia dal punto di Maldonado alla sua foce . . . . . 160?
Vulcano di Cosiguina, sul golfo di Fonseca, nell'America Centrale 156
Norimberga, il *pelo* del *Pegnitz* 148
Popova Gora, la seconda cima del *gruppo* di *Valdai*, nella Russia Europea 146?
Kinnekulle, sulla riva orientale del gran lago Venner nella Svezia, altura rinomata presso i geologi per la natura delle sue roccie 144
Sorgenti del *Volga*, il più gran fiume dell'Europa, a 1590 miglia dalla sua foce 133
Laibach, nell'impero Austriaco, sulla *Sava* affluente del *Danubio* 137
Ustakamenogorsk, sull'*Irtich*, a 1650 miglia dalla foce dell'*Obi* 132
Roanne, il *pelo* della *Loira*, a 345 miglia dalla sua foce 128
Basilea, il *pelo medio* del *Reno*, a 390 miglia dalla sua foce 127
Attock, sull'*Indo*, nel regno di Lahore, a 660 miglia dalla foce del *Sata* . . . 125
S. Fernando de Atabapo, sull'*Orenoco*, a 720 miglia dalla sua foce 118
Torino, il *pelo* delle *acque ordinarie*, al Ponte di pietra, a 230 miglia dalla foce del *Po* 106
Mare Dolce del *Canada*, formato dai soli tre *laghi Superiore, Huron* e *Michigan* 97
Gran Bogdo, la maraviglia della Orda Interiore dei Kirghiz e di altri popoli nomadi (103 tese sopra il livello del Caspio) 90
S. Luigi, sul *Mississippi*, nello Stato del Missuri, ad 810 miglia dalla sua foce 87
Cincinnati, sull'*Ohio*, nello Stato dell'Ohio, a 1080 miglia dalla foce del *Mississippi* 83
Praga, capitale della Boemia, il *pelo* della *Moldau*, a 390 miglia dalla foce dell'*Elba* 83
Bourges, nello scompartimento del Cher, quasi nel centro della Francia, a 210 miglia dalla foce della *Loira* 80
Vienna, al *Franzensbrücke*, il *pelo medio* del *Danubio*, a 900 miglia dalla sua foce 78
Kunduz, nel Turkestan Indipendente, a 720 miglia dalla foce dell'*Oxus* . . . 78
Cima della *piramide di Cheops*, in Egitto nelle vicinanze del Cairo (sopra il suolo) 75
Korosko, nella Nubia, sul *Nilo*, a 630 miglia dalla sua foce. 75
Cima del *Münster*, a Strasburgo (sopra il pavimento) 73
Cima della *Torre di Santo Stefano*, a Vienna (sopra il pavimento) (69. 5) . . . 70
Cima della *Croce* della *Cupola di S. Pietro*, a Roma (sopra il pavimento) 68
Pinsk, nel governo di Minsk, nella Russia Occidentale, il *suolo paludoso* dei *suoi contorni*, situato tra il mare Baltico ed il Mar Nero 68
Mosca, al *piano* dell'*università* 67
Milano, alla *soglia* del *Duomo* 63
Tver, capoluogo del governo di Tver, sul *Volga*, a 1425 miglia dalla sua foce 61
Barnaul, nella Siberia Occidentale, sull'*Obi*, a 1570 miglia dalla sua foce calcolata a 120 miglia sotto Obdorsk 60
Orléans, sulla *Loira*, a 186 miglia dalla sua foce 59
Perm, il *pelo* della *Kama*, affluente del *Volga* 59
Tomsk, nella pianura Aurifera Siberiana, presso il *Tom*, affluente dell'*Obi*, a 1255 miglia dalla sua foce 54
Allahabad, sul *Gange* al confluente della *Djumnah*, a 630 miglia dalla foce dell'*Hugli* 54
Troyes, il *pelo* della *Senna*, a 210 miglia dalla sua foce 52
Dresda, lo zero dell'*idrometro* al ponte dell'Elba, a 330 miglia dalla foce dell'*Elba* 52?
Buda, il *pelo medio* del *Danubio* 49

Varsavia, il *pelo* della *Vistola*, a 200 miglia dalla sua foce 48
Iakutsk, nella Siberia Orientale, sul *Lena*, a 765 miglia dalla foce del suo ramo medio 45
Pavia, il *piede* della *torre del Duomo* 42
Belgrado, nel principato di Servia, sul *Danubio*, a 540 miglia dalla sua foce 40
Gorgouschovatz, nel principato di Servia, presso il *Timok*, affluente del *Danubio*, a 400 miglia dalla sua foce 33
Pulkova, poggio su cui sorge lo splendido *Osservatorio astronomico centrale* dell'Impero Russo 33
Caicara, nella repubblica di Venezuela, sull' *Orenoco*, a 420 miglia dalla sua foce 32
Bologna, il *piano* della *Specola* 32
Verona, il *piede* della *torre della Città* 30
Tours, sulla *Loira* 28
Roma, il pavimento della *Chiesa Araceli*, punto più alto del *Campidoglio* . . . 25
Vulcano di Koosima, nelle acque del Giappone 23
Firenze, il *suolo* alla *piazza di S. Lorenzo*, a 52 miglia dalla foce dell'*Arno* . . 21
Parigi, il *piano* della *Cattedrale* (Nôtre-Dame) 21
Berlino, il *piede* della *Marienthurm* 18
Cologna, il *pelo medio* del *Reno*, a 140 miglia dalla sua foce 18
Tobolsk, la *Città Bassa*, al confluente del *Tobol* coll'*Irtich*, a 750 miglia dalla foce dell'*Obi* 18
Cremona, il *piede* del *Torrazzo*, a 120 miglia dalla foce del *Po* 18
Magdeburg, lo *zero* dell'*idrometro* (17. 49), a 195 miglia dalla foce dell'*Elba* . . 17
Kazan, il *pelo medio* del *Volga*, ad 810 miglia dalla sua foce nel Caspio 9
Caspio d'Aral, impropriamente detto *Mare d'Aral* (5. 6) 6
Il LIVELLO dell'OCEANO e dei mari suoi dipendenti 0
Il *livello* delle *acque* del *Caspio*, tra l'Europa e l'Asia, nell'impero Russo, nella Persia e nel Turkestan Indipendente. . . . . — 13
Il *livello* delle acque del *lago di Tiberiade*, nella Palestina — 51
Il *livello* delle *acque* del *Caspio* della *Palestina* (Mare Morto) . . . . . — 205
Il *fondo* della *miniera* di *carbone fossile* di *Monk-Wearmouth*, presso Newcastle — 234
Il *pozzo artesiano* di *Grenelle* in Parigi . . . . . — 264
Il *pozzo artesiano* di *Neusaltzwerk*, presso Minden Prussiano — 312
Lo *scandaglio* del capitano James Ross nell' Oceano Atlantico, 900 miglia all'occidente dell' isola di Santa Elena, giunse a . . . . . — 4691

Molte e varie sono le induzioni resultanti dalla semplice ispezione degli elementi onde si compone questa Tavola Riassuntiva. I due punti estremi, per esempio, *positivo* e *negativo*, cioè la *vetta* del *Dhawalagiri* e lo *scandaglio* il *più profondo* rammentano quelle mirabili induzioni del grande La Place sulla proporzione probabile fra la profondità dei mari e le più sublimi protuberanze della superficie terrestre, che la sapienza antica aveva intraveduto.

Il punto culminante misurato della Terra offre tali proporzioni, che

volendo pareggiarne l' altitudine con altri monti a noi famigliari, converrebbe al *Monte Bianco*, la più sublime vetta dell' Europa, sovrapporre quel colosso dell'Appennino Insulare, l'*Etna*, ch' è il più grande di tutt' i vulcani Europei e che per tante età fu riguardato come la più alta montagna del mondo; eppure la somma delle loro altitudini sarebbe ancora inferiore di 222 tese al *Dhawalagiri!*

L'*Aconcagua* ci si presenta ancora come una delle più notabili asperità del globo, ed anzi come il monte igniyomo il più elevato che si conosca. Seguitando la comparazione già fatta e con elementi omogenei, dirò che a pareggiarne l' altitudine converrebbe all' immenso *Etna* sovrapporre l' *Ecla*, quindi il *Vesuvio*, poscia lo *Stromboli* e per ultimo l' umile ma terribile *Cosiguina*, le cui cinque altitudini sommate sarebbero ancora di una tesa inferiore al colosso americano. Il Cosiguina, che emerge appena a 136 tese sopra le marine dello Stato di Nicaragua, estende a così sterminate distanze la sfera della sua attività, che, collocato nel posto del Vesuvio, le detonazioni di questo piccolo vulcano sarebbero tali da udirsi in quasi tutta l' Europa, cioè a Lisbona, a Liverpool, a Gottemburg, a Riga, a Kharkof e sino alle falde del Caucaso!

L'Asia ci offre nell'*altopiano* di *Pamer* forse la più sublime intumescenza della superficie terrestre, giacchè, rivale in altitudine del Monte Bianco, vince le più alte vette di tutta Europa e tutti gli altipiani conosciuti del globo. Eppure in quell'alta regione, sul margine del lago Sirikol, numerose mandrie trovano verdi e ricchi pascoli oltre il limite di ogni vegetazione nei nostri climi. Nell'opposto emisfero, i due *altipiani* di *Bombon* nell'Alto Perù e di *Titicaca* nella Bolivia, vengono subito dopo quello di Pamer; e vi vediamo cospicue città e fertili campagne animate da una numerosa popolazione ad un'altitudine superante di molto quella del picco di Teneriffa, mentre lo storico riconosce nel bacino del Titicaca il centro di una civiltà, che coll'impero degli Incas si diffuse per sì gran parte dell'America Meridionale, e la quale, a giudicarne dalle mirabili reliquie e dalle relazioni dei *conquistadores*, era la maggiore di questa parte del Nuovo Mondo. Nell'America Settentrionale l'*Altopiano* di *Anahuac*, così notabile per la

sua ampiezza, offre, all'altitudine dei varchi del Moncenisio e del Grande S. Bernardo, tutt'i doni di una svariata vegetazione insieme ai maggiori filoni argentiferi nelle viscere della terra, e nelle sue piramidi e nelle rovine delle antiche costruzioni le vestigia di que' popoli, che vogliono essere considerati siccome i più inciviliti che gli Europei trovassero in tutto l'Emisfero Occidentale. Quegli ampi spazj pianeggianti, ora aridi e desolati ed ora vestiti di ricca verzura, di cui l'illustre Pallas, da molti dotti seguíto, tanto esagerava l'elevazione nell'Asia Media, benchè di molto inferiori ai suenunziati, sono pur di gran momento per lo storico non meno che pel geografo. Quivi, ad un'altitudine media, pareggiante appena la cima del Vesuvio, hanno stanza quelle genti che fondarono i maggiori imperj menzionati nella storia e diedero la prima impulsione alle terribili invasioni che rovinarono l'impero Romano e l'altro dei Califi. Da quelle numerose tribù di pastori vaganti colle mobili capanne per le ampie solitudini, da quelle nazioni di cavalieri, uscirono Gengiskhan, Kublaikhan e Tamerlano, che, come folgori di guerra, desolarono e soggiogarono tanta parte dell'Antico Continente.

Un tratto importantissimo nel rilievo della superficie terrestre abbiamo ancora in quelle depressioni nello sviluppo longitudinale delle catene montuose, le quali, sotto il nome di *varchi*, *gole*, *colli*, *porte*, formano la comunicazione fra opposte acquependenze. Primeggiano fra tutti i conosciuti per l'altitudine quelli di *Lebon* e di *Manerang* nell'Himalaya, gareggianti colle più alte vette del Globo, alcune poche delle più sublimi eccettuate. L'America Meridionale dal suo canto ha nel *varco* di *Tucto*, un *passo* di quattro tese soltanto inferiore al Monte Bianco, ed in quello di *Assuay*, di trista rinomanza per le vittime che annualmente vi periscono, un'altitudine di molto superiore a quella del Monte Rosa. Anche la nostra Europa vanta per questo riguardo i tre *passi* d'*Almagell*, del *Gigante* e del *Vallese*, i quali, benchè inferiori d'assai ai suenunziati, superano ciò non pertanto tutte le alture di questa parte del mondo, salvo qualche vetta alpina, ed il solo apice del sistema Esperico, che anzi il varco d'*Almagell* giugne a pareggiare. Nè fra i passi delle Alpi si potrebbero trasan-

dare altri di altitudine minore, ma notabilissimi per più riguardi. Così il *varco del Gran San Bernardo*, di tanta celebrità negli annali militari antichi e moderni, rammenta e il congresso dei naturalisti della Svizzera costà raccolti nel 1829, e la *specola metereologica* per avventura la più alta dell'Emisfero Orientale, ed il sublime sagrifizio di quei religiosi, infervorati dalla cristiana carità, i quali risiedono costantemente su quelle balze, ove i conquistatori non fanno che passare, vedendo senza rammarico scemare di un terzo la durata media della loro vita, per accogliere nel loro ospizio, vero porto di quelle regioni desolate, il viandante smarrito nelle nevi e vicino a perire.

Alcuni fiumi scaturiscono ad altitudini tali da gareggiare colle più ardite cime, e dirupatisi dopo un tratto più o meno lungo ad una regione di molto più bassa, volgono alla foce a traverso pianure di tenue pendenza, talora sterminate. Più esempj di questo tratto della geografia fisica ci offre l'Asia: nomino particolarmente quell'elevatissimo altopiano, su cui a breve distanza l'uno dall'altro scaturiscono il poderoso *Indo*, l'immenso *Sutledge* suo affluente, ed il *gran fiume* del *Tibet*, e sull'altopiano di Pamer l'*Amu*, che sgorga dal lago Sirikol; le sorgenti di queste acque trovansi pertanto in una alta regione la quale gareggia, se pure non vince, l'altitudine del nostro Monte Bianco. L'America Meridionale presenta nell'altopiano di Bombon, nella repubblica del Perù, un fenomeno consimile, là ove da tre *laghi*, ad un'altitudine di 2100 tese, effluiscono le prime acque dell'immenso *Maragnon* e de' suoi due poderosi affluenti l'*Huallagua* e l'*Ucayale;* quest'ultimo mediante il Mataro suo tributario. Nella nostra Europa l'Italia ne porge più di un esempio, ma in proporzioni minori d'assai; nomino particolarmente il *Po*, che scaturisce sulle falde del Monte Viso, ad un'altitudine di 1004 tese, e scende così ripido nel breve spazio di 14 miglia piemontesi da non avere più al *Ponte* di *Revello* presso Saluzzo che 180 tese, riducendosi al gran Ponte di pietra sotto Torino a sole 106. Il *Ticino*, che gli reca il tributo delle sue acque, sgorga da un'altezza ancora maggiore; e la *Corsaglia* che mette nel *Tanaro*, altro suo tributario, malgrado la brevità del corso, sgorga pur essa ad un'altitudine superante di 32 tese quella delle sorgenti del

Po. L'*Arno* zampilla presso la vetta della Falterona all'altitudine di 693 tese; ed a *Porciano*, dopo un corso di 7 miglia toscane, si trova non più alto che 271 tesa, ed all'ingresso di Firenze di sole 21 circa. Anche la Francia offre un esempio di altissime scaturigini nello *Hérault*, che, malgrado un breve corso di 55 miglia, scende da un'elevazione di 723 tese, altitudine quasi sestupla di quella delle sorgenti del *Volga*, il quale ha uno sviluppo longitudinale ben 29 volte maggiore.

Altre acque fluenti invece, malgrado la lunghezza sterminata del loro corso, hanno le loro sorgenti ad una così tenue elevazione, da essere perfino inferiore a quella di non pochi umili altipiani. Tale è il *Niger* in Africa, il quale scaturisce a sole 242 tese nel paese di Sangara, e la Senna in Francia a sole 233, altitudini l'una e l'altra di molto inferiori a quelle dell'*Arno* e dello *Hérault*, che pure or ora vedemmo avere un corso tanto più breve. La Russia in quelle ampie pianure, ove il suolo non offre che lievi protuberanze in luogo delle supposte montagne, offre ad un'altitudine oscillante fra le 153 e le 155 tese, ed entro ad uno spazio angusto, le sorgenti di tre poderosi fiumi, dico quelle del *Volga*, della *Duna* e del *Dnieper*, versanti l'enorme volume delle loro acque nel Caspio, nel Baltico e nell'Eusino. I così detti Campos Parexis, quasi nel centro dell'America Meridionale, ripetono, ma in proporzioni incomparabilmente maggiori, questo tratto della geografia fisica dell'Europa, essendo che hanno colà le loro fonti ad un'altitudine oscillante fra le 150 e 160 tese la *Madeira* ed il *Topayos*, tributarj dello sterminato *Maragnon*, ed il *Paraguay* affluente dell'immenso *La Plata*.

Senza parlare di quegli altissimi laghi, onde effluiscono l'Amu, il Setledge, il Maragnon, ec., merita singolar menzione nella Siberia Orientale quel *lago Baikal*, il quale offre con una profondità di oltre 500 tese uno specchio d'acqua dolce eguale al quarto forse dell'area del nostro Adriatico, ma ad una altitudine di 222 tese. Costà, con maraviglia dei naturalisti, vivono degli anfibj, quelle *foche* cioè che in niun luogo della Terra furono ancora rinvenute in acque dolci, salvo quelle del piccolo lago d'*Oron* sollevato a 179 tese, e quelle che con non minor maraviglia si rinvengono nei grandi e depressi bacini salati dell'*Aral* e del *Caspio*.

L'America Settentrionale porge nella riunione dei soli tre *laghi Superiore*, *Huron* e *Michigan*, una superficie talmente ampia da eguagliare quella dell'Adriatico, per cui bene le si addice il nome di *Mare Dolce del Canadà*, da me nell'*Abrégé de Géographie* proposto; eppure quelle acque hanno il loro pelo all'altitudine media di 97 tese. Nell'Emisfero opposto, il *Titicaca*, benchè meno ampio d'assai, estende le sue acque sovra una superficie 42 volte maggiore del nostro Benaco, il più grande dei laghi italiani, ma i suoi flutti ondeggiano ad un'altitudine superante di 295 tese la vetta dell'Etna. La regione dei Laghi Sacri, nell'Asia, già segnalata tra gli altipiani, ne offre nel *caspio di Manasarowar* lo specchio d'acqua di grande estensione, forse il più sublime della Terra, anche non adottando le stime di Moorcroft e di Burnes. Che se vorremo paragonare il suo livello con quello del *caspio della Palestina*, che offre lo specchio d'acqua il più depresso che si conosca, avremo una differenza d'altitudine non minore di 2555 tese, superante l'altezza assoluta di tutte le più alte cime conosciute dell'Europa, dell'Africa e dell'Oceania!

Dall'esame della Tavola Riassuntiva e dalle cose memorate si cavano induzioni di un altro ordine, non meno importanti rispetto alla giacitura di alcuni luoghi abitati. Questi offrono nella varia loro elevazione quasi tutt'i gradi della scala delle altitudini, poche sublimi vette soltanto eccettuate. A questo modo *Taklakot* e *Guri* nell'Himalaya si trovano ad un'elevazione superiore a quella della stessa grande *Montagna di Noè*, uno dei più sublimi colossi dell'Asia. *Deba*, che può riguardarsi qual capitale del Paese di Undes, tanto in voce per quelle finissime lane onde vengono tessuti i decantati scialli di Cascemir, vince in altitudine la vetta del *Cervin*, terza fra le Europee. Le città di *Pasco* nel Perù e di *Potosì* nella Bolivia posano ad un'altitudine, quella superiore al *Finster-Aar-horn*, apice della Svizzera, questa al *Mauna Koa*, punto culminante di tutta la Polinesia, e perciò superanti ambidue non solo il celebre *Olimpo Tessalico*, apice di tutto il sistema Slavo-Ellenico, ma l'*Etna*, il *picco* di *Teneriffa* e molte altre vette primeggianti nelle cinque parti del mondo. La capanna *Indren* accoglie nella stagione estiva i minatori che cavano

l'oro dal seno del Monte Rosa nella regione delle nevi perpetue, ad un'altitudine superante di quasi dugento tese quella del segnalato Olimpo; ed il *forte* dell'*Infernet*, l'*albergo* del *Faulhorn*, il *casino* dei *Rotteri* sullo *Stelvio*, l'*Ospizio* del *Gran San Bernardo* ed il *villaggio* d'*Auçois*, sono i luoghi costantemente abitati i più elevati della nostra Europa. Quasi nel centro della Spagna, sull'altopiano Iberico e presso all'antica Segovia, sulle pendici settentrionali della Guadarrama, sorge quella delizia di *Sant'Idelfonso* da Filippo V edificata, e che l'industria, vincendo la natura, faceva una delle più splendide reggie dell'Europa. Eppure quel palazzo, che le tre arti sorelle concorsero ad ornare, ed i vaghi suoi giardini, lieti per le fresche ombre e per le molte acque in cento ingegnose guise zampillanti, stanno ad un'altitudine di 595 tese, così che, quando la corte spagnuola vi passa la stagione estiva, si trova ad un'elevazione superante il celebre *Brocken* della Germania, lo *Snowdon*, la più alta montagna dell'Inghilterra, la *parte centrale* del vasto *altopiano di Gobi* nella Mongolia ed un grandissimo numero di altre altitudini notabili per più rispetti.

Se da queste alte regioni scendiamo, senza arrestarci ai piani intermedj, ad altitudini di molto inferiori, troviamo *Irkutsk* nella Siberia e *Tomependa* nel Perù sollevate a sole 208 e 207 tese, benchè quella discosta 1800 miglia dalla foce del Ienissei e questa 2150 dall'imboccatura dell'Amazone. Anche i luoghi situati presso alle rive del *caspio Lop*, quasi nel centro dell'Asia e dell'immaginato suo Altopiano Centrale, come del pari la popolosa città di *Bokhara*, essa pure nell'Asia Interiore, pare non sieno più alti di 200 tese sopra il livello dell'Oceano, e perciò di molto inferiori a non poche città della nostra Europa situate nei suoi altipiani i più elevati.

Di quattordici tese soltanto differiscono le altitudini di *Ustakamenogorsk* nella Siberia, di *Roanne* in Francia, di *Basilea* nella Svizzera, di *Attock* nel regno di Lahore, di *San Fernando de Atabapo*, nella Venezuela; ma mentre *Roanne* e *Basilea* distanno 345 e 390 miglia dalle foci della Loira e del Reno, corrono non meno di 660, 720 e 1650 miglia da Attock, da San Fernando de Atabapo e da

Ustakamenogorsk alle foci dell' Indo, dell' Orenoco e dell' Obi. Dai due dati estremi di questi confronti resulta pertanto, che Ustakamenogorsk è quasi cinque volte più lontana dalla foce dell' Obi che non Roanne da quella della Loira; il che mostra essere la pendenza del suolo Siberiano nell' avallamento dell' Obi cinque volte più dolce di quella della grande pianura Francese.

Una diversità anche minore si nota fra l' altitudine di *Cincinnati* nell' avallamento del Mississippi, di *Praga* e di *Bourges* in quelli dell' Elba e della Loira, di *Vienna*, di *Kunduz* e di *Korosko* in quelli del Danubio, dell' Oxus e del Nilo, benchè enorme sia la differenza nelle loro rispettive distanze dalle rive del mare. Bourges, quasi nel centro della Francia, ne dista sole 210 miglia, e Praga, quasi nel bilico dell'Europa, 390, mentre Vienna è discosta ben 900 e Cincinnati 1080. Da ciò emerge essere la pendenza del bacino della Loira e dell' Elba molto più forte di quella degli avallamenti dell'Oxus, del Danubio e del Mississippi; anzi la pendenza di quest'ultimo apparisce più di cinque volte minore di quella del bacino della Loira.

Di due sole tese differiscono le altitudini di *Tver*, di *Barnaul*, di *Orléans* e di *Perm*; eppure quanto diverse le pendenze dei fiumi presso cui giacciono queste città! Si contano sole 186 miglia da Orléans all'Atlantico, mentre una distanza otto volte maggiore, cioè di 1570 miglia, separa Barnaul dall' Oceano Boreale.

Si osserva ancora *Gourgouschovatz* presso il Timok nella Servia alla medesima altitudine di *Caicara* sull' Orenoco, con una distanza dalle rispettive foci del Danubio e dell'Orenoco quasi eguale, dimostrante con ciò che la pendenza nell' ima parte dell' avallamento Danubiano pareggia quella dell' ampio bacino dell' Orenoco. Nè posso tralasciar di osservare che *Cremona* sul Po, *Colonia* sul Reno, *Tobolsk* sull' Irtich stanno alla stessa altitudine di 18 tese, di una sola superiori a quella di *Magdeburgo* sull' Elba. Eppure nelle rispettive loro distanze dal mare, abbiamo per Cremona sole 120 miglia, mentre Tobolsk ne è discosta 750! Da ciò si fa manifesta come la nostra pianura Eridana, rinomata per la mite pendenza, sia per que-

sto riguardo considerabilmente superata da quelle delle ime regioni del Reno, dell'Elba ed ancor più da quegli ampi spazj su cui scorre l'Obi in solitaria maestà.

Abbandonando ormai le alte regioni della Terra e quelle meno elevate ma pure nel centro dei Continenti, scenderemo alle marine, ove si frangono senza aver pace le onde dell'Oceano, per notare sotto al suo livello quelle ampie concavità della superficie terrestre, che la geografia fisica annovera fra i suoi dati più notabili. L'Asia ce li offre.

Costà il bacino, la cui infima parte è ricoperta dai flutti del *Caspio*, presenta la *più ampia depressione del Globo* che si conosca. Il pelo di quelle acque, cui i calcoli precedenti davano un' altitudine negativa di oltre 50 tese, secondo i sapienti lavori dai geometri russi intrapresi per ordine del regnante imperatore Niccolò, non giugne realmente che a sole — 13. Ma la superficie di questa depressione, calcolata fino a *zero altitudine* dall' illustre Struve, pareggia quasi quella del vasto impero Austriaco, giungendo a 180 000 miglia quadrate.

Il viandante, che dalla venerata Gerosolima s'avvia alle sponde del gran *caspio della Palestina*, nota lo quallore delle sue rive, le strane qualità delle sue acque, la natura vulcanica dei terreni circostanti, la mancanza quasi totale di esseri viventi, le quali con l'enorme depressione del suolo ricordano e confermano il racconto Mosaico rispetto agli sconvolgimenti fisici costà avvenuti al tempo, che furono distrutte le primitive città di Sodoma e Gomorra. Ma ancor più si maraviglia il fisico, quando gli strumenti fornitigli dalla scienza gli dimostrano, che lo specchio di quelle acque solitarie sta a 205 tese sotto il livello dell'Oceano, offrendo così la *depressione* conosciuta la *più profonda del Globo*, di modo che l'uomo su quelle rive si trova esser disceso, sempre a cielo scoperto, ad una profondità maggiore di quella di presso che tutte le miniere conosciute!

Raccogliendo finalmente le vele al mio discorso, non occorre ch'io noti, onorandi Colleghi, che le ineguaglianze e le forme locali della superficie terrestre, per quanto importanti rispetto al sollevamento dei Continenti ed allo sviluppo orizzontale delle parti pianeggianti, non

influiscono in alcun modo sulla curva generale del nostro sferoide, e non alterano sensibilmente la sua figura. Le più alte protuberanze del Globo non sono che lievi asperità della sua corteccia esterna. L'*altitudine* del *Dhawalagiri*, punto culminante conosciuto in tutta la Terra, è solo $\frac{1}{4683}$ della sua *circonferenza equatoriale*, calcolata secondo le ultime investigazioni dell'illustre Bessel, $\frac{1}{1468}$ del suo *diametro medio*, ed $\frac{1}{741}$ pure del suo *raggio medio*.

Ma se vorremo comparare i monumenti dall' arte innalzati a quelli della natura, quanto questi ci appariranno smisurati, altrettanto dovremo volgere uno sguardo di compassione alle più ardite costruzioni che s' ebbero il titolo di colossali. La *piramide* di *Cheops*, la più gran mole forse innalzata dall' industria umana, giugne appena alla metà dell' altitudine del *Popova Gora*, una delle più umili protuberanze della nostra Europa.

Le grandi linee d' ineguaglianza dell' area terrestre acquistano pertanto un' importanza infinita rispetto alla configurazione del suolo dall' uomo abitato. Dal loro rilievo dipende l' idrografia e l'ampio sistema dell' irrigazione generale del Globo e ben molte delle fisiche sue condizioni, lasciando stare l' azione sugli umani consorzj dalla storia confermata. Lo studio di queste asperità le quali, anzichè esser difetto, vi esercitano una benefica influenza e vi accrescono vaghezza, è adunque importantissimo, siccome quello che è ricco di utili applicazioni ai bisogni dell' umanità; e riconduce il pensiero all' ampio e splendido argomento della formazione di questa Terra, ove siamo pellegrinanti.

Ma queste speculazioni non appartengono ad un saggio di generale ipsometria, e stanno piuttosto entro ad una sfera vastissima e superiore, di cui tocco i confini senza varcarli. Gli è questo l' argomento di quelle grandi viste sui varj fenomeni dell' Universo materiale e sulle reciproche influenze ond' è governato, che ci sollevano ai più sublimi concetti cui l' intelligenza aspira. Contemplando le armonie della creazione e la perfezione onde sono rabellite le opere tutte della natura, riconosciamo quello stesso divino spirito, che dava lo splendore alle celate gemme, al fiore la fragranza e la vaghezza dei colori, agli

animali la simetria delle forme ed all'uomo uno sguardo volto al cielo ed un'anima per comprenderne ed ammirarne le maraviglie; e adoriamo quell'Onnipossente Iddio che regge tutte le create cose, dalle più infime manifestazioni della vita organica fino agli astri innumerevoli gravitanti nell'immensità dello spazio.

DELLA NATURA DEI LAGHI

E DELLE OPERE INTESE A REGOLARNE L' EFFLUSSO

Memoria

DELL'INGEGNERE ELIA LOMBARDINI

(Letta nelle adunanze dei giorni 7 e 21 agosto 1845)

PARTE PRIMA.

Se v' ha regione incantevole pel contrasto dei luoghi più ameni col più squallido ed imponente aspetto della natura, quella sicuramente si è dei nostri laghi alpini. Il tepore che per legge idrostatica conservano nel cuore del verno le loro acque profonde, sottraendone i margini all'azione del gelo, vi fa prosperare il cedro e l'ulivo. Il gelso e la vite, il pino ed il cipresso vi succedono con vaga gradazione di tinte, per salire alle nude rocce, ed ai ghiacciaj perpetui delle più alte cime, delle quali il candido e frastagliato contorno si dipinge sull' azzurro del cielo. Deliziose ville, popolose borgate e città si elevarono fino dall'antichità più remota su quelle rive, cui la mano dell'industre agricoltore seppe rendere amene e feraci, abbandonando al dominio delle acque la parte che ne veniva coperta coll' alterno variare del loro livello. Ma in ciò fare l' umana previdenza non giunse sempre a considerare gli effetti di quelle cause lentissime la cui azione si rivela soltanto col trascorrere dei secoli. Le civili abitazioni, i templi ed i palagi, che si erano in origine edificati sopra un suolo mai sempre

rispettato dalle acque, si videro coll' andare del tempo esposti a frequenti e durevoli inondazioni, ed alle funeste conseguenze che ne derivano. Dopo gli avvenimenti più disastrosi invocavasi il soccorso dell'arte, si profondevano spese considerevoli per riparare a tanto male; ma i rimedj erano passeggieri, e non sufficienti a toglierlo dalla radice.

La città di Como, e le popolose terre che circondano quel lago, soggiacquero più che mai da parecchi secoli a tali sciagure, che andavano facendosi sempre maggiori. Grandiosi progetti furono proposti e discussi per recarvi riparo, e la sovrana munificenza accogliendo infine quelli che si reputarono più ragionevoli, fece dar mano all'opera, che fu portata a tal punto da risentirne effetti salutarissimi.

Le opinioni degli idraulici, che erano sempre state discordi allorchè si discutevano i progetti di quei lavori, lo sono tuttavia in quanto concerne i risultamenti ottenuti ed i provvedimenti che rimarrebbero ancora a darsi. E ciò è da attribuirsi alla circostanza che, mentre possediamo dottrine accreditatissime sulla fisica dei fiumi, nate fra noi, e ricavate particolarmente dalle osservazioni, altrettanto non avremmo per i laghi che danno origine a quistioni del tutto speciali. La materia è di somma importanza, attesa pure l' influenza che i laghi esercitano sul regime dei fiumi; e più che altrove in un paese quale si è il nostro, ove le acque che ne derivano vengono utilizzate con ogni studio, e sono la base di quell' agricola prosperità che lo distingue da tutti gli altri.

Essendomi occupato da parecchi anni della quistione relativa alla sistemazione dell'emissario del lago di Como, ho raccolto una serie di osservazioni che, coordinate, possono spargere qualche lume su tale argomento, non solo per questo caso speciale, ma per altri eziandio che vi hanno relazione. E senza pretendere di riempire l' avvertita lacuna che tuttora presenta la scienza idraulica, coll'esporre una nuova dottrina sui laghi, al che non sarebbero sicuramente proporzionate le deboli mie forze, procurerò, per quanto esse me lo permetteranno, di dedurre soltanto dai fatti particolari qualche regola generale, aggiungendo un succinto ragguaglio delle più importanti operazioni eseguite o proposte per regolare l' efflusso delle acque che formano un lago.

ORIGINE DEI LAGHI E LORO CLASSIFICAZIONE.

Dagli sconvolgimenti cui soggiacque la corteccia del globo sotto l'azione di cause intestine, dei quali fa fede la svariatissima disposizione delle rocce stratificate di sedimento, ebbero principalmente origine quelle ineguaglianze di superficie che la distinguono in mari ed in continenti, e che costituiscono su questi ultimi i monti, le pianure, le valli ed i laghi. Come a tali cause prevalenti siasi associata l'azione delle acque, e la decomposizione delle rocce, per atterrare da una parte gli ostacoli che si opponevano al corso delle prime, e per colmare dall' altra le cavità nelle quali esse s' incontravano, e come siasi ridotta così la superficie della terra alla condizione in che oggidì la vediamo, sono quistioni che, quantunque abbiano un immediato rapporto colla scienza idraulica, appartengono però piuttosto alla geologia. Io mi limiterò quindi a parlare di quei fenomeni che i laghi presentano nell' odierno loro stato, e di quei cangiamenti i quali si operano tuttora sotto i nostri occhi, e che, quantunque lenti, possono rendere sensibili i loro effetti anche in età non molto remote.

I laghi sono formati dalle acque che vi apportano direttamente i fiumi influenti, da quelle che vi giungono per vie sotterranee, e da quelle che cadono immediatamente sulla loro superficie in forma di pioggia. Se coll'alzarsi del loro livello le acque trovano escita da qualche depressione che incontrino sul contorno del bacino lacuale, formano ivi un fiume che prende il nome di emissario. Ma se le circostanze dei luoghi vi si oppongono, anche senza scaricarsi nel modo preaccennato, l' alzamento delle acque del lago può avere un limite dipendente dal loro disperdimento per vie sotterranee, o per evaporazione.

I laghi perciò si distinguono in *aperti* o *chiusi*, secondo che si trovano nell' una o nell' altra delle condizioni summentovate.

Per stabilire il vero senso dei vocaboli dei quali sarà mestieri far uso in questa nuova materia, chiameremo *afflussi* le acque che concorrono ad un lago per canali aperti, ed *infiltrazioni* quelle che vi

pervengono per canali, o meati sotterranei; *efflussi* si diranno le acque che si scaricano per mezzo dell' emissario, ed *effiltrazioni* quelle che ne escono per vie sotterranee. Seguendo poi l' esempio datoci recentemente da un distinto idraulico italiano (1), chiameremo *acquisti* le quantità d'acqua che si aggiungono al lago per *afflusso, infiltrazione*, ed immediatamente per *pioggia;* e *perdite* quelle che ne vengono sottratte per *efflusso, effiltrazione* ed *evaporazione.* A maggiore semplicità per altro, allorchè si parlerà in seguito di *acque affluenti* od *efluenti*, s' intenderanno in generale gli *acquisti* o le *perdite.*

Ella è legge comune ai laghi d' entrambe le classi suindicate che quando gli *acquisti* superano le *perdite*, avviene un alzamento nel livello delle acque, e viceversa un abbassamento quando queste superano quelli, non avendosi la condizione di *permanenza* del lago, e quindi un livello invariabile, se non quando i primi eguagliano le seconde.

Ne consegue perciò che possono esservi laghi con emissario temporaneo, il quale sarebbe operativo in occasione delle maggiori escrescenze, siccome avviene per quello di Tchany nella Russia Asiatica, che in tali circostanze soltanto versa le sue acque nel fiume Irtisce; ma di questi gli esempj sono assai rari. Lo stesso dicasi di altri laghi aperti o chiusi, alimentati dalle sole infiltrazioni, senza fiumi influenti, e che possono perciò chiamarsi *laghi sorgenti*, e di quelli che sono temporanei, asciugandosi del tutto per effetto principalmente dell' evaporazione.

Dei laghi aperti.

Un lago aperto, fornito cioè di emissario, può essere considerato siccome un tratto di fiume, il letto del quale siasi ampliato, e renduto più profondo. Da questa circostanza per altro deriva una modificazione non lieve nelle leggi che regolano il movimento delle acque

(1) Il sig. commendatore Afan de Rivera nell' interessante Memoria sul progetto della restaurazione dell' emissario di Claudio, e dello scolo del Fucino. Napoli, 1836.

ivi defluenti. E di fatto, mentre in un tronco di fiume di lunghezza limitata, e senza influenti, per qualunque variazione di deflusso il moto delle acque riducesi in brevissimo tempo alla condizione di permanenza, scaricandosene eguale quantità in tempi eguali in tutte le sezioni fluviali, in un lago invece da una data variazione di afflusso deriva in generale una variazione assai minore di efflusso. Imperciocchè, se trattasi di aumento, una porzione delle acque affluenti si accumula nel lago come in serbatojo, alzandone il livello, per scaricarsi successivamente; e nel caso opposto di diminuzione, alla mancanza delle acque affluenti supplisce per alimentare l'emissario l'acqua di già accumulata nel lago.

Azione moderatrice dei laghi e loro capacità.

Ne viene quindi la conseguenza, che ho di già notata in altri scritti, e cioè che i laghi rispetto ai fiumi fanno lo stesso ufficio dei pendoli e dei volanti nelle macchine, rendendone più regolare il deflusso nel tronco inferiore all'emissario, col diminuirlo nel caso di piena, ed aumentarlo in quello di magra. Questa facoltà moderatrice dei laghi, oltre modo benefica pel miglior regime dei fiumi, è tanto maggiore quant'è maggiore la loro capacità in proporzione alla copia delle acque affluenti. Siffatta capacità dipende, a circostanze pari, dalla maggiore o minor superficie del lago, e dalla maggiore o minore altezza sotto la quale possono ivi raccogliersi le acque affluenti in un dato tempo, la quale altezza poi dipende dalla maggiore o minore libertà che le acque incontrano a scaricarsi in relazione all'ampiezza, forma e disposizione dell'emissario. Ora è principio fondamentale della dottrina dei laghi che per un dato tempo *la quantità d'acqua affluente è eguale a quella effluente, più o meno quella di che si è aumentato, o diminuito il lago.* Se quindi considereremo il caso di un afflusso che superi l'efflusso contemporaneo, in un dato stato del lago, per questo la sua capacità sarà positiva, e potrà rappresentarsi col rapporto della quantità d'acqua che si è in pari tempo aggiunta, e dell'afflusso medesimo, stando in ragione diretta della prima, ed inversa del secondo. Se

l'afflusso sarà minore dell' efflusso, avendosi in allora un abbassamento nelle acque del lago, il rapporto del volume della parte sottratta coll' afflusso contemporaneo, esprimente una capacità negativa, sarà negativo. Ove poi l' afflusso eguagliasse l' efflusso, non alterandosi in allora il livello del lago, la sua capacità sarebbe nulla. Vedesi da ciò che l' espressione della capacità varia col variare della misura dell' afflusso che si assume per determinarla, di modo che la prima sarà rappresentata dall' unità, da una frazione positiva, dallo zero o da una frazione negativa, secondo che l' efflusso sarà rispettivamente nullo, oppure minore, eguale, o maggiore dell' afflusso. Siccome poi l' afflusso e l' efflusso sono proporzionali al tempo, mentre non lo è la quantità d' aumento o di diminuzione delle acque del lago che devesi aggiungere o sottrarre per ottenere l' eguaglianza preaccennata, ne consegue che, accrescendosi, o scemando l' afflusso, succederà lo stesso anche per l' efflusso, ma non in via proporzionale.

Se le sponde del lago fossero verticali per tutta quella parte nella quale avvengono le variazioni del suo livello, la misura della superficie lacuale a qualunque altezza rimarrebbe costante. Locchè non avviene quando le sponde sieno inclinate a forma di spiaggia, poichè in tal caso la superficie stessa si accresce all' accrescersi dell' altezza. Ove la prima venga determinata in relazione ad una data serie di altezze, si potrà in tal modo dedurne una scala delle superficie del lago.

Mano mano che dal livello il più depresso sul fondo dell' emissario le acque si vanno alzando, s' accresce il loro efflusso, e per l'aumentata superficie della sezione, e per la maggiore pressione che è causa del loro movimento iniziale. Ma la legge degli incrementi degli efflussi è inoltre determinata dalle dimensioni, forma e disposizione dell' emissario da cui, come si disse, dipende la maggiore o minor libertà degli efflussi medesimi. Conosciuta siffatta legge mediante misure, od eseguite direttamente, o dedotte dall' applicazione di formole idrometriche, se ne può ricavare la scala degli efflussi.

Per determinare col sussidio delle scale precedenti delle superficie e degli efflussi quella della variabile capacità di un lago sarebbe mestieri calcolare ne' diversi suoi stati, per un dato afflusso costante,

l'efflusso contemporaneo, e la quantità dell'acqua di che in pari tempo si aumenta o diminuisce il lago. Nel rapporto di questa coll'afflusso si avrebbe, per ciò che si è detto, l'espressione della capacità per quel dato afflusso. Vedremo più innanzi il metodo che in tal caso sarebbe da seguirsi.

Quando si vogliano porre a confronto diversi laghi per conoscere il grado della rispettiva loro capacità, ciò si può ottenere con sufficiente approssimazione moltiplicandone la superficie ordinaria per l'altezza media sulla magra, e dividendone il prodotto per l'efflusso medio, imperciocchè questo, desunto per un lungo periodo di tempo, corrisponderebbe all'afflusso medio. Essendosi il primo da me determinato in via approssimativa per i principali laghi di Lombardia nei Cenni idrografici che formano parte delle Notizie naturali e civili testè pubblicate[1], si espongono nell'unito prospetto I, insieme agli altri dati concernenti i laghi medesimi, anche i rapporti di *capacità media* ricavati nel modo preaccennato. Presa per unità quella del lago di Garda, si avrebbe pel lago Maggiore 0,24, pel lago di Como 0,25, pel lago d'Iséo 0,19, pel lago d'Idro, da cui esce il Chiese, 0,11. Un calcolo simile venne eseguito pel Lemano, ossia lago di Ginevra, partendo dai dati raccolti in alcune Memorie del colonnello Dufour[2], e dell'Ispettore de' ponti e strade di Francia Vallée[3]; e dalle osservazioni giornaliere delle altezze di quel lago che si espongono nelle tavole mensili della Biblioteca Universale di Ginevra. Presa qui pure per unità la capacità media del lago di Garda, quella del Lemano sarebbe di 0,54.

Quando non si hanno dati positivi nè sulla quantità delle acque effluenti da un lago, nè sulla latitudine delle oscillazioni d'altezza, a porgere un'idea della sua capacità serve anche il rapporto della superficie di tutto il bacino scolante con quella del lago, imperciocchè la prima è proporzionale alla quantità d'acqua affluente, e la seconda a quella che può arrestarsi nel lago.

Suppongasi che in un lago affluiscano le acque ad uno de' suoi

(1) Notizie naturali e civili sulla Lombardia. Milano 1844, coi tipi Bernardoni.
(2) Mém. sur les hautes eaux du Lac Léman. Bibl. Univ. N.° 100 (avr. 1844), pag. 322.
(3) Vallée. Du Rhône et du Lac de Genève. Paris 1842.

estremi, e si scarichino all' altro estremo per un emissario libero; e suppongasi pure che fra l' uno e l'altro di quei punti venga attraversato il lago da una diga che divida in due parti la sua superficie, rimanendo in essa diga un' apertura di scarico corrispondente in tutto e per tutto a quella dell' emissario. In tale supposto *la capacità del lago così diviso sarà aumentata.* E di fatto, in confronto del lago indiviso, una data quantità d'acqua affluente in un tempo determinato, eccedente quella che ne esce, dovrà cagionare un alzamento maggiore nel compartimento superiore, per la scemata sua superficie, e minore nel compartimento inferiore, quindi con un minore efflusso per l'emissario primitivo, locchè corrisponderebbe ad una maggiore capacità dell' intero lago. Se la cosa non fosse in questi termini, se cioè l' altezza dell' acqua nel compartimento inferiore, in luogo di essere minore, fosse eguale a quella che sarebbesi avuta nel lago indiviso, oppure maggiore, l' efflusso contemporaneo per l' emissario primitivo sarebbe pure eguale, o maggiore. Ma siccome in questo caso la somma dell' efflusso per quel dato tempo, e della quantità d'acqua della quale si è aumentato l' intero lago, sarebbe necessariamente maggiore, e dovrebbe, per ciò che si è detto, corrispondere all'afflusso contemporaneo, ne verrebbe così un assurdo, in quanto che il confronto sarebbesi istituito nel supposto di quantità eguali di acqua affluente in tempi eguali. Egli è poi facile dimostrare che quest'aumento di capacità sarà massimo nel caso che la superficie del lago sia divisa in parti eguali, le quali si trovino in circostanze pari, dacchè, nell'ipotesi d' ineguaglianza delle superficie, ove una delle parti scemasse fino a divenir nulla, rimarrebbe in allora inalterata la capacità primitiva del lago.

Ciò che si è detto per emissarj liberi, vale, a circostanze eguali, per emissarj regurgitati. Quanto più ristretta sarà la sezione di questi, e quindi quanto maggiore sarà per tal causa l' impedimento allo scarico delle acque, tanto maggiore diverrà ivi la loro caduta mano mano che se ne accrescerà la copia per effetto di piena.

Slivellamento della superficie lacuale, e fenomeno conosciuto sotto il nome di seiche.

Correvano opinioni discordanti fra gli idraulici circa alla misura della pendenza secondo la quale può disporsi il pelo d'acqua di un lago profondo. Una serie di osservazioni praticate sul lago di Como gioverà a chiarire la cosa. Partendo dall'estremo settentrionale verso Colico, il lago a metà circa della sua lunghezza, e cioè alla punta di Bellaggio, si divide in due bracci, uno de' quali termina a Como e l'altro a Lecco, ove esce l'Adda per l'emissario. A Colico, Como, e Lecco sono collocati tre idrometri, lo zero dei quali, indicante la magra ordinaria, in tempo di calma e di lago permanente, si corrisponde quasi perfettamente (1). Dalle osservazioni giornaliere praticate per otto anni contemporaneamente a Como ed a Lecco si sono sempre riscontrate conformi le indicazioni di quei due idrometri in qualunque stato del lago, dal che si deduce che esso si conserva sempre ad un perfetto livello nell'uno, e nell'altro luogo. Non starebbe quindi la supposizione di taluni che le acque si deprimano da Bellaggio a Lecco per la chiamata dell'emissario, in quanto che dovrebbero sempre, malgrado ciò, conservare lo stesso livello a Bellaggio ed a Como, e non si avrebbe più in allora l'osservata corrispondenza fra gli idrometri di Como e di Lecco. Tale depressione di livello scorgesi soltanto dopo che le acque hanno incominciato a prendere un movimento sensibile in prossimità dell'emissario.

Nell'anno 1835 essendosi pure instituita una serie di osservazioni contemporanee a Como ed a Colico, ho raccolto nel prospetto II quelle che possono maggiormente interessare, notandovi la direzione del vento, senza però poterne indicare sempre la forza. È da osservarsi che il seno di Como è principalmente soggetto ai venti di nord e di nord-est; e quello di Colico ai venti di sud-ovest; come pure che ivi ha foce l'Adda, principale influente del lago. Dall'esame di quel prospetto deducesi

(1) Non avvi che la differenza di circa tre centimetri per l'idrometro di Lecco, il cui zero fu tenuto d'altrettanto più depresso in confronto di quello di Como, dal che per altro non viene alterata la corrispondenza delle altezze contemporanee osservate.

che per due cause diverse si può avere uno slivellamento nelle acque del lago, cioè per effetto di vento, o per quello di piena incipiente. A cagione del vento di Nord il lago sul terminare di giugno avrebbe avuta una contropendenza la quale il giorno 30 sarebbesi portata a $0^m,25$. Dal 24 al 31 maggio invece per l'azione combinata di entrambe quelle cause, sarebbesi avuta nel giorno 26 la massima pendenza di $0^m,45$. Nel giorno 29, essendosi cambiato il vento, la pendenza di $0^m,34$, che tuttora esisteva, devesi precipuamente attribuire alla piena d'afflusso, la quale, per ciò che si dirà in appresso, precede sempre quella del lago. Un effetto simile si è avuto il 1.° ottobre in cui la pendenza era di $0^m,28$ nel medesimo senso. Col successivo alzamento del lago, e col declinare contemporaneo della piena d'afflusso, la superficie delle acque ritorna ad un livello quasi perfetto in tutta la sua ampiezza. Per ciò che si è detto, lo slivellamento dipendente da quest'ultima causa sarebbe soltanto locale nel tronco superiore del lago, e non si estenderebbe ai due bracci di Como e di Lecco. Qualora si praticassero osservazioni contemporanee anche a Bellaggio, oppure a Varenna, questi fatti verrebbero stabiliti in modo più sicuro in relazione alle diverse cause dalle quali possono dipendere.

Sopra alcuni laghi, e particolarmente su quello di Ginevra, fu osservato avvenire talvolta una alterazione di livello repentina e straordinaria cui si è dato il nome di *seiche*, che sembra non si possa attribuire nè a maggior copia delle acque dei fiumi affluenti, nè all'azione del vento, verificandosi ciò anche in tempo di massima calma. Saussure, che fu testimonio di una delle più notevoli di quelle *seiches*, dice (1) che *il lago si alza tutto ad un tratto per 4 o 5 piedi* ($1^m,30$ od $1^m,60$) *e si abbassa in seguito colla stessa rapidità, continuando questo movimento alterno per qualche ora.* Il fenomeno si manifesta nella sua massima misura presso Ginevra, ove esce il Rodano, ed il lago è maggiormente ristretto, scemando d'assai mano mano che questo si va allargando, e particolarmente verso l'altro suo estremo (2).

Il signor Ispettore Vallée, nella precitata sua Memoria sul lago di

(1) Voyages dans les Alpes, T. I, pag. 17.

(2) Mém. de la Société de phys. et d'hist. natur. de Genève. T. VI — 1833

Ginevra (1), dà ragguaglio di uno di questi fenomeni avvenuto nella notte del 2 al 3 ottobre 1841, giusta la relazione che ne fece alla Reale Accademia delle scienze di Francia il sig. Oltremare professore di Ginevra. Il primo alzamento del lago non potè essere determinato perchè sorpassò la scala idrometrica ivi esistente. Al secondo alzamento il lago in soli cinque minuti si elevò 45 pollici (1^{m},22) sopra il suo livello, ed in due ore e trentacinque minuti discese per 34 pollici (0^{m},92) al disotto del livello medesimo, continuando in tali oscillazioni, che mano mano rendevansi meno sensibili, per lo spazio di cinque ore, dopo di che le acque ripigliarono il loro livello primitivo. Lo stesso professore osserva che la rapidità dell'ascensione è tanto maggiore quanto è maggiore la sua elevazione, ed aggiunge che in quella circostanza l'altezza del barometro non ha punto variato.

Non parrebbe però con questo tolta l'idea che il fenomeno fosse effetto di una diseguale pressione atmosferica sulle diverse parti del lago, spiegazione che se ne sarebbe data da alcuni fisici, in quanto che lo stesso effetto potrebbesi avere anche qualora la variazione di tale pressione fosse avvenuta in altra località del lago stesso. Taluni poi pretendono, e lo ammetterebbe lo stesso signor Vallée, che il primo alzamento delle acque sia, in maggiore o minor misura, simultaneo sull'intero perimetro del lago, ed in tal caso egli stabilisce l'ipotesi che tutta l'acqua che si aggiungerebbe così a questo venga somministrata da altri laghi sotterranei coi quali si trovi in comunicazione. Per spiegare lo squilibrio nel loro livello egli suppone che, in causa di un pronto disgelo de' ghiacciaj delle Alpi, in canali sovrapposti a quei laghi sotterranei, comunicanti colla base de' ghiacciaj, le correnti d'acqua scaccino repentinamente l'aria nell'egual modo che avviene nei mantici idraulici, e dalla pressione dell'aria stessa sulla superficie di essi laghi sotterranei farebbe dipendere il contemporaneo alzamento di livello del Lemano. Ne' calcoli da lui istituiti per provare il suo assunto prenderebbe per dato la *seiche* osservata da Saussure il 3 agosto 1763 (2), nella quale circostanza il lago in dieci minuti sarebbesi alzato

(1) Du Rhône et du Lac de Genève, pag. 32.
(2) Op. cit., pag. 18.

a Ginevra per piedi 4. 6. 9. (1^{m},48). E supponendo che l'alzamento medio in tutto il lago fosse di soli cent. 30, ritenuta la superficie lacuale di 600 chilom. quad., le acque avrebbero dovuto affluirvi nella enorme misura di 300 000 metri cubici per secondo. Ma se invece si prende a considerare la *seiche* preaccennata del 2 ottobre 1841, della quale il secondo alzamento, minore del primo, giunse a 1^{m},22 nel breve spazio di cinque minuti, ritenuto ancora ridotto l'alzamento medio lacuale alla moderata misura ammessa dall'autore di 0^{m},30, si avrebbe l'acqua affluente nella quantità veramente strabocchevole di 600 000 metri cubici per secondo. Essa corrisponderebbe a niente meno che a 120 volte quella del Po, a 30 volte quella del Nilo, ed a 13 volte quella del Mississipi in somma piena. A questa immensa massa d'acqua dovrebbero dar passaggio i sifoni per i quali comunicherebbero i supposti laghi sotterranei col lago di Ginevra. Per quanto ingegnosa sia la spiegazione data, la quale sarebbesi comunicata dal signor Arago all'Accademia delle scienze di Francia, non posso però a meno di considerarla appoggiata a supposizioni troppo inverisimili. D'altronde tutto dipende dall'ammettere il fatto che l'alzamento del lago sia veramente simultaneo per l'intera sua superficie, del che non si avrebbe alcuna prova concludente, trattandosi di un fenomeno che avviene all'improvviso, e che dura pochi minuti. Lo stesso sig. Vallée osserva che finora mancano i necessarj idrometri sul perimetro del lago, e che per quelli che vi si avessero a stabilire, le osservazioni dovrebbero regolarsi con buoni orologi al fine di poter conoscere per ogni istante le altezze delle oscillazioni ai diversi punti del lago (1). Essendo quindi supponibile qualche inesattezza nella misura del tempo per le osservazioni che si sono praticate in addietro, ne consegue non essere finora evidentemente dimostrato che il fenomeno stesso non dipenda piuttosto da un semplice movimento di librazione delle acque del solo lago di Ginevra, ipotesi alla quale mi sarà permesso di attenermi fino a tanto che non vengano addotte prove più convincenti in contrario.

Sui laghi alpini della Lombardia rivolti quasi tutti da settentrione a mezzodì, ove ha principio la pianura, dominano giornalmente due

(1) Op. cit., pag. 57.

venti periodici, uno meridionale, che incomincia prima di mezzogiorno e termina alla sera, e l'altro settentrionale, che incomincia alla sera e termina alla mattina. Sembra che il primo sia effetto della dilatazione dell'aria per l'aumentato calore diurno di questa sulla pianura, e che il secondo non sia che un vento *di ritorno* cagionato dall'azione refrigerante delle alte cime alpine.

Del grado d'influenza delle diverse cause di variazioni d'altezza nelle acque di un lago.

Abbiamo osservato precedentemente come i laghi vengano alimentati dagli *afflussi*, dalle *infiltrazioni* e dalle *piogge* dirette, cui in complesso abbiamo dato il nome di *acquisti*, e come le *perdite* consistano negli *efflussi* per mezzo dell'emissario, nelle *effiltrazioni* e nell'*evaporazione*.

Circa alle *infiltrazioni* ed *effiltrazioni*, per la generalità dei casi, nulla possiamo dire, in quanto concerne la loro misura, e solo osserveremo che, dipendentemente dalla pressione delle acque del lago, le prime dovranno essere maggiori in tempo di magra, e le seconde in tempo di piena.

La *pioggia diretta* e l'*evaporazione* possono in date circostanze esercitare un'influenza sensibilissima sull'aumento o diminuzione delle acque del lago, quando la superficie di questo sia considerevole in confronto di quella del bacino scolante. Pel lago di Garda, la cui superficie oltrepassa il settimo di quella dell'intero bacino, l'azione della pioggia diretta può per qualche tempo pressochè eguagliare quella degli afflussi provenienti dal rimanente del bacino, avuto per questi riguardo ai disperdimenti che avvengono per infiltrazione nel terreno, e per evaporazione, ed al ritardato concorso delle acque al lago. Così in un caso non raro di pioggia che in ventiquattro ore dia un'altezza di 5 o 6 centimetri, per quel lago della superficie di 300 chilometri quad. essa corrisponderebbe ad una piena di afflusso di ben 200 metri cubici per secondo, cui probabilmente giunge in complesso la piena ordinaria di tutti i suoi influenti. Pel lago di Como invece, che ha una superficie corrispondente ad un trentesimo di quella del suo bacino, l'azione della pioggia diretta sarà assai meno.

Parlando della evaporazione, abbiamo circa alla sua misura le osservazioni praticate a Roma ed a Torino, delle quali si danno i risultamenti nel seguente prospetto (1).

	Gennajo	Febbrajo	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settembre	Ottobre	Novembre	Dicembre	Media annuale
	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri
A Roma dal 1782 al 1801	0,083	0,097	0,140	0,178	0,228	0,273	0,365	0,354	0,268	0,130	0,115	0,083	2,362
A Torino dal 1803 al 1816	0,017	0,044	0,086	0,104	0,156	0,185	0,234	0,202	0,151	0,078	0,040	0,021	1,317

La notevole differenza che si riscontra in questi risultamenti per quei due luoghi, nel primo dei quali si avrebbe una evaporazione pressochè doppia, riteniamo abbiasi ad attribuire precipuamente alla disposizione dell' apparato che servì alle osservazioni, non potendo ciò derivare esclusivamente, a quanto pare, dalla differenza di temperatura media, che sarebbe di 15°,5 Réaumur per Roma, e di 11°,7 per Torino, stando essa così nel rapporto di 4 a 3. Se però a Roma nei mesi estivi si ha una evaporazione corrispondente a 12 millimetri per ventiquattr' ore, ed all' ombra, si può ritenere che non sarà minore sulla superficie dei laghi di Lombardia, malgrado la loro posizione più settentrionale, per essere esposti nella maggior parte del giorno al sole, ed all'azione dei venti diurni periodici. In questo caso, pel lago di Garda, l' evaporazione corrisponderebbe a 42 met. cubici per secondo, quantità che supera i $\frac{6}{10}$ dell'efflusso ordinario, ed i $\frac{4}{10}$ di quello della piena ordinaria. Pel Lario invece, nella stagione estiva, l' evaporazione corrisponderebbe in tale supposto ad una metà circa, ossia a 20 met. cub. per secondo, e sarebbe così $\frac{1}{9}$ dell' efflusso medio, ed $\frac{1}{16}$ di quello della piena ordinaria, stato nel quale di solito si trova il lago in tale circostanza.

(1) Le osservazioni per Roma sono state fatte al Collegio Romano dai signori Calandrelli e Conti. Dopo il 1787 si eseguirono sulla sommità dell'Osservatorio, mentre in precedenza si praticarono in un punto più depresso, tenendo sempre l'apparato all' ombra. Le osservazioni per Torino furono fatte dal professore Vassalli Eandi (*Prony. Description hydrographique et historique des Marais Pontins. Paris*, 1822, *p.* 110 = *Mem. dell' Accad. di Torino T. XXII', an.* 1817, *pag.* 253).

Nei prospetti III, IV e V si dà un riassunto delle altezze, o degli efflussi nei diversi mesi dell'anno pel *Lemano*, il *Benaco* ed il *Lario*, ricavati da una serie di osservazioni giornaliere. Il primo di quei laghi, alimentato da ghiacciaj delle più alte cime alpine, non è ricco d'acqua che nei mesi estivi, e principalmente nell'agosto, ove di solito giunge al suo massimo, non avendovi d'ordinario influenza notevole nelle altre stagioni le piogge, le quali ivi cadono per la maggior parte in forma di neve. Pel Lario si anticipano alquanto le piene in confronto del primo, attesa l'altezza più moderata dei monti costituenti il suo bacino. Questa anticipazione delle piene estive dovrebbe per una causa analoga essere maggiore nel lago di Garda, minore essendo l'altezza dei monti di quel bacino; ma esse invece vedonsi ritardare all'incirca come pel lago di Ginevra, malgrado l'effetto della evaporazione, la quale, per ciò che si disse, deve moderarle in notevole misura. Tale circostanza, che non si potrebbe attribuire esclusivamente alla maggiore capacità del lago, la quale ne rende più lente le oscillazioni di livello, fa nascere il dubbio che abbia in molta parte a dipendere dalla copia delle infiltrazioni.

Se si prenda la metà dell'altezza della piena massima sulla massima magra per ognuno di quei laghi, avremo per quello di Garda $0^m,94$, per quello di Ginevra $1^m,42$, e per quello di Como $2^m,08$. Confrontando poi con tali altezze quelle medie desunte dal periodo cui si estendono le osservazioni che possediamo (1), si avrà il rapporto delle seconde colle prime, pel lago di Garda, di 0,93; pel Lemano, di $0^m,82$; e pel lago di Como, di 0,60. Questa maggiore, o minore prossimità dell'altezza media effettiva a quella presa fra i punti estremi cui si estendono le oscillazioni di livello d'ogni lago dipende principalmente dal grado di capacità di esso, e quindi da quello della sua azione moderatrice sulle acque affluenti.

(1) L'altezza media del lago di Como si è desunta dal deflusso medio in relazione alla scala primitiva, anteriore cioè alle opere da ultimo eseguite al suo emissario, locchè non si allontanerà molto dal vero. Essa per un deflusso di 187 metri cubi per secondo sarebbe di $1^m,07$ sullo zero di Como, e quindi di 1^m29 sulla massima magra del 1834.

Leggi degli afflussi ed efflussi di un lago.

Abbiamo di già veduto che se la quantità dell'acqua affluente in un lago supera quella effluente contemporaneamente, esso si alza; e viceversa si abbassa quando la prima è minore della seconda; come pure che quella è eguale a questa più o meno la quantità della quale si è nel tempo stesso accresciuta o diminuita l'acqua del lago; e che finalmente esso riducesi ad uno stato di permanenza, e quindi ad un livello costante, quando l'afflusso eguaglia l'efflusso.

Per intenderci meglio in ciò che verrò esponendo debbo premettere che chiameremo *afflusso* od *efflusso unitario* la quantità d'acqua che entra od esce in una unità di tempo, cioè in 1″, ed *afflusso* od *efflusso integrale* quella che entra od esce in un tempo determinato qualunque, fatta per ora nessuna distinzione dei diversi modi coi quali ciò avviene, sia per canali aperti o sotterranei, sia per pioggia diretta od evaporazione.

Se, partendo da uno stato permanente del lago, per piogge o disgelo di nevi, l'afflusso venga a superare l'efflusso, in allora, come si disse, il lago si alza in ragione di un tale eccesso. Giunto l'afflusso unitario al suo massimo, e venendo di poi a scemare, non cessa con ciò di alzarsi il lago, e di aumentare in corrispondenza l'efflusso fino a che questo non abbia eguagliato l'afflusso. In allora si ha uno stato di equilibrio, rimanendo perciò stazionario il livello delle acque. Nelle piene per altro questo stato di equilibrio, partendo da un massimo afflusso, è passeggiero, e corrisponde alla massima altezza del lago, e quindi alla maggior piena di efflusso, la quale così avviene sempre qualche tempo dopo la maggior piena di afflusso. Si può egualmente avere siffatto equilibrio quando, essendosi abbassato il lago per eccesso dell'efflusso sopra l'afflusso, quest'ultimo prende ad aumentare, e giunge a pareggiare l'altro. Il vero stato di permanenza del lago sarebbe però quello nel quale l'equilibrio si mantenesse lungamente al punto da doversi rinnovare per un afflusso eguale dopo una identica successione di afflussi variabili, anche supposta cambiata la condizione dell'emissario.

La misura effettiva delle acque affluenti sarebbe assai ardua, anche limitata alla parte scorrente in canali aperti, in quanto che di solito ha luogo mediante molteplici influenti. Assai più facile si è quella delle acque effluenti, per la circostanza che, fatta astrazione delle effiltrazioni e dell'evaporazione, esse si scaricano da un emissario unico. Qualora, in relazione alle varie altezze del lago, si conosca quest'ultima misura e quella eziandio della sua superficie per un tempo e stato determinato, si potrà facilmente conoscere la quantità d'acqua affluente che vi corrisponde, essendo essa, per ciò che si è detto, eguale alla quantità effluente nel tempo stesso, più o meno quella di che si è accresciuto o diminuito il lago. Basta in allora, nel caso di alzamento, aggiungere alla prima, ossia all'efflusso integrale per quel dato tempo, il volume di aumento delle acque, risultante dalla superficie media lacuale, e dal suo alzamento contemporaneo. Nel caso di abbassamento al contrario, dall'efflusso integrale per quel dato tempo si dovrà sottrarre il volume di diminuzione delle acque determinato nella stessa guisa in relazione alla misura di tale abbassamento.

Abbiamo osservato precedentemente che al fine di determinare la scala delle variabili capacità di un lago, sarebbe mestieri calcolare gli effetti che si otterrebbero nei diversi suoi stati per un dato afflusso costante, cioè l'efflusso contemporaneo, e la quantità d'acqua di che si aumenta o diminuisce il lago, e dal rapporto fra questa e l'afflusso dedurne l'espressione della capacità. In tal caso parlasi di *afflusso* ed *efflusso* integrale, cioè per un tempo determinato; e dato il primo, e lo stato del lago cui si vuole riferire, che si suppone permanente, mediante le scale delle superficie e degli efflussi si cerca quale sia la variazione d'altezza che adempia alla condizione di esaurire l'afflusso medesimo, parte coll'efflusso integrale corrispondente, e parte coll'aumento o diminuzione delle acque del lago, secondo che l'afflusso è maggiore oppure minore dell'efflusso. Giusta quanto fu di già avvertito, dividendo nel primo caso il volume delle acque d'aumento per l'afflusso integrale, se ne avrebbe un rapporto positivo, e nel secondo caso, facendo lo stesso pel volume di diminuzione, se ne otterrebbe un rapporto negativo, l'uno e l'altro

de' quali esprimerebbe la capacità del lago per quel dato stato, ed in relazione a quel dato afflusso preso per unità. Di modo che la capacità stessa può essere rappresentata dall'unità, da una frazione positiva, dallo zero o da una frazione negativa secondo che l'efflusso sarà rispettivamente nullo; oppure minore, eguale, o maggiore riguardo a quel dato afflusso.

Ai rapporti diretti esprimenti i successivi gradi di capacità si possono anche sostituire i rapporti inversi, ossia gli efflussi relativi in parti dell'afflusso preso per unità, i quali vengono ad essere complementi dei primi, e sono tutti positivi. Incominciando da zero, essi esprimerebbero una capacità totale, senza efflusso; quindi una capacità positiva con una frazione minore dell'unità; di poi una capacità nulla coll'unità che rappresenta l'eguaglianza dell'efflusso e dell'afflusso; e finalmente una capacità negativa con una frazione impropria, maggiore cioè dell'unità. A parità di afflusso la capacità positiva sarà maggiore quando minore sarà l'efflusso; e la capacità negativa sarà invece maggiore quando maggiore sarà l'efflusso, imperciocchè l'afflusso corrisponde in quest'ultimo caso alla differenza fra l'efflusso e la quantità di che si è diminuita l'acqua del lago.

Le scale preaccennate delle capacità stanno per quel dato afflusso; ma, venendo questo a variare, si avrebbe una serie di rapporti affatto diversi, attesa la circostanza di già avvertita che non si conserva in allora la proporzionalità tra gli afflussi e gli efflussi.

Siccome gli efflussi vanno sempre crescendo coll'accrescersi delle altezze delle acque, ne viene di conseguenza che le capacità positive, in quanto dipendano dagli efflussi, dovranno invece andare scemando nello stesso senso. Ma nella parte di esse che dipende dalla variabile superficie del lago dovranno invece aumentare, perchè la superficie si accresce coll'accrescersi dell'altezza. Ritenuto però che in via ordinaria l'influenza delle variazioni di efflusso è assai maggiore che non sia quella delle variabili superficie, si potrà concludere che la capacità va scemando col crescere delle altezze, e che quanto maggiore sarà la latitudine delle oscillazioni del lago, tanto maggiore sarà in generale la differenza tra gli efflussi minimo e massimo, e quella eziandio fra le capacità massima e minima.

La cognizione del vario grado di capacità di un lago importa assaissimo allorchè si vogliano determinare gli effetti di una modificazione introdotta o da introdursi nel suo emissario, per la quale venga alterata la scala degli efflussi. La nuova scala di questi potrà essere regolata o sopra distanze eguali a quelle della precedente, oppure sopra efflussi eguali, e nel secondo caso i punti delle due scale corrispondenti ad efflussi eguali li chiameremo *punti omologhi*. Quanto minore sarà la distanza di essi in una delle scale, tanto maggiore sarà la divergenza ascendente di questa, e quindi la sua convergenza discendente. Per l'alterazione di tali distanze potrà avvenire che i punti omologhi, ossia di eguale efflusso, della nuova scala non si trovino più al primitivo livello. Se questo sarà più elevato, avrà avuto luogo un alzamento del lago; se più depresso, un abbassamento, rispetto a quel dato efflusso. In tale supposto, ad efflussi eguali non corrisponderanno più eguali superficie del lago, ritenuto che esse sieno variabili; ma saranno maggiori pel caso di alzamento, e minori per quello di abbassamento. Per analogia chiameremo *parti omologhe del bacino lacuale* gli spazj che, rispetto alle due scale degli efflussi, sono compresi fra le superficie corrispondenti a punti omologhi, ossia di eguale efflusso. Coll'accrescersi la divergenza ascendente di una delle scale, e quindi la sua convergenza discendente, per la minore distanza dei punti omologhi scemerà naturalmente tanto la capacità positiva quanto la negativa, imperciocchè nell'uno e nell'altro senso viene a diminuire il volume delle parti omologhe del bacino lacuale che vi corrispondono.

Si avverte che nei calcoli delle variazioni di volume delle acque e degli efflussi integrali, a maggiore semplicità, si prende per superficie media, o per efflusso medio, la media aritmetica delle superficie, o degli efflussi unitarj estremi, moltiplicando la prima per la variazione d'altezza, e l'altra pel numero de' secondi compresi nel periodo di tempo che si considera.

Per determinare il vario grado di capacità del lago nella primitiva e nella nuova sua condizione, in relazione ad un intervallo di due punti omologhi per l'una e l'altra scala, ossia a parti omologhe del bacino lacuale, supposto un tempo eguale, e trovata la variazione di

volume delle acque del lago che corrisponde a quell'intervallo, si calcola pel tempo stesso l'efflusso integrale, che viene così ad essere eguale per entrambe le scale. Ove le capacità vengano, come di solito, calcolate in direzione ascendente, la somma dell'efflusso integrale e della quantità d'aumento delle acque del lago corrisponderà, per ciò che si è detto, all'afflusso integrale. Questo poi sarà eguale per l'una e l'altra scala quando, oltre alla supposta eguaglianza degli efflussi integrali, vi sia quella delle variazioni di quantità delle acque; e siffatta condizione, che corrisponde ad una capacità eguale, si ha allorchè le variazioni d'altezza stanno in ragione reciproca delle rispettive superficie medie. Qualora non si adempia a tale condizione, risultano diseguali per entrambe le scale gli afflussi integrali, e le capacità, le quali si determinano, come si disse, col rapporto della variazione di volume delle acque, e dell'afflusso corrispondente. Dal confronto di quei rapporti si deduce quale sia l'effetto della alterazione dell'emissario rispetto ai successivi stati del lago che vennero considerati.

E qui è da osservarsi che, variando la misura del tempo stata assunta, si avrebbe una serie di rapporti affatto differenti, perchè, come si è avvertito, gli efflussi e gli afflussi non conservano in allora alcuna proporzionalità; di modo che i rapporti stessi servono soltanto ad indicare in più od in meno una maggiore o minore diseguaglianza di capacità. Pel solo caso di eguaglianza di questa, che importa assaissimo di conoscere, non influisce punto la variazione del tempo, purchè esso sia eguale per le quantità poste a confronto.

Ove si volessero determinare per la nuova condizione del lago gli effetti della alterazione dell'emissario rispetto ad una serie di afflussi variabili che si suppongano avvenuti nello stato primitivo con un dato ordine di quantità e di tempo, in allora, partendo sempre da uno stato di permanenza del lago, si dovrebbero cercare anche per la nuova scala quelle successive variazioni di livello che adempiano alla condizione di esaurire volta per volta il medesimo afflusso, parte coll'efflusso contemporaneo, e parte colla variazione di volume delle acque del lago. Supposti poi conosciuti tutti gli elementi dai quali si era ricavata la

misura degli afflussi nella primitiva condizione del lago, e cioè le variazioni di altezza e di volume delle acque, e gli efflussi integrali contemporanei, si determinerebbero gli stessi elementi rispetto al suo nuovo stato, e quindi si istituirebbero i relativi confronti. Ma tanto di questo calcolo, quanto del precedente, si potrà formarsi un'idea più chiara allorchè se ne farà in seguito l'applicazione a qualche caso speciale, notandosi per ora che, col primo il confronto si fa nell'ipotesi di una serie di efflussi rispettivamente eguali, e sempre fra parti omologhe del bacino lacuale, ciò che non avviene col secondo, ove tale eguaglianza si suppone invece negli afflussi successivi.

Durata delle piene ed oscillazioni massime d' altezza in alcuni laghi.

Per formarci un' idea della durata delle piene di un lago prenderemo a considerare quelle dei tre laghi di Como, di Garda, e di Ginevra, pei quali possediamo una serie d'osservazioni, facendo annotazione della sola parte di ogni piena che supera la piena media, ossia la metà dell'altezza dalla massima magra alla massima piena.

Pel lago di Como la durata ordinaria delle piene sarebbe dai 20 ai 40 giorni. Nel 1845 per la straordinaria copia delle nevi accumulatesi sulle Alpi nel precedente autunno, e per quella delle posteriori piogge estive, la piena durò 114 giorni, ma devesi considerare siccome la successione di sei piene fra loro distinte.

Pel lago di Garda le piene durano dai 100 ai 130 giorni; e pel Lemano dai 110 ai 140. Nel 1845 la piena di questo durò 160 giorni, ma fu l'effetto di tre piene consecutive.

In tutti quei laghi la durata degli incrementi delle acque fino al colmo d'una piena corrisponde in circa alla metà di quella dei decrementi successivi.

Gli incrementi più rapidi d' altezza di raro oltrepassano in ventiquattro ore la misura di cent. 36 pel lago di Como, di cent. 5 per quello di Garda, e di cent. 10 per quello di Ginevra.

Nel lago di Como l' alzamento più rapido che si conosca in questo secolo fu quello osservato durante la straordinaria piena del 1829 il

13 settembre di cent. 75 in ventitrè ore; ed il 20 successivo di centimetri 38 in quattordici ore. Per cagionare un tale alzamento la piena d'afflusso dovette giungere a circa 2000 metri cub. per ogni secondo, mentre la piena massima di efflusso per quell'avvenimento veramente secolare si ritiene non abbia ecceduto 800 metri cub. per secondo. E se le osservazioni si fossero fatte ad intervalli di tempo più brevi, maggiore ancora sarebbe risultato l'eccesso della piena massima d'afflusso su quella di efflusso.

Pel lago di Garda il massimo alzamento avvenne nell'ultimo decennio il 5 novembre 1839, ed il 29 ottobre 1841, giungendo in entrambi i casi a cent. 13 in ventiquattro ore. L'afflusso medio corrispondente per quell'intervallo di tempo sarebbe di 600 metri cub. per un secondo, e cioè quattro volte e mezza il massimo efflusso.

Pel Lemano, dopo il gennajo 1838, fatta eccezione delle *seiches*, il massimo alzamento sarebbe stato quello del 18 settembre 1840 di $0^{m},275$ in ventiquattro ore. Esso corrisponderebbe ad un afflusso medio di 2400 metri cub. per secondo, quadruplo all'incirca dell'efflusso massimo. Causa precipua di quel rapido alzamento fu una pioggia dirottissima che susseguì un vento di S. O. Essa nel giorno 17 corrispose a millimetri 8, ed a millimetri 72 nel giorno 18. Lo strato d'acqua equivalente alla pioggia diretta di quest'ultimo giorno sulla superficie lacuale oltrepasserebbe così il quarto dell'alzamento avvenuto.

La durata assai più notevole delle piene sui laghi di Ginevra e di Garda, e la maggior sproporzione per essi tra gli afflussi e gli efflussi massimi, in confronto del lago di Como, devesi alla loro maggiore capacità, la quale, per ciò che si è detto, va soggetta a minore diminuzione in tempo di piena in conseguenza della minor latitudine delle loro oscillazioni di altezza, e quindi delle minori variazioni di efflusso.

Dei grandi laghi dell'America settentrionale.

I fenomeni preaccennati si riscontrerebbero avvenire in una scala veramente gigantesca ove si fossero praticate osservazioni simili sui

grandi laghi dell'America settentrionale, dai quali ha origine il S. Lorenzo; laghi che per la loro vastità possono piuttosto chiamarsi mari interni, e che costituiscono la massa d'acqua dolce più considerevole che si conosca sul globo.

Quelli che ora verrò esponendo sono i fatti che, rispetto ai laghi stessi, mi fu dato di raccogliere, i quali, malgrado qualche incertezza che lasciano ancora, non cessano perciò di essere di qualche interesse.

Cinque sono quei laghi, della superficie complessiva di 185000 chilometri quadrati, corrispondente così a 1250 volte quella del lago di Como, a 600 volte quella del lago di Garda, ed a 300 volte quella del lago di Ginevra. Essa viene ad essere il terzo della superficie del terreno che vi scola.

Il lago così detto *Superiore*, che è il più settentrionale, della superficie di 62000 chilometri quadrati, ha per emissario il fiume Santa Maria, il quale, con una caduta di 10 metri, in lunghezza di 65 chilometri, si scarica nel lago *Huron*. Questo, insieme al lago *Michigan*, cui è riunito mediante uno stretto, forma un solo specchio d'acqua della superficie di 83000 chilometri quadrati. Il lago Huron si scarica nel lago *Erie*, della superficie di 21000 chilometri quadrati, col mezzo del fiume detto superiormente S. Clair, ed inferiormente Détroit, di una caduta di 9 metri. Il lago Erie poi si scarica nel lago *Ontario*, della superficie di 14000 chilometri quadrati, mediante il fiume Niagara con una totale caduta di 100 metri, dei quali quasi una metà corrisponde alla famosa cascata di Niagara. Dal lago Ontario esce il S. Lorenzo, il quale scorre pressochè solitario per 240 chilometri avanti di ricevere a sinistra il grande influente Ottawa al di sopra di Montreal.

A mezzodì del lago Michigan vi è un'estesa pianura la quale non si eleva che di tre o quattro metri sul livello del lago, e scola le sue acque nell'Illinois che si getta nel Mississipi 20 miglia al di sopra della confluenza del Missouri. Se quindi si alzassero di quattro o cinque metri le acque di quel lago, esse si verserebbero naturalmente nel Mississipi, locchè con ogni verisimiglianza può un tempo essere

avvenuto. Per questa favorevole circostanza si è ivi intrapresa l'escavazione di un canale alimentato dalle acque del lago, il quale deve terminare nell'Illinois, ed unire così il bacino dei laghi con quello del Mississipi (1).

Quei laghi nella parte meno profonda rimangono presi dal gelo dal novembre al principio di maggio, cioè per cinque mesi ogni anno, dopo di che l'estate succede all'inverno senza un passaggio graduato.

Il signor David Stevenson, nel suo interessante schizzo sull'arte dell'ingegnere nell'America del Nord (2), ci dice che l'immensa estensione di quei laghi fa sì che non vadano soggetti a variazioni sensibili di livello. Aggiunge poi essersi osservato un alzamento periodico di circa due piedi (0m,61) ogni sette anni, ma che i fatti relativi a questo singolare fenomeno non si scorgerebbero stabiliti in modo abbastanza soddisfacente.

Il signor Michel Chevalier nella recente sua opera sulle vie di comunicazione dell'America del Nord (3), partendo in generale dalle indicazioni avute dal signor Darby (4), parla egli pure di oscillazioni di livello di quei laghi a lungo periodo. Ci dice di fatto che dopo il 1830 si è manifestato pel lago Erie un alzamento che a Détroit, sul laghetto S. Clair, sarebbe giunto a 1m,60. Nel febbrajo del 1839 l'osservato alzamento sarebbesi ridotto a soli 0m,48.

Il lago Michigan invece dal 1836 al marzo del 1839 si sarebbe alzato di due piedi ed un quarto (0m,68), siccome venne riscontrato dal confrontarne il livello con quello del fondo del canale Illinois ivi escavato (5). E siccome sulla veracità di questo fatto non havvi a dubitare, convien quindi credere che anche pel lago Erie e pel laghetto S. Clair nel 1836 si avesse una elevazione minore di quella osservata nel 1839.

Il signor Allen, che insieme all'ingegnere Blackwell misurò nella state del 1841 la portata del Niagara, e la trovò di circa 10614

(1) Gerstner. Die inneren Communicationen der Vereigneten Staaten von Nordamerica. Wien. 1842-43.

(2) Sketch of the civil Engineering in North America. London. 1838, pag. 68.

(3) Histoire et description des voies de communication aux États-Unis. Paris 1840. T. I, pag. 41.

(4) Wiew of the United States.

(5) Gerstner. op. cit. T. II, pag. 48.

metri cub. per secondo, ci avverte che il lago Erie presso il suo emissario va soggetto a variazioni di alzamento ed abbassamento che giungono a due piedi (0m,61), le quali però dipendono dalla direzione del vento, che ivi di solito spira violentissimo, aggiungendo che tali variazioni sono di breve durata. Nota di poi che per cagionare un sensibile e durevole alzamento od abbassamento di quei laghi si renderebbe necessaria una successione di parecchi anni piovosi, o di siccità (1).

Lo stesso signor Michel Chevalier ci assicura che superiormente alla confluenza dell' Ottawa il S. Lorenzo non va soggetto ad oscillazioni di livello maggiori di mezzo metro (2). Questo fatto non sarebbe in contraddizione con quello indicatoci dal signor Stevenson (3), e cioè che a Quebec le piene del S. Lorenzo si alzino per oltre tre metri, e che a Montreal egli ne abbia osservata una maggiore ancora, potendosi ciò attribuire a piene parziali di quel poderoso influente che vi si scarica superiormente a quest'ultima città.

Dal complesso delle cose esposte risulterebbe abbastanza dimostrato che il livello di quei laghi non va soggetto a variazioni sensibili, come pure che esse non sono soltanto annuali, ma abbraccciano una serie d'anni successivi. E che ciò debba essere si ha luogo a dedurlo dal rapporto della superficie dei detti laghi a quello dell' intero loro bacino, il quale, come si disse, è di 1 a 4, e dall' essere i medesimi divisi da parziali emissarj, circostanze tutte che influiscono ad aumentarne la capacità, siccome abbiamo osservato precedentemente.

Pel lago di Como, di una limitata capacità, ed ove le oscillazioni di livello si estendono a notevole altezza, vediamo queste in ogni stagione dell' anno succedersi dopo breve intervallo di tempo a seconda delle cause da cui dipendono. Quindi una magra jemale, ed una piena estiva, oltre ad altre piene accidentali cagionate da piogge e da rapido squagliamento di nevi. Nel lago di Garda, che è il più

(1) Rendiconto delle adunanze della R. Accademia delle scienze di Napoli, n.° 19, gennaio e febbrajo 1845, pag. 69.

(2) Op. cit. pag. 46.

(3) Op. cit. pag. 90.

capace fra quelli di Lombardia, e le cui oscillazioni si contengono in più ristretti limiti, siffatte variazioni avvengono assai più lentamente, e cioè dopo un intervallo di tempo maggiore, scorgendosi che l'abbondanza o scarsezza delle acque del lago in un anno hanno qualche influenza anche sullo stato dell'anno successivo.

Nei laghi americani questa lentezza deve essere assai maggiore, anche per una sorta di compensazione che ivi avrà luogo in più notevole misura fra alcune cause opposte. Così, avanti che la piena cagionata dallo squagliamento annuale dei ghiacci e delle nevi siasi dai laghi superiori propagata agli inferiori per tutti gli emissarj interposti, è di già subentrata l'azione della evaporazione estiva, il cui effetto sarà ivi necessariamente considerevole, attesa l'ampiezza della superficie sulla quale si esercita. Abbiamo veduto essere verisimile che sui nostri laghi nei mesi estivi l'evaporazione possa giungere a 12 millimetri in un giorno. Supponendo ora che in causa della temperatura più bassa di quelle regioni settentrionali dell'America l'effetto dell'evaporazione si riducesse ivi ad una metà, calcolata sulla superficie di quei laghi, escluso l'Ontario, essa corrisponderebbe ad un deflusso di 11 875 metri cub. per secondo, superiore a quello del Niagara, giusta la misura precedentemente riferita. Gli effetti di quelle cause opposte si renderanno tanto più sensibili quando non avrà luogo che in minor misura l'avvertita compensazione, quando cioè si combinerà un minimo delle une con un massimo dell'altre. Così per esempio, se ad un inverno abbondevole di nevi succeda un'estate piovosa e poco calda, durante la quale sia tenue l'evaporazione, in tal caso avverrà un alzamento della superficie di quei laghi, che sarà poi maggiore ove siffatta combinazione si verifichi per parecchi anni consecutivi. Lo stesso dicasi per altre combinazioni di cause opposte, e cioè d'inverno povero di nevi con un'estate calda e secca.

Nei laghi perciò di limitata superficie e capacità dipendendo le oscillazioni d'altezza principalmente dalla misura degli afflussi ed efflussi, e minore essendo la differenza fra gli uni e gli altri, esse succedono quasi immediatamente alle cause di variazione degli afflussi medesimi, ed in fin d'anno vengono ad equilibrarsi prossimamente gli acquisti

colle perdite. Nei laghi invece e più estesi e più capaci, quali sono quelli preaccennati dell'America settentrionale, per la maggior sproporzione tra gli afflussi e gli efflussi, per la più lenta propagazione degli effetti degli uni e degli altri, e per la più considerevole influenza delle altre cause di perdite o di acquisti, maggiore può essere in fin d'anno lo squilibrio fra questi e quelle che darebbe luogo ad oscillazioni d'altezza annuali. A seconda poi dell'ordine, e della misura in più od in meno con che tali oscillazioni si succederebbero per una serie d'anni, attesa la reciproca loro dipendenza, si verrebbe a raggiungere col tempo un limite massimo o minimo, e ne risulterebbero così le oscillazioni d'altezza a lungo periodo di già avvertite.

Quelle regioni lacuali, che pochi anni addietro erano affatto deserte, trovansi oggidì riunite fra loro, alle coste dell'Oceano Atlantico, ed alla gran valle del Mississipi con molteplici linee di canali navigabili e di strade ferrate, e vedonsi solcate le loro acque da numerose vaporiere (1).

(1) Il lago Erie trovasi ora unito nel territorio del Canadà all'Ontario col canale di Welland, laterale al Niagara, del quale supera così la caduta. Lo stesso lago Erie, mediante il gran canale dell'egual nome, che parte dal suo estremo orientale a Buffalo, si congiunge al fiume Hudson, e quindi a Nuova York; e con tre canali che si staccano dalla sua riva meridionale ad Erie, Cleveland e Toledo, si unisce all'Ohio, influente del Mississipi, ove mettono capo altri canali i quali partono dalla costa orientale dell'Atlantico, ed attraversano la catena degli Allegani. Un canale mette pure in comunicazione l'estremo occidentale del lago Erie con quello meridionale del lago Michigan, ed ha diramazioni che si congiungono all'Ohio. Dallo stesso lago Michigan a Chicago staccasi l'altro canale di già accennato che lo unisce al fiume Illinois, e quindi al Mississipi lungo 165 chilometri. La spesa totale della sua costruzione venne calcolata in 43 milioni di franchi, tre quarti della quale si richiedono pel tronco superiore di 42 chilometri, ove il canale devesi incassare nella pianura dividente i due bacini per 5 o 6 metri di profondità, escavandolo in gran parte nella roccia.

Il canale summentovato d'Erie, lungo 597 chilometri, il quale venne costrutto dal 1817 al 1825 colla spesa di 38 milioni di franchi, si sta ora ampliando coll'enorme dispendio di altri 125 milioni. Questi ultimi lavori furono incominciati nel 1836; nell'aprile 1840 si erano di già erogati 30 milioni, e si erano stipulati contratti fino alla concorrenza di 60 milioni, proponendosi di condurre a termine l'opera nel 1845.

Nel 1840 erano in costruzione più o meno avanzata due strade ferrate che devono unire egualmente il lago Erie all'Hudson. L'una, laterale al canale Erie, termina con tre rami a Troy, Albany e Catskill, sull'Hudson, e l'altra a Tappan, sullo stesso fiume presso Nuova York. Altre due strade ferrate stavansi costruendo fra i laghi Erie e Michigan, ed una terza fra quest'ultimo lago e la punta meridionale del lago Huron.

Il primo legno veliero venne costrutto su quei laghi nel 1679. Nel 1818 si costrusse il

È quindi a prevedersi che in breve una folta popolazione si riunirà nei centri di commercio che mano mano si stabiliscono sulle coste di quei laghi. Ed accrescendosi per tal modo di giorno in giorno l'interesse di conoscerne la natura, è a sperarsi che fra non molto si possano possedere più accurate osservazioni per studiare quei fenomeni in base a dati meno incerti.

Depositi lacuali.

I fiumi che si scaricano nei laghi vi depositano le materie da essi trasportate, formando un delta alla loro foce. L'avanzamento progressivo di tali depositi è tanto maggiore quant'è maggiore la quantità delle materie trasportate dal fiume, e quant'è minore la profondità del lago. Per queste cause può avvenire che siffatti depositi attraversino in tutta la sua larghezza il lago, formandovi una diga che lo divida in bacini separati. Ciò sarebbesi verificato pel lago di Como, nella parte superiore ove i depositi dell'Adda lo hanno separato dal lago di Mezzola che ne era l'appendice, e nella parte inferiore ove i torrenti laterali, colla formazione di scanni alla loro foce, ne hanno divisa l'estremità nei laghetti di Moggio, di Olginate e di Brivio. Lo stesso dicasi pel Lambro, i cui depositi avrebbero diviso il lago di Pusiano da quello di Alserio, i quali, riuniti, sembra corrispondessero all'antico Eupili, di che parla Plinio; così pure per la Linth, che con ogni verisimiglianza avrà diviso il lago di Wallenstadt da quello di Zurigo.

Quando le acque che formano quei depositi possono vagare sopra una superficie molto estesa, e quando a questa causa di rallentamento della loro velocità quella si associa dei regurgiti del lago, in allora i depositi si dispongono sotto una pendenza assai tenue, e di solito verso

primo battello a vapore, che rimase solo fino al 1825 per mancanza di passeggieri e di porti sicuri. Migliorate di poi le comunicazioni interne, nel 1836 se ne contavano 45 della portata complessiva di 9017 tonne. Nel 1839 si aumentarono fino a 61 della portata totale di 17324 tonne; alcuni de' quali giungevano ad 800 tonne di portata.

Gerstner, op. cit. — Michel Chevalier, opera precitata.

il loro estremo, ove essa è minima, danno origine a terreni palustri. Se al disotto del livello di magra il lago ha ivi una considerevole profondità, i depositi di solito vi acquistano una inclinazione assai ripida, dovuta alla più pronta estinzione della velocità delle acque affluenti. Da un profilo del così detto Piano di Spagna alla foce dell'Adda nel lago di Como, ove questa deve ora essere inalveata sopra una nuova linea fra S. Agata e Colico, risulta che il terreno nella parte superiore ha la pendenza di circa 2 per mille, e nella inferiore di $0^m,60$ per mille fino al livello di magra. Oltre un tal limite, nel breve tratto di 60 metri, per la parte subacquea, esso prende l'inclinazione del 35 per 100, che si suppone possa continuare fino al maggior fondo del lago. Un altro profilo simile pel piano compreso fra Bondone e S. Giacomo, ove ha foce il fiume Chiese insieme al torrente Caffaro nel lago d'Idro, vedrebbesi seguita la stessa legge tanto per la superficie superiore alla magra, quanto per la sua scarpa subacquea, la quale però sarebbesi disposta sotto una inclinazione meno ripida di quella preaccennata; e ciò, a quanto pare, per la minore profondità del lago, e fors'anche per la qualità delle materie più sottili costituenti i depositi.

Benefica influenza dei laghi sul regime dei fiumi di Lombardia.

Giusta quanto fu da me osservato in altri scritti, immensi sono i beneficj che la Lombardia ritrae dall'esistenza dei laghi pel miglior regime dei fiumi che ne intersecano la parte piana (1). Se con essi si pongano a confronto i fiumi alpini del Piemonte, o meglio ancora quelli delle venete provincie, che possono per la maggior parte dirsi piuttosto torrenti sfrenati, le piene dei quali invadono estesi territorj, travolgendo sopra di essi una strabocchevole quantità di ghiaje e ciottoli, avremo campo di sempre più convincerci di tale verità. Chiarificate invece le acque dei nostri fiumi in quei vasti serbatoj, per la minore pendenza che loro è necessaria, si sono incassati a notevole profondità, ed in ristretta valle, sotto il livello della pianura circostante.

(1) Notizie naturali e civili sulla Lombardia, vol. I, pag. 137.

limitando così l'estensione del loro dominio (1). L'azione moderatrice di quei laghi riducendo ad una metà ed anche ad un quarto il deflusso delle acque di piena, ed aumentandolo nelle magre successive, lo rende assai più costante, e ne accresce la parte che viene utilizzata. Scemandosi per tal modo la copia delle acque, e quindi la violenza della corrente nelle piene, come pure la massa delle materie da questa trascinate, vengon meno le cause di corrosione delle sponde, e delle variazioni del corso fluviale. L'affluenza nel Po di tutte quelle acque chiarificate serve a mantenerne sgombro il letto dalle materie che vi trasportano in copia gli altri suoi tributarj torbidi, ed a conservare così quel mirabile equilibrio che si riscontra nel livello del suo fondo pei tronchi inferiori, malgrado l'efficacia delle cause che tendono continuamente ad alterarlo. In fine lo stato di limpidezza delle acque stesse ne rese assai più agevole la derivazione e la condotta in quella immensa rete di canali irrigatorj che copre la nostra pianura, e che è il fondamento della straordinaria sua feracità dovuta agli sforzi dell'arte, e da tutti ammirata.

Dei laghi chiusi.

Pei laghi chiusi, privi cioè di emissarj, valgono in generale le leggi che si sono indicate pei laghi aperti, rispetto alle variazioni del loro livello, ed agli acquisti e perdite, ma colla differenza che, consistendo le ultime nelle effiltrazioni soltanto, e nella evaporazione, viene così ad aumentarsi per essi la capacità. Mano mano che per piogge, o disgelo di nevi va alzandosi un lago chiuso, si accresce la sua superficie, e quindi l'effetto dell'evaporazione. In pari tempo per l'aumentata pressione dell'acque sui canali o meati sotterranei pei quali ha luogo l'effiltrazione, questa si fa maggiore; mentre invece, per la controspinta delle acque più alte del lago, scemano le infiltrazioni inferiori alla sua superficie. Dall'azione contemporanea di tutte queste cause fra loro opposte vengono progressivamente mode-

(1) Sistema idraulico del Po. Milano, 1840, presso Luigi Pirola, pag. 8.

rati in maggiore misura gli effetti delle acque affluenti fino a tanto che si raggiunga lo stato di permanenza coll'equilibrio delle perdite e degli acquisti.

Abbiamo veduto come nei laghi aperti che sieno molto vasti, e di considerevole capacità rispetto alla quantità delle acque affluenti, vi sieno oscillazioni di livello annuali, ed altre che possono estendersi ad un periodo di parecchi anni. Nei laghi chiusi, ove minori sono le perdite, e quindi maggiore è la capacità, siffatte oscillazioni annuali ed a lungo periodo devono essere tanto più pronunciate, avendosi un massimo alzamento quando siasi verificata una serie d'anni piovosi e freddi, nei quali massima sia stata la quantità d'acqua affluente, e minima l'evaporazione. Una successione di cause opposte vale per cagionare un massimo abbassamento del livello del lago. Questa legge si renderà manifesta coi fatti che verrò successivamente indicando.

Il più grande dei laghi chiusi è il mar Caspio, del quale l'Aral sembra fosse un tempo l'appendice. Molti altri laghi simili, e di notevole estensione, si trovano particolarmente nell'Asia centrale, i quali, insieme ai primi formano parte di quella immensa regione che dicesi dei *fiumi continentali*, ossia *mediterranei*. Per la similianza poi di quei laghi col più vasto di essi, nelle recenti opere de' più illustri geografi verrebbero distinti col nome di Caspii (1). Io per altro non mi occuperò che dei laghi chiusi cui l'arte ha procurato un emissario artificiale, quali sono quello di *Albano* presso Roma, il *Fucino* nel regno di Napoli, il *Trasimeno* presso Perugia e quelli della valle di *Tenochtitlan*, ove è posta la capitale del Messico. E ne terrò discorso dopo che avrò parlato delle opere eseguite o proposte per regolare l'efflusso de'laghi aperti.

(1) Bory de Saint-Vincent. = Balbi, Elementi di Geografia. Torino, 1844.

PARTE SECONDA.

OPERE ESEGUITE PER REGOLARE L'EFFLUSSO DEI LAGHI.

Laghi aperti.

Sistemazione dell'emissario del lago di Como.

Cenni sulle opere eseguite.

Abbiamo di già osservato come le piene del Lario da parecchi secoli divenissero sempre più alte, rimanendone inondata una parte della città di Como, e molte altre terre e borgate poste sulle rive del lago stesso. La causa precipua di siffatta alterazione si è attribuita ai depositi portati dai torrenti laterali all'estremo inferiore del ramo di Lecco, ove ha il suo emissario, che venne così diviso nei tre laghetti di Moggio, Olginate, e Brivio, mediante quattro scanni formanti altrettante strozzature. A ciò aggiungevasi l'artificiale ristringimento della sezione di queste strozzature per opere pubbliche o private. Nelle prime si annoverava il ponte di Lecco, e gli avanzi di un antico ponte ad Olginate, come pure il chiusone di Lavello e la chiusa di Brivio; fra le seconde, la sporgenza di alcune fabbriche private ostruenti la sezione del canale, ed i manufatti pescherecci. Oltre a tutte queste cause per le quali veniva impedito lo scarico delle acque del lago, concorreva a rialzarne le piene il più rapido afflusso dipendente dal dissodamento dei boschi sulle coste dei monti. A maggiore intelligenza di quanto verrà esposto in appresso si unisce la carta topografica ed il profilo dell'emissario di quel lago (1).

(1) Il signor ingegnere Eugenio Ferranti ci ha gentilmente permesso di far uso di questa tavola, la quale andava unita alla Memoria inedita del defunto ingegnere Filippo suo padre, di cui si parlerà più innanzi. Egli è per ciò che nel profilo vi sono alcune indicazioni le quali non hanno relazione col presente scritto.

Al fine di scemare i disordini preaccennati s'incominciò nel 1440 ad allungare il ponte di Lecco coll'aggiunta di un'arcata; e nove anni dopo si praticarono escavazioni nei prossimi giarrili. Queste si eseguirono in molte altre riprese, particolarmente dopo l'avvenimento di qualche piena straordinaria, prescrivendosi in pari tempo la distruzione dei congegni peschereccì che riescivano di maggior impedimento. Intorno alla metà dello scorso secolo le escavazioni si intrapresero in una maggior misura, ed in pari tempo si operò la deviazione dei torrenti Galavesa e Greghentino, portando a sboccare il primo nel lago di Moggio, ed il secondo in quello di Olginate, ove si avevano notevoli profondità. Questo provvedimento per altro fu di breve durata per essere mancata la manutenzione dei lavori eseguiti, di modo che quei torrenti ripigliarono poco dopo l'antico loro corso, portandosi a sboccare come per lo innanzi, il primo nella stretta di Olginate, ed il secondo nel canale di Lavello.

Praticatasi qualche nuova escavazione al primo scanno di Lecco nel 1792, in seguito non si diede più mano ad altre opere, ed in pari tempo le piene andavano apportando danni sempre maggiori per la progressiva loro elevazione.

Sotto il governo italico si discussero grandiosi progetti per un provvedimento radicale, ma l'entità della spesa, che veniva calcolata in cinque milioni di franchi all'incirca, ed i dubbi promossi sulla possibilità di ottenerne l'effetto nella misura che si desiderava, furono le cause precipue per le quali nulla venisse intrapreso. Si presentarono di poi progetti da alcuni privati speculatori, i quali avrebbero assunta l'opera ad un prezzo minore, promettendo un determinato abbassamento delle piene; ma non riconoscendosi abbastanza garantita l'amministrazione dalle loro proposizioni, queste non vennero accettate.

Finalmente, mercè le paterne cure di S. A. I. R. il Serenissimo Arciduca Vicerè si videro esaudite le istanze delle popolazioni di quelle terre lacuali, quando per decreto sovrano si intraprese la sistemazione dell'emissario del lago mediante un piano di lavori che si estendeva fino a Brivio. Nel 1837 si ordinò la rimozione di tutti i manufatti peschereccì; e venne distrutta la chiusa di Brivio, che sosteneva le

acque pel movimento di molini, e per condurle in addietro nelle fosse di fortificazione. Successivamente si tagliò il chiusone di Lavello che erasi eretto nello scorso secolo per riunire in un solo canale le acque dell'Adda, la quale ivi si divideva in due rami, e per scemarne eziandio la pendenza alla così detta *Rabbia di Lavello*, dando un maggiore sviluppo alla linea fluviale. Questa venne colà di nuovo accorciata con un raddrizzamento del fiume in occasione del taglio di quel manufatto.

Si escavarono di poi con un dato declivio e con una sezione normale i tre scanni di Lavello, di Olginate, e di Lecco, o Pescarenico. La pendenza dei primi due canali fu stabilita nell'uniforme misura di uno per mille. La loro larghezza si determinò in 80^{m} fra ciglio e ciglio delle loro sponde, lasciando due banchine laterali per strada dell'alzaja, oltre le quali si elevarono gli argini, il cui piede veniva a trovarsi alla reciproca distanza di 100^{m}. Per tenere maggiormente raccolte le acque in tempo di magra, nel mezzo del canale si escavò una cunetta della larghezza di 20^{m}. Anche al canale di Pescarenico venne assegnata la normale larghezza di 80^{m}. Queste escavazioni furono praticate parte in asciutto e parte sotto il livello delle acque. In pari tempo si deviarono i torrenti Serta, Galavesa e Bione, portando a sboccare il primo nel ramo abbandonato di Lavello, dopo il taglio ivi eseguito, e gli altri due in località abbastanza profonde del lago di Moggio, e si elevarono chiuse allo sbocco del Greghentino, e dell'Aspide di San Rocco per arrestare superiormente ad esse le materie, ed estrarle di poi in asciutto. Per questi lavori a tutta la primavera del 1842 si è spesa la somma di circa un milione di lire.

Discussioni che vi furono su tali opere, e scritti pubblicati.

I progetti che si fecero sotto il governo italico, e quelli che di poi vennero eseguiti, furono oggetto di discussione nei soli ufficj governativi. Il pubblico incominciò a prendervi parte allorquando nel fascicolo di agosto 1838 della *Biblioteca Italiana* apparve un articolo dell'ingegnere Bruschetti, ove egli prese a trattare di questo argomento. Dopo aver dato ragguaglio di una Memoria inedita del defunto ingegnere

Filippo Ferranti, nella quale si considera un piano di opere conforme in massima a quello che venne intrapreso, egli intese dimostrare che altro ve ne sarebbe stato assai più semplice, la cui spesa, per ottenere il bramato abbassamento delle piene del lago, non avrebbe oltrepassata la somma di lir. 100000. Esso doveva consistere nel tagliare il chiusone di Lavello, ed, occorrendo, anche la chiusa del Tovo, inferiore a Brivio, e nell'applicarvi un sistema di paraporti per regolare l'efflusso delle acque del lago di Como. Paragonando l'emissario di questo ad un vaso diviso da diaframmi, ai quali corrisponderebbero, a suo avviso, le mentovate strozzature di quello, egli pretendeva che, ottenendosi un dato abbassamento negli scompartimenti o bacini inferiori per l'aumentato scarico delle acque, l'abbassamento stesso dovesse essere assai maggiore nei bacini superiori, e quindi nel lago di Como.

Chiesto su tale quistione il mio parere, in una lettera che ebbi a scrivergli, e che venne da lui pubblicata nel tomo 93.° del detto giornale, tentai dimostrare che non era, secondo me, applicabile nel caso concreto la dottrina preaccennata dell'efflusso dei vasi divisi da diaframmi. Ed osservava poi che in questi l'abbassamento ottenuto per maggiore libertà di efflusso in un compartimento inferiore ne cagionerebbe uno bensì eguale, ma non maggiore, nei compartimenti superiori, e che, avuto riguardo alla minore dipendenza che vi ha comparativamente fra l'uno e l'altro bacino dell'emissario del lago di Como, dovrebbe ivi indebolirsi in modo assai più sensibile l'influenza delle variazioni di livello dei bacini inferiori su quello dei superiori a seconda del numero e della disposizione delle strozzature intermedie.

In altra lettera di risposta, che fa seguito alla precedente, egli sostenne ancora il suo assunto, e cioè che ogni differenza o variazione di livello *in una tratta inferiore, porta seco una simile e maggior variazione nella tratta superiore*, come avviene pei vasi divisi da diaframmi ove, secondo lui, ha luogo la stessa legge. Non osservò quindi che in quei vasi le maggiori variazioni di livello dei bacini superiori in confronto di quelle degli inferiori si ha bensì per una variazione di afflusso, ma non già per maggiore, o minore libertà di efflusso nell'in-

fima luce di scarico, essendo in tal caso eguali, come aveva di già indicato, le variazioni di livello in tutti i compartimenti superiori.

Il principio da me dimostrato col semplice ragionamento venne in allora illustrato dall'ingegnere Possenti in una pregevole Memoria intorno allo stesso argomento, ove considerò le singole strozzature dell'emissario di quel lago siccome altrettanti stramazzi, applicandovi il calcolo idrometrico relativo alla dottrina di questi; della quale ipotesi si parlerà più avanti. Il principio stesso poi avrebbe ottenuta la più luminosa conferma dal fatto, ricavandosi dalle osservazioni praticate sull'intero emissario che gli effetti delle opere mano mano eseguite alle singole strozzature erano tanto più sensibili nei bacini superiori, quanto più esse vi erano immediate; e che dalla intera distruzione del *Chiusone di Lavello* non si otteneva quella depressione delle acque del lago di Como che l'ingegnere Bruschetti si riprometteva dall'applicazione di semplici scaricatori con porte al chiusone suddetto.

Studj per determinare gli effetti delle opere eseguite.
Osservazioni contemporanee agli idrometri di Como e di Paderno.

Si fu in quell'occasione che presi a studiare un argomento di tanta importanza, raccogliendo le osservazioni che, coordinate, potevano condurci a qualche conclusione sopra una materia pressochè nuova, e nella prima parte di questa Memoria ne ho esposti in termini generali i risultamenti. Ora verrò indicando quelle osservazioni e studj che avevano per iscopo di determinare gli effetti delle opere eseguite per la sistemazione del detto emissario, ed i provvedimenti che sarebbero a darsi ancora per ottenere completamente lo scopo cui sono intese, aggiungendo ulteriori considerazioni sui principj generali preaccennati dedotte dalla applicazione di essi a questo caso speciale.

Prima mia cura si fu quella di porre a confronto una serie di osservazioni contemporanee praticate all'idrometro di Como, e ad altro idrometro sull'Adda, inferiore all'emissario, tanto anteriormente, quanto posteriormente alle opere, per riconoscere così l'effetto di queste alla prima di esse scale idrometriche. A tal uopo riescirono opportunissime

le osservazioni fatte negli anni 1835 e 1836 all'idrometro posto nell'ultima conca del Naviglio di Paderno, ove questo sbocca nell'Adda a 10 chilometri al disotto di Brivio, osservazioni che furono giornalmente continuate dopo l'intraprendimento dei lavori.

Perchè le indicazioni dei due idrometri avessero a servire al fine cui io mirava, dovevano avere fra loro perfetta corrispondenza, e cioè riferirsi ad un eguale deflusso tanto per l'emissario del lago quanto per l'Adda a Paderno. E siccome le osservazioni facevansi alla stessa ora per le due scale idrometriche, ed a togliere siffatta corrispondenza potevano influire le piene parziali dei torrentelli interposti, come pure il tempo necessario perchè le variazioni di deflusso si comunicassero da Lecco fino a Paderno, ad evitare le anomalie che ne sarebbero derivate, adottai il partito di porre a confronto i due idrometri nelle diverse altezze del lago solo allorquando si aveva per esso e per l'Adda uno stato di permanenza, quando cioè in due o tre giorni consecutivi non si avevano in entrambi i luoghi variazioni d'altezza maggiori di qualche centimetro. Per riempire le lacune che ne risultavano, aggiungeva i termini mancanti coi noti metodi d'interpolazione.

Scale idrometriche comparative.

Nel prospetto VI vedonsi nella prima colonna le altezze successive di decimetro in decimetro della scala idrometrica di Como, cui nella seconda colonna sono contrapposte quelle contemporaneamente osservate a Paderno prima delle opere. Nel prospetto VII poi ho riportate egualmente nella prima colonna le successive altezze della scala idrometrica di Como, e nella seconda quelle contemporaneamente osservate a Paderno dopo le opere. Giovandomi delle preaccennate indicazioni del Prospetto VI, nella terza colonna del Prospetto VII ho contrapposto le altezze che si sarebbero avute all'idrometro di Como prima delle opere, in corrispondenza a quelle dell'idrometro di Paderno, ossia i punti omologhi della scala primitiva; e nella quarta colonna l'abbassamento che si è ottenuto nel lago di Como

per effetto delle opere stesse. Scorgesi così che tale abbassamento sarebbe di cent. 25 allo stato di massima magra avvenuta dopo le opere, cioè a $0^m,40$ sotto lo zero (1); che andrebbe crescendo fino a $0^m,60$ per l'altezza di $1^m,20$, ed a $0^m,67$ per un'altezza di $2^m,20$; dopo di che si riduce l'abbassamento a soli cent. 45 all'altezza di $2^m,87$, limite massimo cui giunsero le acque del lago di Como dopo le opere eseguite.

Questi risultamenti però si riferirebbero ad uno stato di permanenza del lago per le successive altezze indicate, senza porgere alcuna idea degli effetti che si otterrebbero nel supposto di lago variabile dipendentemente dalla misura della capacità ne' diversi suoi stati, la quale sarebbesi alterata in conseguenza dei lavori eseguiti. Nella prima parte di questa Memoria abbiamo veduto come in tal caso gioverebbe determinare una scala delle variabili capacità del lago per giovarsene in quanto si possa, e come per procedere al calcolo relativo sia mestieri avere la scala delle superficie del lago, e quella degli efflussi per l'una e l'altra delle supposte condizioni.

Scala delle superficie del lago.

La prima delle dette scale l'ho dedotta dalle misure che si possedevano della superficie lacuale nello stato di piena ordinaria, e dai risultamenti delle livellazioni del così detto piano di Spagna, ove si espandono in maggior misura le acque del lago di Como, le quali in caso di piena vanno poi a confondersi con quelle del lago di Mezzola senza pendenza apprezzabile fra l'uno e l'altro, e quindi formando un solo specchio d'acqua. Allo stato di zero dell'idrometro di Como la superficie del lago sarebbe di chil. q. 136,755, e per ogni decimetro d'alzamento andrebbe aumentandosi di chil. q. 0,50 fino a $1^m,60$, giungendo in allora a chil. q. 144,755. Da quel punto fino a $2^m,20$, aumentandosi progressivamente la mutua dipendenza del lago di Como

(1) La detta magra dell'aprile 1844 è veramente stata di $0^m,37$ sotto lo zero, ma si è preso il numero tondo per comodo della scala.

e di quello di Mezzola fino a formare, come si disse, uno specchio d'acqua unico, si è ritenuto accrescersi la superficie del lago di Como di due chil. q. per ogni decimetro di alzamento, portandosi così a chil. q. 156,755, supposizione per altro che si fa in via di semplice approssimazione. Per i successivi alzamenti si è adottato ancora il primitivo incremento di chil. q. 0,50 per ogni decimetro, con che si hanno risultamenti poco discordanti da quanto venne indicato rispetto alla estensione delle inondazioni nelle maggiori piene conosciute. Per gli stati di magra inferiori allo zero si considera costante la superficie lacuale, attesa la tenuità delle variazioni di livello, e la ripida inclinazione delle spiagge subacquee precedentemente avvertita.

Scala degli efflussi nella primitiva ed odierna condizione del lago.

La scala degli efflussi che si dà nel precitato Prospetto VI è quella stessa che ho esposta nei Cenni Idrografici sulla Lombardia, ove ho notato le fonti da cui si è ricavata, ed il metodo seguito per determinarla. Di quest'ultima scala ho approfittato per compiere il Prospetto VII, ove nella quinta colonna si sono indicati gli efflussi corrispondenti alla scala idrometrica di Como dopo le opere, ricavandoli da quelli del detto Prospetto VI relativi alle altezze dell'idrometro di Paderno, il quale viene a servire così di anello di concatenazione per tali confronti. Imperciocchè è a ritenersi che, a pari altezza, a quest'ultima scala idrometrica corrispondano eguali efflussi dell'emissario tanto nella primitiva, quanto nell'attuale condizione di esso, per la quale circostanza avevamo di già determinati i punti omologhi, ossia di eguale efflusso, delle due scale idrometriche del lago, anche senza la cognizione degli efflussi effettivi che vennero di poi calcolati (1). Nelle colonne sesta e settima del Prospetto VII si fa poi anche il confronto cogli efflussi primitivi a parità di altezza.

(1) Per gli stati di massima magra scorgonsi alcune anomalie nelle indicazioni dei due idrometri, le quali però si limitano a qualche centimetro di differenza, e sono attribuibili, a quanto pare, alla maggiore o minor copia delle sorgenti da cui è alimentata l'Adda fra l'emissario e Paderno, che dipende principalmente da quella della neve caduta nell'inverno.

Scala delle variabili capacità del lago.

Col sussidio delle scale preaccennate delle superficie lacuali, e degli efflussi ho calcolata nel Prospetto VIII la scala delle variabili capacità del lago, in entrambe le sue condizioni. Nella prima parte si considera lo stato primitivo, e partendo dalla massima magra fino a $3^m,30$ sullo zero, si suppone avvenuto un successivo alzamento di 20 cent. ad ogni intervallo di 24 ore. Contrapponendo ad ogni altezza il corrispondente efflusso unitario, si è preso l'efflusso medio fra due giorni consecutivi, e si è calcolato l'efflusso integrale moltiplicando l'ultimo per 86400, numero de' secondi compreso in 24 ore. Da $3^m,20$ a $3^m,30$, per un alzamento di soli $0^m,10$ si è in via proporzionale limitato il tempo a sole 12 ore.

Contrapposta poi a ciascheduna altezza la corrispondente superficie lacuale, e presa la media fra le consecutive, si è moltiplicata per l'alzamento giornaliero, avendosi così l'aumento delle acque del lago. Sommata questa quantità coll'efflusso integrale, se ne è avuto volta per volta l'afflusso integrale; e, dividendo per questo l'aumento delle acque, se ne è ricavato l'espressione della capacità.

Nella seconda parte di quel Prospetto ho determinati i punti omologhi, ossia di eguale efflusso, della nuova scala corrispondenti a quelli contemplati nella prima parte, e con un metodo simile vennero determinati, oltre agli efflussi integrali, che sono ancora gli identici. i successivi incrementi di volume delle acque del lago, gli afflussi integrali, e le espressioni delle parziali capacità. Nell'ultima colonna poi ho indicato il rapporto di tale espressione con quella della capacità primitiva. Per tal modo si hanno i confronti di tutti questi elementi per le *parti omologhe* del bacino lacuale rispetto ad entrambe le condizioni dell'emissario.

Parlando delle due scale idrometriche comparative del lago, si è veduto dal confronto dei punti omologhi che l'abbassamento sarebbe di $0^m,25$ all'altezza di $-0^m,40$ sotto lo zero della nuova scala; di $0^m,60$ a $+1^m,20$; di $0^m,67$ a $2^m,20$; e di $0^m,45$ a $2^m,87$; altezza massima avutasi dopo le opere.

Così pel primo intervallo sarebbesi aumentata nella direzione ascendente la divergenza della nuova scala in ragione di 0,36 : 1,60, ossia di $\frac{225}{1000}$; pel secondo di 0,07 : 1,10, ossia di $\frac{67}{1000}$; e pel terzo invece si sarebbe diminuita la divergenza in ragione di 0,22 : 0,57, ossia di $\frac{386}{1000}$. Da questa circostanza potevasi arguire che per i primi due intervalli dovesse essere scemata la capacità, ed in una misura maggiore pel primo; e che rispetto all'ultimo la capacità stessa doveva essersi aumentata. E difatti i rapporti esposti nell'ultima colonna del Prospetto VIII indicherebbero all'incirca la stessa cosa, ma con parziali anomalie dipendenti dagli effettivi confronti delle scale idrometriche coi quali si formarono i Prospetti VI e VII. In vista di ciò si sono sommati separatamente gli aumenti successivi di volume delle acque, e gli afflussi integrali del Prospetto VIII per ciascheduno di quei tre intervalli preaccennati, e si sono determinati i rapporti di tali quantità esprimenti la capacità media. Dal confronto poi di questi rispetto allo stato attuale si avrebbero pel primo intervallo 0,931 della capacità primitiva; pel secondo, 0,932; e pel terzo, 1,212. Da ciò si può inferire che realmente per i primi due intervalli si ha una minore capacità, ma che la diminuzione non risulterebbe sensibilmente diversa per l'uno e per l'altro, come sarebbesi invece arguito col solo dato della maggiore o minore divergenza delle scale degli efflussi, concludendo che a scemare pel secondo intervallo la capacità abbia maggiormente influito la più considerevole diminuzione delle superficie lacuali.

Ma per ciò che si è detto quei rapporti esprimenti le capacità devono per loro natura variare ove si cambi la misura del tempo stata assunta per i confronti istituiti, atteso che in allora non si conserva la proporzionalità fra gli efflussi e gli afflussi. Per riconoscere fino a qual punto questa circostanza possa influire nel caso presente, ho determinato quei rapporti anche nel supposto di un tempo doppio, ossia di un alzamento progressivo di $0^m,20$ in 48 ore; e pel primo intervallo ho avuto 0,896, e pel secondo 0,912, i quali differiscono dai precedenti 0,931, e 0,932, ed indicano pel secondo intervallo una minore diminuzione di capacità, riducendosi però in questo caso il divario a $\frac{17}{1000}$. Se si consideri che ciò si è avuto duplicando il tempo degli

efflussi ed afflussi, si potrà concludere che, quantunque le accennate espressioni delle capacità sieno variate senza conservare fra loro la stessa proporzione, pure la differenza non è tale da non poter esse servire con sufficiente approssimazione per le pratiche applicazioni.

Calcolo comparativo per una eguale successione di afflussi.

Abbiamo veduto nella prima parte di questa Memoria come gli effetti di una alterazione dell'emissario si possano determinare non solo nel modo precedente, nell'ipotesi cioè di una serie di efflussi rispettivamente eguali per le successive parti omologhe del bacino lacuale; ma col supporre invece per l'una e per l'altra condizione del lago una serie di afflussi rispettivamente eguali, che si succedano cioè collo stesso ordine di quantità e di tempo, partendo per entrambi i supposti da uno stato permanente del lago corrispondente a punti omologhi, ossia di eguale efflusso. Rispetto alla condizione primitiva del lago questo calcolo l'ho istituito nel Prospetto IX per la straordinaria piena del 1829, e l'ho di già esposto nei *Cenni Idrografici* che formano parte delle *Notizie Naturali e Civili sulla Lombardia*. Essendo esso affatto simile a quello del precedente Prospetto VIII per la determinazione degli efflussi integrali, delle successive variazioni di volume delle acque, e degli afflussi integrali, inutile riesce ogni ulteriore spiegazione in proposito. Noterò soltanto che nell'ultima colonna ho aggiunto anche gli afflussi unitarj medj per porli a confronto cogli efflussi corrispondenti, e dimostrare come i primi vadano soggetti ad oscillazioni comparativamente maggiori, e raggiungano una misura di gran lunga più considerevole. Questo calcolo avrebbe potuto giovare per determinare gli effetti che si avrebbero nell'attuale condizione del lago ove dovesse rinnovarsi quella memorabile piena, ove cioè avesse a ripetersi una identica successione di afflussi; ma siccome ci mancano i dati necessarj per le maggiori altezze del lago, in quanto che quelle osservate dopo le opere non giunsero al limite che si richiederebbe per siffatto calcolo, di sua natura alquanto laborioso, ho preferito di applicarlo invece a casi che si sono di già verificati, e per i quali minori sono le incertezze.

La pubblica voce ha avvalorata l'opinione che, in conseguenza dei lavori eseguiti, in caso di magra ne risentono un danno notevole i canali di derivazione dell'Adda per la scemata copia delle acque, e che d'altra parte le piene di questo fiume divennero più frequenti e più elevate che non fossero in addietro, con pregiudizio dei territorj inferiori che vi sono soggetti.

Per riconoscere se tali opinioni hanno qualche appoggio, ho preso ad esaminare ciò che è avvenuto nei due stati di maggior magra e di maggior piena verificatisi dopo le opere, e cioè nella magra di primavera e nella piena autunnale del 1844.

Calcolo di confronto per la magra del 1844.

Nel Prospetto X si espone il calcolo di quella magra che estendesi dal 28 novembre 1843 al 26 maggio 1844, partendo da uno stato di permanenza del lago che durò cinque giorni senza variazioni maggiori di un centimetro. Nella prima parte vedonsi determinati colle regole preaccennate gli efflussi ed afflussi per tutto quel periodo, tenendo distinta la porzione di questo corrispondente alla stagione jemale, per la quale si ebbe un continuo decremento delle acque fino cioè al 13 aprile, dall'altra successiva ove invece si ebbe un incremento progressivo.

Nella seconda parte di questo Prospetto si determinano gli effetti che si sarebbero ottenuti ove la magra stessa si fosse verificata nella primitiva condizione del lago, ove cioè, partendo da un eguale stato di permanenza di esso, ossia da un punto omologo, si fosse in allora avuta una serie di afflussi coll'identico ordine di quantità e di tempo. A questo fine col sussidio del Prospetto VII si è trovato che l'efflusso unitario di m. c. 148,80, che ora si ebbe a $0^m,42$ sopra lo zero, sarebbesi invece avuto a $0^m,8422$. Dato poi l'afflusso integrale di 96,715 milioni di m. c. per le prime 288 ore, si è ricercato di quanto dovevasi abbassare il lago nella primitiva sua condizione perchè la differenza fra l'efflusso integrale corrispondente ed il volume di diminuzione delle acque equivalesse al detto afflusso inte-

grale. Colla regola di falsa posizione, dopo alcuni tentativi, si è trovato che un tale abbassamento doveva essere di $0^m,2615$, riducendosi così l'altezza del lago a $0^m,5807$. Difatti in tal caso l'efflusso unitario sarebbe stato infine m. c. 108,54; l'efflusso unitario medio, ossia la media aritmetica di questo e dell'efflusso primitivo, m. c. 128,67; e l'efflusso integrale 133,405 milioni di m. c. per le suddette 288 ore. La superficie del lago, in principio, sarebbe stata chil. q. 140,966, e quella dopo il mentovato abbassamento chil. q. 139,658, che danno la media aritmetica di chil. q. 140,312; e moltiplicata questa pel detto abbassamento di $0^m,2615$, si ha il volume di diminuzione delle acque del lago in 36,692 milioni di m. c. Sottratta questa quantità dall'efflusso integrale di 133,405 milioni di m. c., la differenza 96,713 esprime ancora con tutta approssimazione l'afflusso integrale che erasi assunto dapprima.

Con un metodo simile, dato per le successive 240 ore l'afflusso integrale di 57,336 milioni di m. c., si è trovato l'abbassamento di $0^m,1819$, e così di seguito fino al 13 aprile, e cioè per lo spazio di 3288 ore.

Il lago erasi in allora ridotto in istato di permanenza, conservandosi a $-0^m,57$ dal 29 marzo al 13 aprile, per un intervallo cioè di 360 ore; e quindi nella prima parte di questo prospetto si era ripigliato il calcolo con un efflusso unitario di m. c. 23,88 che vi corrisponde. Ma, nel supposto della primitiva condizione del lago, non sarebbesi avuto a tutto rigore un tale stato di permanenza, in quanto che nello stesso intervallo di tempo il lago sarebbesi abbassato di $0^m,0045$ e l'efflusso unitario sarebbesi ridotto da m. c. 24,60 a m. c. 24,13. Attesa però la tenuità di tale differenza in confronto del tempo cui si riferisce, si è qui pure ripigliato il calcolo considerando l'ultimo efflusso unitario di m. c. 24,13 corrispondente ad uno stato di permanenza, per l'altezza di $-0^m,1082$.

Con un metodo analogo perciò si è trovato che per le prime 24 ore, dato l'afflusso integrale di 4,894 milioni di m. c., il lago sarebbesi alzato di $0^m,0198$, con che l'efflusso integrale sarebbe stato 2,171 milioni di m. c., e l'aumento delle acque del lago 2,178 milioni di

m. c., che sommati danno 4,889 milioni di m. c., numero prossimamente eguale a quello esprimente l'afflusso integrale preaccennato. In tal modo si è proseguito fino al 26 maggio, e cioè per lo spazio di 1032 ore.

Avanti di parlare dei confronti istituiti fra i risultamenti avuti in entrambi i supposti, si osserva che nella stagione jemale quando l'efflusso unitario del lago corrisponde a circa m. c. 80, tutti i canali di derivazione dell'Adda hanno la loro intera competenza, mentre per ottenere ciò nella stagione estiva delle irrigazioni è mestieri che l'efflusso medesimo si porti a m. c. 100. Oltrepassando questo i limiti suindicati, il soprappiù delle acque trascorre nel fiume in pura perdita, e quando ne è minore, ne soffrono in complesso una proporzionata deficienza le derivazioni. I confronti perciò si faranno in entrambi i casi che si prendono a considerare fra le quantità d'acqua effluenti utilizzabili sotto gli indicati limiti.

Nello stato attuale del lago, partendo dal 10 dicembre, l'efflusso unitario sarebbesi ridotto al limite dell'intera competenza jemale, di m. c. 80, cui succede la deficienza delle acque, dopo 184 ore $\frac{39}{100}$; mentre nello stato primitivo del lago ciò sarebbe avvenuto 93 ore dopo il 20 dicembre, quindi con un ritardo di 148 ore $\frac{61}{100}$, ossia di giorni 6 ore 4 $\frac{61}{100}$. *Dunque, in conseguenza delle opere eseguite, per la scemata capacità del lago, viensi ad anticipare la deficienza delle acque al formarsi della magra.*

Confrontando ora per lo stesso periodo la quantità assoluta d'acqua utilizzabile in entrambi i supposti, partendo per lo stato attuale dal punto in che l'efflusso unitario si è ridotto al detto limite della competenza intera jemale di m. c. 80; in 2817 ore $\frac{61}{100}$, fino al 15 aprile, l'efflusso integrale sarebbe stato di 372,678 milioni di m. c. Per un tempo eguale, nella primitiva condizione del lago, l'efflusso integrale sarebbe stato invece di 386,599 milioni di m. c., calcolata soltanto la parte utilizzabile, e trascurato quindi l'eccesso sui m. c. 80 per 1″ che si è avuto in principio di quel periodo. *Per effetto adunque delle opere eseguite, fino al 15 aprile, sarebbesi avuta una perdita di 13,821 milioni di m. c. d'acqua jemale utilizzabile, con danno dei canali di derivazione.*

Passando a fare un confronto simile per le acque così dette *estive* al cessare della magra nel secondo periodo preaccennato di questa, partendo dal 15 aprile, l'intera competenza di 100 m. c. per 1″ sarebbesi ora avuta dopo 70 ore $\frac{69}{100}$ successive al 21 maggio, mentre nello stato primitivo ciò sarebbe avvenuto dopo 25 ore $\frac{81}{100}$ successive al 25 maggio, di modo che *per la scemata capacità del lago, in conseguenza delle opere, l'intera competenza estiva dei canali di derivazione avrebbe con loro vantaggio anticipato di* 49 *ore* $\frac{15}{100}$.

Rispetto poi alla quantità assoluta degli efflussi, arrestandosi per questo secondo periodo al punto ove nella primitiva condizione del lago sarebbesi raggiunto appena il limite dell'intera competenza, con che si avrebbe un intervallo di 1031 ore $\frac{84}{100}$, e calcolata qui pure nello stato attuale del lago la sola parte d'efflusso utilizzabile che vi corrisponde, si avrebbe in tal caso l'efflusso integrale di 188,185 milioni di m. c., e nello stato primitivo quello di 181,869 milioni di m. c. *Quindi per quest'ultimo tempo le derivazioni avrebbero guadagnato il deflusso di* 6,316 *milioni di m. c. in conseguenza delle opere eseguite.*

Questo guadagno di deflusso non giungerebbe veramente in quantità alla metà della perdita precedente, ma se si calcoli il valore dell'acqua nell'uno e nell'altro di quei periodi, esso supererebbe la perdita stessa a molti doppi. Ne basta in tal caso porre a confronto i soliti prezzi delle acque jemali con quelli delle estive, che variano di già da 1 a 10, dovendosi invece considerare l'utile incomparabilmente maggiore che si ottenne dall'accennato aumento d'acqua irrigua nella circostanza oltremodo critica di quell'arida primavera. E di fatto esso sarebbesi avuto dal 28 aprile al 26 maggio, e per oltre una metà dal 18 al 26 maggio, in un momento che era decisivo per la perdita dei prodotti del suolo nel Milanese, Lodigiano e Cremasco. Dalle premesse cose se ne può quindi inferire che *la scemata capacità del lago di Como in magra, in conseguenza delle opere eseguite al suo emissario, se è cagione di qualche perdita nell'uso delle acque jemali, la compensa ad usura col più pronto scarico delle acque estive nella susseguente primavera, quando maggiori sono i bisogni dell'irrigazione.*

Calcolo simile per la piena dell'ottobre 1844.

Rispetto alla piena del 1844 il calcolo che si dà nel Prospetto XI, simile al precedente, è pure diviso in due parti. Nella prima si determinano gli efflussi ed afflussi che effettivamente si sono avuti, e nella seconda, dati i successivi afflussi integrali ricavati in tal modo, si sono determinati gli effetti che si sarebbero ottenuti nella primitiva condizione dell'emissario, prevalendosi sempre delle scale degli efflussi relative ad entrambi i supposti, e di quella delle superficie del lago di già indicata. Questo calcolo dovrebbe partire da uno stato di permanenza del lago per porsi in parità di circostanze nei due casi che si prendono a considerare. Ma siccome esso fu variabile per un intervallo di tempo anteriore assai lungo, fu mestieri incominciare da un punto meno distante, trattandosi, come si disse, di un conteggio alquanto laborioso, e si è perciò scelto il 18 ottobre, nel quale il lago trovavasi allo stesso livello del giorno precedente, di $2^{m},18$, e quindi se non in uno stato di permanenza, in quello almeno di equilibrio di qualche durata. Avvenuto poi un abbassamento di 8 centimetri nel giorno 19, nel successivo giorno 20 sarebbesi questo limitato a 2 centimetri, rialzandosi nel giorno 21 di 25 millimetri, di modo che anche in questi due giorni precedenti la piena vi sarebbe stato un certo quale equilibrio prossimo alla condizione di permanenza.

Richiamando per i particolari di questo calcolo quanto si è detto per quello della magra, vedesi come nella seconda parte, incominciando dal supposto stato di permanenza del lago, e da un punto omologo delle due scale idrometriche, siasi trovata giorno per giorno quella variazione di livello che adempiva alla condizione di esaurire l'afflusso integrale corrispondente colla somma, o differenza dell'efflusso integrale contemporaneo, e del volume d'aumento, o di diminuzione delle acque del lago.

Determinati così di mano in mano gli abbassamenti ottenuti in conseguenza delle opere eseguite, i rapporti e le differenze degli efflussi, se ne hanno i seguenti risultamenti.

Nel colmo della piena, e cioè il 26 ottobre, l'abbassamento sarebbe stato di $0^m,617$.

L'efflusso unitario medio fino al 30 ottobre sarebbe stato sempre minore, e particolarmente nel colmo della piena, ove la diminuzione giungerebbe quasi al 7 per 100, ossia a m. c. 37,72.

L'efflusso unitario massimo sarebbe stato minore di m. c. 40,33.

L'efflusso integrale pel detto periodo della piena sarebbe stato di 638,767 milioni di m. c. nell'attuale condizione del lago, mentre nella primitiva avrebbe raggiunto i 671,491 milioni di m. c., di modo che sarebbesi ora avuto una diminuzione di efflusso di 12,729 milioni di m. c., ossia di circa il 2 per 100 in complesso.

Verrebbe con ciò provato, in opposizione a quanto ha ammesso la pubblica opinione, che, *in conseguenza delle opere eseguite, nella piena dell'ottobre 1844 è stato minore lo scarico del lago in confronto di quanto sarebbe avvenuto nella primitiva sua condizione. Non starebbe perciò il fatto che per tal modo siasi aumentata l'altezza e la durata delle maggiori piene dell'Adda a danno dei territorj inferiori.*

Altro calcolo simile per una piena ipotetica.

Il primo degli esempj addotti per l'applicazione del calcolo precedente riguarda il solo stato di magra, ed il secondo quello di piena; e siccome questa partirebbe da uno stato di permanenza alquanto elevato, non avremmo così un'idea degli effetti della variata capacità del lago per gli stati intermedj. Imperciocchè, quando in siffatto calcolo si parte da un dato stato di permanenza del lago, il grado di capacità relativo agli stati più depressi non vi ha più alcuna influenza. Veduto che di solito le piene del lago avvengono dopo che si è ridotto prossimamente alla condizione di permanenza in uno stato di acque ordinarie, o poco più elevato di questo, ho istituito nel Prospetto XII un calcolo analogo pel caso ipotetico di una piena che, nella primitiva condizione del lago, si formi partendo da $1^m,10$ sullo zero dell'idrometro di Como, e che rialzi giornalmente il lago per 10 centimetri fino a quel limite pel quale abbiamo osservazioni comparative, cioè fino a $3^m,40$ della scala primitiva.

Seguendo le stesse regole del calcolo precedente si danno i risultamenti analoghi di efflussi, incrementi di volume delle acque, ed afflussi, nella prima parte per l'anteriore condizione del lago, e nella seconda parte per l'attuale, dopo cioè le opere per la sistemazione dell'emissario. Nella quarta colonna di questa si dà l'abbassamento che si sarebbe ottenuto, e nell'ultima il rapporto coll'efflusso primitivo.

Circa all'abbassamento, partendo dal limite minimo di $0^m,425$ al principio della piena, si giunge al massimo di $0^m,585$ a $2^m,415$ della scala attuale, dopo di che esso va riducendosi a $0^m,556$ all'altezza di $2^m,844$. Per gli efflussi vedesi il maggior incremento, che varia dal 5 al 9 per 100, dal principio fino a $1^m,682$ di essa scala, in confronto degli efflussi primitivi; quindi un tale eccesso va declinando avvicinandosi gli efflussi all'eguaglianza a $2^m,415$, cui corrisponde all'incirca anche il massimo abbassamento; dopo di che essi divengono minori. E confrontando le somme parziali degli efflussi integrali per que' tre intervalli distinti, si avrebbe pel primo nello stato attuale il rapporto di 1,067; pel secondo quello di 1,045; pel terzo quello di 0,985, e per termine medio quello di 1,056 coll'efflusso primitivo preso per unità. Fatto con questi dati il calcolo sugli efflussi unitarj, si avrebbe per termine medio nel primo intervallo un aumento di m. c. 19,68; pel secondo, di m. c. 21,16; e pel terzo, una diminuzione di m. c. 9,41. L'efflusso massimo poi sarebbe scemato di m. c. 24,64. Così per altra via avressimo ottenuti de' risultamenti pressochè conformi a quelli del Prospetto VIII al fine di dimostrare in che consistano le modificazioni cui è andato soggetto il vario grado di capacità del lago in conseguenza delle opere eseguite al suo emissario.

Nella piena del 1844 il massimo abbassamento si sarebbe avuto da principio in $0^m,67$, e nel colmo di esso vedrebbesi ridotto a $0^m,617$. Nella piena ipotetica del Prospetto XII l'abbassamento massimo di $0^m,585$ si avrebbe presso il punto ove le capacità si eguagliano, dopo di che andrebbe scemando fino a $0^m,556$ nel colmo di essa piena. Queste differenze che si hanno nella misura e progressione di tali abbassamenti, devonsi attribuire, per una parte al minore abbassamento iniziale da cui si partiva nel secondo caso, e per l'altra alla circostanza che in questo

si comprende un intervallo pel quale la capacità del lago nell'attuale sua condizione sarebbe minore, mentre nel primo caso essa sarebbe quasi sempre maggiore.

Confrontando gli efflussi massimi, si rileva che mentre per la piena del 1844, nella condizione attuale del lago, sarebbesi avuta una diminuzione di m. c. 40,33, nella piena ipotetica si ridurrebbe questa diminuzione a m. c. 24,64. Tale differenza è da attribuirsi al minore abbassamento avutosi nel secondo caso, il quale rende minori le differenze degli efflussi. In generale poi, quanto maggiore sarà la diminuzione di capacità del lago nell'intero periodo della piena, e particolarmente verso il suo colmo, in confronto di uno stato primitivo, altrettanto maggiore diverrà l'eccesso dell'efflusso massimo.

Nella piena del 1844 si è notata la rapidità del suo decremento, che sarebbe stato di $0^m,55$ in cinque giorni, e si considerò siccome effetto delle opere eseguite. Ma dal Prospetto XI si avrebbe invece un abbassamento maggiore ancora, ossia di $0^m,586$ nell'ipotesi dello stato primitivo; dovendosi perciò attribuire quell'effetto al rapido decremento dell'afflusso che avvenne dopo il colmo della piena, il quale ha nessun rapporto colla condizione dell'emissario.

Rappresentazione grafica dei risultamenti relativi alle piene del 1829 e del 1844.

In una delle tavole annesse ai Cenni Idrografici precitati aveva rappresentato graficamente le altezze, gli efflussi, e gli afflussi della massima piena del 1829; ora la riproduco, aggiuntevi le curve rappresentanti i medesimi elementi per la piena del 1844, nelle due supposizioni summentovate dello stato attuale e primitivo del lago. A più chiara intelligenza di quella tavola richiamerò che i tempi sono rappresentati in iscala sulla linea orizzontale, e corrispondono alle ascisse delle diverse curve. Queste curve sono continue per le altezze del lago e per gli efflussi, servendo per la misura delle loro ordinate le scale verticali, a destra in metri semplici rispetto alle prime, ed a sinistra in centinaja di metri cubici per i secondi. Le linee spezzate rappresentano gli afflussi, determinati essi pure rispetto ai tempi ed

alle quantità dalle stesse scale degli efflussi. In tal modo gli efflussi integrali fra due osservazioni consecutive sono rappresentati dalla superficie di un trapezio avente per base l'intervallo del tempo, e per lati paralelli gli efflussi unitarj estremi. Gli afflussi integrali corrispondenti sono rappresentati invece da quella di un rettangolo avente la stessa base, e per altezza il medio afflusso unitario.

Dal confronto delle curve degli afflussi ed efflussi per ognuno di quei supposti scorgesi a colpo d'occhio la maggiore latitudine delle oscillazioni dei primi, e la legge colla quale si succedono gli uni agli altri, siccome venne di già notato. Rilevasi pure il considerevole eccesso degli afflussi per la piena del 1829 in confronto di quelli della piena del 1844, ove questi non giunsero, per termine massimo, ai due terzi degli altri.

Profilo dell'emissario dopo le opere eseguite e confronto delle diverse scale idrometriche.

Nel Prospetto XIII si dà il profilo dell'emissario del lago, ove all'orizzontale comune è riferito lo zero dei singoli idrometri che furono disposti lungo il medesimo prima dell'intraprendimento delle opere in corrispondenza a quello di Como. Giusta i risultamenti delle osservazioni contemporanee praticate dopo gli ultimi lavori a ciascheduno di essi idrometri si danno per i diversi stati del lago i rapporti delle altezze osservate, da cui ricavasi, l'abbassamento avutosi in ciascheduu bacino rispetto alla magra ordinaria, ossia in relazione al deflusso che corrispondeva dapprima allo zero dell'idrometro di Como; la differenza di livello fra la magra e la piena del 1844 in ogni bacino, e canale interposto; la caduta fra l'uno e l'altro bacino, e la caduta totale fino alla preesistente chiusa di Brivio. Se si fossero avuti dati positivi sulle altezze di alcune delle principali piene anteriori alle opere per tutte le località contemplate nel profilo dell'emissario, se ne sarebbe fatto il confronto con quella dell'ottobre 1844 per rilevarne gli effetti sull'intera linea di esso; ma le indicazioni raccolte su questo particolare si riconobbero troppo incerte.

Le osservazioni contemporanee esposte nel prospetto sono tutte posteriori al marzo 1844 per evitare le anomalie dipendenti da una escavazione del canale di Lavello praticata dal febbrajo al marzo di quell'anno.

Siccome la magra ordinaria primitiva corrispondente allo zero dell'idrometro di Como si aveva quando quello di Paderno segnava $+0^m,15$ (Prosp. VI), sono partito da questo punto per determinare, mediante le osservazioni contemporanee, quello omologo della nuova scala di tutti gl'idrometri, con che si ha la misura dell'abbassamento ottenuto in relazione alla magra stessa. Quest'abbassamento sarebbe di $0^m,27$ pel lago di Como, di $0^m,60$ per quello di Moggio, di $0^m,84$ per quello di Olginate; e per quello di Brivio di $0^m,62$ al suo estremo superiore; e di $0^m,81$ all'altro estremo inferiore, in corrispondenza alla chiusa stata ivi distrutta (1).

Confrontando le distanze dei punti omologhi per le quattro scale dei laghi di Como, di Moggio, di Olginate e di Brivio, presa quest'ultima all'idrometro della Fornasetta, non si riscontra che il divario di pochi centimetri fra le prime due; il quale è alquanto più forte per la terza dalla magra fino alla piena ordinaria. La quarta scala coincide prossimamente colla prima, meno presso al punto estremo di piena, ove la differenza è piuttosto notevole. Nelle scale degli idrometri collocati sui diversi canali dell'emissario vedonsi gli effetti dell'accelerazione delle acque nella scemata distanza dei punti omologhi.

Condizioni alle quali si dovrebbe adempire colle opere di sistemazione dell'emissario del lago di Como.

Onde riassumere dopo i fatti esposti i risultamenti avuti dai lavori finora eseguiti per la sistemazione dell'emissario del lago di Como, e dare di poi un cenno di quelli che rimarrebbero ancora ad eseguirsi, al

(1) Per rendere più facili le osservazioni agli idrometri del ponte di Capiate, della Fornasetta e dei Molini di Brivio, si è abbassato lo zero del primo di $0^m,60$; quello del secondo di $0^m,68$; e quello del terzo di $0^m,73$. Le osservazioni del Prospetto XIII si sono però riferite tutte allo zero primitivo.

fine di portare siffatta operazione al suo compimento, ed ottenerne lo scopo cui è intesa nella misura che si desidera, sarà mestieri premettere le condizioni alle quali si dovrebbe adempire; e che formerebbero in certo qual modo il programma di tale progetto. Esse sarebbero, a mio avviso, le seguenti:

1.° Deprimere il colmo delle escrescenze del lago in guisa che, anche nel caso di una piena straordinaria, sieno, se non totalmente tolti, scemati almeno in grado massimo i danni che ne deriverebbero alle terre lacuali.

2.° Non aumentare in tali circostanze l'efflusso dell'emissario oltre quella misura che avesse a riescire di pregiudizio ai territorj inferiori per maggiore elevazione delle piene dell'Adda.

3.° Non deprimere il livello della magra oltre quel limite che richiedesse soverchio dispendio per riformare i porti lacuali.

4.° Portare piuttosto vantaggio che danno tanto all' irrigazione quanto alla navigazione, aumentando, per quanto è possibile, il deflusso dell'Adda nei tempi di somma magra, e particolarmente quando maggiori sono i bisogni dell'agricoltura.

Limite dell'abbassamento che sarebbe da ottenersi in relazione alle maggiori piene conosciute.

In alcune delle anteriori proposizioni si stabiliva che l'abbassamento delle piene dovesse essere tale che non avessero a superare il cordone del porto di Como posto a $2^{m},20$ sullo zero di quell'idrometro, di modo che una piena simile a quella del 1829, la quale si elevò fino a $3^{m},95$, dovrebbesi deprimere per $1^{m},75$ al fine di raggiungere un tal limite. Io però sono d'avviso che se l'abbassamento si avesse anche in una misura più moderata, di circa $1^{m},20$, ciò potrebbe essere sufficiente. Per dimostrarlo aggiungerò qui un prospetto delle maggiori piene avutesi dal 1792 in poi, cioè nel corso di cinquantatrè anni, riferendole tutte alla scala primitiva del lago.

Prima delle opere.

		Altezza sullo zero della scala primitiva
1792.	6 luglio	m. 3,297
1801.	22 novembre	» 3,173
1807.	2 dicembre	» 3,049
1809.	10 giugno	» 2,765
1810.	28 e 29 maggio	» 3,700
1812.	22 ottobre	» 2,363
1816.	2 agosto	» 3,223
1821.	14 agosto	» 3,043
1823.	18 ottobre	» 3,393
1826.	25 luglio	» 3,048
1829.	21 settembre	» 3,950
1836.	13 ottobre	» 2,920

Durante le opere, o dopo di esse.

		Altezze effettive		
1839.	13 novembre	m. 2,430	»	2,890
1840.	8 novembre	» 2,780	»	3,200
1841.	31 ottobre	» 2,520	»	3,150
1843.	22 luglio	» 2,310	»	2,956
1844.	26 ottobre	» 2,870	»	3,486
1845.	24 giugno	» 2,345	»	2,975

Le piene avvenute dopo l'intraprendimento dei lavori le ho in generale ridotte alla scala primitiva, ossia al punto omologo di questa, mediante il confronto colle altezze contemporanee effettivamente avute a Paderno, ciò che non sarebbe rigorosamente esatto, in quanto che si supporrebbe pel colmo di esse piene uno stato di permanenza che non è ammissibile. Per la sola piena del 1844 ho esposto l'altezza risultante dal calcolo del Prospetto XI, ove si è contemplata l'eguale successione di afflussi, e quindi considerato il lago in istato variabile. Per le altre la riduzione preaccennata può ritenersi in via di semplice approssimazione.

Qui giova avvertire che, giunte le acque a $2^m,20$ sullo zero dell'idrometro di Como, incomincia realmente l'inondazione della città, ma che i danni non sono di qualche considerazione se non oltrepassando i $2^m,50$ all'incirca. Ora con un abbassamento di $1^m,20$ non si supererebbe quel limite che di 25 centimetri per la piena secolare del 1829. Quella del 1810 appena lo toccherebbe; e tutte le altre sedici piene avvenute in quel periodo ne rimarrebbero al disotto in una misura notevole, e sarebbero così affatto innocue. Siccome poi i danni d'una inondazione sono prossimamente in ragione composta della elevazione delle acque, e della sua durata, egli è facile dimostrare che essi si ridurrebbero comparativamente ad un limite minimo anche per le due piene maggiori del 1829 e del 1810, atteso che in brevissimo tempo si abbasserebbero fino al punto di divenire come le altre innocue.

Esame degli effetti finora ottenuti in relazione alle premesse condizioni.

Colle opere eseguite si sarebbe per verità ancora lontani da un tale limite in quanto che, giusta gli esempj addotti nei Prospetti XI e XII, per la piena del 1844, e per altra ipotetica che ho preso a considerare, l'abbassamento verrebbe ad essere di circa $0^m,60$. Ma supposto che questo si avesse anche per le altre piene indicate nel precedente Prospetto, locchè non sarebbe inverisimile (1), dieci di esse riescirebbero quasi innocue, e per tre delle altre otto il danno si ridurrebbe ad una tenue misura; avuto anche riguardo alla durata comparativamente più breve di esse piene. E siccome quelle meno elevate sono le più moleste per la loro frequenza, e d'altronde colle

(1) Per la scemata capacità del lago negli stati inferiori a $2^m,30$ della nuova scala, ove si rinnovassero quelle di esse piene che eccedono di poco un tal limite, dovrebbesi aumentare l'efflusso massimo, e con ciò si scemerebbe l'abbassamento. Ma siccome dal Prospetto XII risulta che quell'aumento di efflusso unitario è di circa m. c. 20, e d'altronde, a lago permanente, l'abbassamento si porta a $0^m,64$, ed anche a $0^m,67$, non è quindi inverisimile che per tali piene, ove si istituisse un calcolo analogo a quello dei Prospetti precitati, si avesse un abbassamento di $0^m,60$, influendo poi in ciò anche l'ordine col quale si succederebbero gli afflussi, ed il punto di permanenza del lago dopo del quale incomincia a formarsi la piena.

opere eseguite verrebbe totalmente impedito che si rinnovassero, è quindi forza concludere che sotto questo rapporto l'utile non è di lieve momento. Una prova l'avressimo nella piena estiva del 1845, straordinaria per la sua durata di 114 giorni, la quale, senza le opere, avrebbe toccata l'indicata misura di $2^m,96$ tanto nel 9 giugno quanto nel 25 luglio, e quella di $2^m,90$ nel 1.° luglio, oltrepassando così il cordone del porto di Como per circa 70 giorni con una più o meno estesa inondazione della città. Invece di tutto questo essa non superò che per alcuni giorni, e per pochi centimetri, un tale limite, di modo che passò quasi inosservata, e senza arrecar danno. Se si consideri che ne' progetti anteriori si calcolava una spesa di circa cinque milioni di franchi per ottenere l'abbassamento delle piene del lago; che, giusta l'avviso di idraulici i più distinti, un tale abbassamento non avrebbe oltrepassata la misura di settanta centimetri (1); che le spese finora sostenute per i lavori eseguiti non oltrepassano che di poco il sesto di quella somma, e che con tutto ciò l'effetto avutone s'approssima al limite suindicato, sarà forza concludere che nulla di più potevasi attendere in proporzione ai mezzi impiegati.

Abbiamo dimostrato nel Prospetto X, col calcolo relativo alla magra del 1844, che se in quello stato la scemata capacità del lago dipendente dai lavori eseguiti è causa di qualche perdita nelle acque jemali al formarsi della magra, ciò viene compensato a molti doppj dal più pronto efflusso delle acque irrigue di primavera. Col calcolo poi delle piene contenuto negli accennati Prospetti XI e XII si proverebbe che in conseguenza dei lavori eseguiti, l'efflusso viene bensì ad aumentare dallo stato ordinario a quello di piena ordinaria, ma in una misura moderata di circa m. c. 20 per ogni secondo, e che oltre un tal limite, cioè per le piene più forti, verrebbe invece ad aumentarsi la capacità del lago con sensibile diminuzione di efflusso. E qui è da osservarsi che quell'aumento di efflusso nel primo periodo di tali piene non si risolverebbe tutto in un proporzionale alzamento di pelo d'acqua dell'Adda inferiore; ma che questo dovrebbe avve-

(1) Notizie statistiche intorno ai fiumi, laghi ec., nelle provincie comprese nel governo di Milano, 1833, pag. 107.

nire in una misura alquanto minore. Imperciocchè, a formare le piene nell'ultimo tronco dell'Adda, ove maggiori sono i danni della loro elevazione, concorrono dapprima le acque torbide e torrentizie del Serio, e tosto dopo quelle simili del Brembo, sopravvenendo in seguito quelle più limpide del lago. È quindi a ritenersi che nel primo periodo di tali piene le acque torbide formino dei depositi i quali rialzano il letto del fiume, e vengono di poi esportati al sopravvenire nella massima misura le acque lacuali; e che quei depositi, avanti di essere totalmente esportati, debbano influire a rialzare il livello massimo dell'Adda. Se perciò a quelle acque torbide venga ad associarsi da principio una maggior copia di acque limpide del lago, minori dovrebbero essere i depositi, e minore in conseguenza, sotto questo rapporto, dovrebbe riescire il successivo alzamento della piena cagionata dal massimo afflusso delle acque lacuali.

Tutte queste considerazioni però sarebbero in aperta contraddizione colla pubblica opinione, la quale ha stabilito il principio che per effetto delle opere eseguite all'emissario del lago, le piene dell'Adda sono divenute più frequenti e più durevoli. E per verità, esaminando il precedente Prospetto delle piene del lago, è pur forza convenire che, anche senza ammettere la causa preaccennata, il fatto però è sussistente. Imperciocchè, mentre dal 1792 al 1839, nel corso di quarantasette anni, si contano dodici piene del lago, sei se ne conterebbero nel breve periodo successivo di soli sei anni. Ma lo stesso è avvenuto all'incirca per il Po, e per il Rodano, e chiunque ha buon senno lo attribuirà ad una di quelle combinazioni che accompagnano gli eventi naturali, e non ricorrerà sicuramente all' argomento: *post hoc, ergo propter hoc.*

Avendo determinato gli effetti delle opere finora eseguite per la sistemazione dell'emissario del lago, si è veduto che per gli stati d'acqua più elevati andrebbe scemando la misura dell' abbassamento delle piene, aumentandosi la primitiva sua capacità, locchè attribuisco alla circostanza di trovarsi ora l'Adda maggiormente incassata fra le sponde alle singole strozzature dell' emissario, dopo che queste vennero escavate. Sembra perciò che con un'opera di poco momento, e cioè

coll' ampliamento della sola sezione di piena, si possa ottenere un ulteriore abbassamento di essa, nel qual caso si dovrebbe limitare quest'operazione al punto di raggiungere la capacità primitiva senza diminuirla, per non aumentare con ciò l'efflusso delle piene a danno dei territorj inferiori.

Opere che rimarrebbero ad eseguirsi ove si volesse ottenere un maggiore abbassamento delle piene.

Ma qualora si volesse ottenere un maggiore abbassamento delle piene con nuove escavazioni nella sezione della magra, attenendosi al metodo finora seguito, si potrebbe andare incontro a non lievi difficoltà. Imperciocchè, se per non alterare maggiormente la magra del lago, stata di già abbassata, si limitassero le escavazioni alle strette di Olginate e di Lavello, deprimendo così la magra del lago di Moggio, si aumenterebbe in allora di troppo la caduta del canale di Lecco con danno della navigazione per la minore profondità delle acque. Dalla maggior violenza della corrente potrebbe poi essere minacciato il ponte di Lecco, attesa l'imperfetta fondazione de'suoi sostegni che, non ha guari, si dovettero rinforzare coll'immersione di una quantità di macigni.

Un altro inconveniente si avrebbe in questo, che volendo deprimere la piena e non la magra, si verrebbe così a rendere più divergente dal basso all'alto la nuova scala degli efflussi, e quindi a scemare la capacità del lago, dal che deriverebbe un danno ai territorj inferiori per l'aumentato efflusso nelle piene.

Riduzione del lago alla condizione di serbatojo artificiale mediante chiusa a porte mobili.

L'unico partito che in tal caso si dovrebbe adottare quello sarebbe di abbassare insieme alla piena anche la magra, e di conservare così la primitiva capacità del lago; ma d'impedire in pari tempo, col mezzo di una chiusa a porte mobili, che si deprimano le acque oltre un dato livello, giusta le proposizioni che furono fatte in altri scritti pre-

cedenti, aggiungendo lateralmente alla chiusa una conca di navigazione. Il lago sarebbe così ridotto alla condizione di serbatojo artificiale, aumentandosi in notevole misura la quantità delle acque utilizzabili in tempo di magra a vantaggio della navigazione dell'Adda, e dei canali di derivazione. Dal Prospetto delle piene che si è dato rilevasi che esse avvengono soltanto dal termine di maggio al principio di dicembre, nel quale periodo non succede giammai una magra per cui abbiano a soffrire penuria i canali di derivazione, siccome può rilevarsi dal Prospetto V dei deflussi mensili dell'Adda. Adoperando quindi la chiusa per l'altro semestre soltanto, e colle debite cautele sino alla misura dell'altezza stabilita per trattenere le acque, non potrebbesi temere da ciò alcun pregiudizio per l'aumentato deflusso delle piene, in quanto che, avanti che queste sopravvenissero, le acque stesse si sarebbero di già scaricate.

Utili ottenibili dalla proposta chiusa per l'irrigazione e la navigazione.
Stato infelice di questa,
e miglioramenti che rimarrebbero ad eseguirsi.

Circa all'utile che si potrebbe ritrarre da quella chiusa, basta considerare che la superficie del lago in magra ordinaria è di circa chil. q. 137. e che con un abbassamento di un decimetro dell'acqua trattenuta si avrebbe un aumento di efflusso unitario di 138,56 m. c. per un giorno, il quale corrisponderebbe a 600 once magistrali distribuite sopra sei giorni e sei decimi. Vedesi così che con una moderata altezza d'acqua della conserva si potrebbe agevolmente sopperire alla deficienza delle acque nelle magre più ostinate dell'Adda a vantaggio dell'irrigazione e della navigazione. E sotto quest'ultimo punto di vista un altro vantaggio rilevantissimo che si potrebbe per tal modo ottenere quello sarebbe di sospendere l'efflusso del lago e ridurre il tronco dell'Adda consecutivo fino al naviglio della Martesana alla condizione dei nostri canali artefatti per eseguire con tutta facilità quei lavori che si richiedessero al fine di renderne più agevole la navigazione. Su questo particolare è da osservarsi che mediante il naviglio di Paderno, costrutto sul cadere dello scorso secolo, è bensì resa possibile la navi-

gazione dal lago di Como a Milano; e che a scemarne le difficoltà giovò non poco la costruzione di una strada alzaja lungo il fiume, e l'escavazione del suo letto alle strette di Olginate e di Lavello, opere in gran parte eseguite in questi ultimi anni; ma che sussistono tuttora ostacoli tali da lasciare appena credere che il coraggio, la destrezza e la perseveranza dei naviganti possa giungere a superarli. Fra Brivio e Trezzo, e principalmente al disopra di Paderno, parecchi salti naturali del fiume, aumentati dalle chiuse de' molini, sono tali da esporre ad immediato pericolo le barche discendenti, specialmente in tempo di magra, nella quale circostanza i salti si fanno maggiori, e scema la profondità delle acque che ricoprono gli scogli disseminati sul fondo del fiume. Nella navigazione ascendente poi enormi sono gli sforzi che si richiedono per vincere ivi l'impeto di una corrente violentissima. Se si consideri che l'Adda scorre nel mezzo del nostro paese, che essa unisce Milano, il Po e l'Adriatico alle falde della Spluga; e che per rendere navigabile quella linea si eseguirono ne' tempi andati opere veramente grandiose, quali sono il naviglio della Martesana e quello di Paderno, scavati nella roccia di quelle ripide coste, non si potrebbe concepire come si avesse poi a lasciare incompleto il piano di esse opere coll' abbandonare quel tronco del fiume alla triste condizione in che si trova. In vista dell'importanza di tale comunicazione si vanno ora ad intraprendere lavori di non lieve dispendio per unire il lago di Como a quello di Mezzola con un canale di navigazione da escavarsi sotto il livello di magra, deviando il corso dell'Adda mediante una nuova inalveazione di questa per l'ultimo suo tronco fino alla foce nel Lario in lunghezza di oltre quattro chilometri. Alimentato così il nuovo canale di navigazione da acque sempre chiare, e con tenuissimo pendío, sarebbe praticabile in ogni tempo, mentre ora nelle circostanze di magra ciò riesce quasi impossibile nel tronco di fiume interposto ai due laghi, ove esso scorre vagante fra le proprie deposizioni. Ma limitati sarebbero i vantaggi che se ne possono attendere, qualora non si pensasse a togliere gli ostacoli assai maggiori che presenta il tronco dell'Adda fra Brivio ed il naviglio della Martesana, il quale è l'anello intermedio di tutta quell' estesa

linea navigabile. La distruzione di alcune chiuse di molini, l'approfondamento del letto in qualche rapida, e la costruzione di alcuni brevi tratti di canale laterale con conca di navigazione ne' passi più difficili, sarebbero le opere a tal uopo le più opportune. Esse, a quanto sembra, non verrebbero ad importare una spesa eccessiva, e questa andrebbe sicuramente a scemare d'assai ove con i lavori dianzi indicati per la sistemazione dell'emissario del lago di Como, si potesse temporariamente sospenderne l'efflusso. Ridotta così l'Adda alla condizione dei nostri navigli, col regolarne il deflusso mediante l'indicato artificio, le sue acque verrebbero utilizzate nel modo il più completo a vantaggio di una navigazione importantissima, e della più estesa irrigazione che si conosca.

Quesiti che rimarrebbero a sciogliersi, e metodo da seguirsi per portare a compimento la sistemazione dell'emissario.

Per determinare il piano dei lavori che sarebbero ad eseguirsi ancora al fine di sistemare l'emissario del lago di Como nel modo preaccennato si dovrebbero, a mio avviso, risolvere i seguenti quesiti:

1.° Con quali principj idrometrici sarebbe a calcolarsi il deflusso delle acque nell'intero sistema de' bacini e canali costituenti l'emissario?

2.° Quale sarà l'ampiezza e forma della sezione dalla nuova chiusa, sotto quale livello se ne stabilirà la soglia, e fino a quale altezza converrà trattenere le acque del lago?

3.° Quale sarà l'ampiezza e la forma della sezione da assegnarsi definitivamente alle diverse strette dividenti i bacini che costituiscono l'emissario, e sotto quali pendenze se ne dovrà disporre il fondo?

4.° Avuto riguardo alla tenue profondità cui giungono le fondazioni dei sostegni del ponte di Lecco, e l'ingombro dei macigni coi quali si dovettero colmare i gorghi che ivi si sono formati, può convenire di approfittare di quell'edificio per applicarvi la chiusa con paraporti, o non potrebbe tornare più utile il costruirla in altra località?

5.° A quale sistema di porte mobili si potrebbe in questo caso dare la preferenza per applicarle alla nuova chiusa?

La soluzione degli ultimi due quesiti dipenderebbe da uno studio di circostanze locali, e da un calcolo di convenienza pel quale si potrebbero raccogliere dati abbastanza sicuri; e quindi non presenterebbe difficoltà. Ma altrettanto non può dirsi per quella degli altri. Se si consideri la brevità dei canali interposti ai bacini costituenti l'emissario, si ha luogo a dubitare che in essi il movimento delle acque possa rendersi equabile coll'equilibrarsi la forza acceleratrice e le resistenze dell'alveo. L'ipotesi dell'ingegnere Possenti che paragonerebbe quelle strozzature ad altrettanti stramazzi, è persuadente per quelle che sono più brevi, ma lascia ancora qualche dubbio per le altre più lunghe, attesa la differenza che vi sarebbe tra le fisiche circostanze di esse, e quelle di uno stramazzo. Le formole del moto permanente delle acque sembra a prima giunta che potessero meglio convenire, ma per verità in tanti casi ne' quali vennero adoperate esse non corrisposero sempre al fatto, ed in quello di che si tratta ciò sarebbe a temersi più che mai. In tali incertezze io propenderei ancora per l'applicazione delle formole degli stramazzi, considerando siccome parte libera della sezione la caduta del pelo d'acqua fra bacino e bacino, e siccome parte regurgitata quella della sezione all'incile d'ogni strozzatura che rimane al disotto del pelo d'acqua del bacino immediatamente inferiore. Ma supposto pure che venisse determinato a quale di questi metodi fosse a darsi la preferenza, il maneggiarli in modo da ottenere *a priori* la soluzione del problema lo ritengo di una difficoltà tale da superare forse i mezzi che la scienza idraulica nell'attuale sua condizione può somministrare. Imperciocchè non si tratterebbe soltanto di determinare le condizioni per ottenere un dato abbassamento di livello per un dato efflusso massimo, siccome avrebbe di già tentato l'ingegnere Possenti; ma, per le cose dette precedentemente, ciò dovrebbesi fare per stabilire una scala di efflussi che, combinata con quella delle corrispondenti superficie lacuali, desse, in confronto della primitiva condizione dell'emissario, per le parti omologhe del bacino lacuale, una serie di espressioni rispettivamente eguali rappresentanti le parziali capacità.

Se però si consideri che nel caso nostro non è necessario que-

st'estremo rigore, e che da un leggiero divario non sono a temersi conseguenze di qualche entità, sarà facile persuadersi che anche con metodi in gran parte empirici, cioè con una serie di tentativi, per i quali si porrebbe eziandio a profitto l'esperienza, si raggiungerebbe egualmente lo scopo entro quei limiti di approssimazione che possono bastare. Così abbiamo veduto nell'esame degli effetti ottenuti dalle opere finora eseguite, che, malgrado qualche alterazione avvenuta nel vario grado di capacità del lago, non può derivarne alcun inconveniente apprezzabile, e che con opere di poco momento per ampliare la sezione di piena, si verrebbe a migliorare la nuova scala in guisa da ottenerne l'abbassamento delle piene in una misura non minore di quella per la quale si calcolava occorrere un dispendio cinque volte maggiore.

Stabilito il limite di quell'ulteriore abbassamento che si vorrebbe raggiungere, e supposto che la nuova chiusa, o regolatore, venisse applicata al canale di Lecco, si potrebbe applicarvi il calcolo idrometrico degli stramazzi. S'incomincerebbe dal determinare con una serie di tentativi quella larghezza e profondità di sezione che, combinata con una data depressione del lago di Moggio, e del canale di Lecco immediatamente inferiore alla chiusa, ritenendo per questo ancora la scala primitiva degli efflussi, desse in confronto della condizione anteriore dell'emissario, per le parti omologhe del bacino lacuale, delle espressioni di capacità poco diverse. Se poi le differenze fossero troppo grandi, e se, per raggiungere lo scopo, si trovasse preferibile l'alterare la scala degli efflussi del tronco di canale inferiore, piuttosto che impegnarsi in opere troppo difficili e dispendiose per la costruzione della nuova chiusa, ciò si farebbe con nuovi tentativi. Stabilita così la sezione di essa chiusa, e la nuova scala inferiore dalla quale dipende la misura della parte regurgitata della sezione stessa, rimarrebbero a determinarsi le condizioni colle quali si avessero a praticare le escavazioni successive, e regolare le larghezze, e pendenze dei canali inferiori, perchè corrispondessero alla nuova scala degli efflussi. Il calcolo in tal caso potrebbe dare una prima traccia, per abozzare questa parte dell'opera, ma siccome non si renderebbe necessario di compierla tutta ad un tratto, e potrebbesi invece andare a gradi per i diversi canali

dell' emissario, si avrebbe campo così di consultare l' esperienza mediante osservazioni contemporanee, che determinerebbero di mano in mano nel modo di già indicato gli effetti dei lavori eseguiti, e di introdurre in essi quelle rettificazioni che si riconoscessero opportune. L' empirismo di questo metodo sarà senza dubbio poco soddisfacente pel cultore della scienza idraulica, trattandosi di uno di quei pochi casi ne' quali sembrano applicabili le matematiche dottrine. Ma siccome è pur forza confessare lo stato d' imperfezione in che essa si trova ancora, io sono d' avviso che la prudenza debba consigliare a seguire una tal via per evitare quegli errori che potrebbero tornare funesti nelle loro conseguenze, o per lo meno essere cagione d' inutili spese.

I dati di fatto che servirono di base ai calcoli da me istituiti onde determinare gli effetti ottenuti dalle opere finora eseguite per la sistemazione dell' emissario di questo lago, malgrado la maggior cura da me adoperata per raccoglierli e rettificarli, non cessano con ciò di essere in molta parte incerti. Ma siccome quei calcoli sono semplicemente comparativi in relazione alla primitiva ed all' odierna condizione dell' emissario, ed i punti omologhi delle scale degli efflussi furono stabiliti nel modo il più sicuro mediante osservazioni contemporanee, e quindi indipendentemente dalla misura degli efflussi medesimi, ne consegue che le differenze in più od in meno di quei dati influirebbero nello stesso senso tanto per l' uno quanto per l' altro supposto, a poco riducendosi così il divario che è a temersene nel risultamento finale. Altrettanto però non si potrebbe dire qualora si volessero calcolare *a priori* gli effetti ottenibili da un piano di lavori che sarebbe ancora ad eseguirsi, imperciocchè in allora la determinazione dei punti omologhi delle due scale degli efflussi dipenderebbe dall' effettiva misura di questi, senza il sussidio di una terza scala di confronto. Si renderebbe quindi necessario di far precedere esatte misure degli efflussi nei diversi stati del lago per rettificarne la scala, tanto nell' odierna sua condizione, quanto nella primitiva, giovandosi a tal uopo delle osservazioni contemporanee praticate a Paderno, delle quali ho esposti i risultamenti. Dovrebbesi pure calcolare sopra basi sicure la superficie del lago in relazione alle diverse sue altezze, con op-

portuni riferimenti a punti stabili, particolarmente per le spiagge di tenue declivio, ove maggiori sono le variazioni di superficie. Rettificati così questi dati di fatto, mediante le regole preaccennate si procederebbe con passo più sicuro nel calcolare tanto gli effetti ottenuti da lavori di mano in mano eseguiti, quanto quelli che si possono attendere da altri che rimarrebbero ad eseguirsi, particolarmente in ciò che concerne il vario grado di capacità del lago, il quale, per ciò che si è detto, devesi considerare siccome uno dei punti più importanti in tali ricerche.

La sistemazione dell'emissario del lago di Como è sicuramente l'opera più importante di tal natura intrapresa presso di noi, tanto per le difficoltà che presenta, quanto per l'entità della spesa, e per quella dei danni che intendesi di prevenire; ed è per ciò che mi sono alquanto dilungato nel ragguaglio che ne ho dato. Un provvedimento simile essendo reclamato anche per altri laghi di Lombardia, aggiungerò un cenno delle proposizioni che vennero fatte, e di qualche lavoro stato intrapreso a questo fine. Passerò a parlare in seguito dei laghi di altri paesi, per alcuni de' quali vedremo come siensi proposte od eseguite opere assai più grandiose ancora.

Lago d'Iséo.

Le piene del lago d'Iséo essendosi pure elevate in questi ultimi tempi a tal punto da rimanerne inondata una parte del villaggio di quel nome, e molte terre lacuali, si pensò a provvedervi collo sgomberare l'emissario dalle materie portatevi dal prossimo torrentello Querna, o gettatevi nel lavorare la pietra di Sarnico che si scava dal vicino monte, ed eziandio col rimovere, o riformare alcuni manufatti inservienti ad animare un molino, od alla pesca, il principale dei quali è la così detta *Nassa di Paratico*. Sotto il governo Veneto, fino dal 1680, furono dati ordini a tal uopo, che risultano da una serie di prescrizioni portanti il nome *di legge Donada*. Nel 1806 l'ispettore generale dell'acque e strade Coccoli propose l'abbassamento ed ampliamento dell'emissario coll'applicazione di un regolatore a porte mobili onde aumentare la

quantità dell'acque utilizzabili per l'irrigazione e per la navigazione. Egli intendeva stabilire questa sulla Seriola Fusa, prolungata fino a Brescia, ove si sarebbe congiunta al canale Naviglio derivato dal Chiese, il quale per decreto di Napoleone dovevasi pur rendere navigabile da Brescia alla sua foce nell'Oglio presso Canneto.

Altro progetto simile si presentò nel 1818 dall'ingegnere Gonzales, il quale però si limitava al regolamento dell'emissario nel modo preaccennato, collo scopo precipuo di abbassare le piene del lago. Una difficoltà che finora non fu dato di superare sta in ciò che nel luogo stesso dell'emissario si deriva la detta Seriola Fusa, e che volendo ivi alterare la sezione del primo, si dovrebbero prendere le necessarie precauzioni perchè al canale, in istato di magra, non mancasse l'acqua che gli è dovuta. E siccome si potrebbero così eccedere i limiti della sua competenza, vi hanno finora fatto opposizione gli utenti delle molte derivazioni inferiori dell'Oglio, i quali temevano di vedere per tal modo lesi i loro diritti. Ora si sono ripigliati gli studj per tale provvedimento, che di giorno in giorno va facendosi sempre più urgente, ed è a sperarsi che, avendo esso uno scopo così importante, i riguardi di privato interesse non abbiano ad essere un ostacolo insuperabile per riescirvi.

Lago di Garda.

Per l'abbassamento delle piene del lago di Garda si sono pure fatti alcuni studj; ma a ciò si opporrebbe il tenue pendío del Mincio, che ne è l'emissario, il quale da Peschiera a Salionze ha soli $0^m,89$ di caduta sopra 3600^m di lunghezza. Sarebbe in oltre mestieri portare non lieve alterazione al sistema delle fosse di fortificazione di Peschiera, senza parlare di altre difficoltà dipendenti dalla soppressione di alcuni opificj.

Lago d'Idro.

La poca pendenza già da me accennata del piano formato dai depositi del Chiese e del Caffaro all'estremo superiore del lago d'Idro, e le alterne sue emersioni dalle acque, che sono causa d'insalubrità,

indussero i Comuni interessati del territorio Lombardo a praticare qualche escavazione dell'emissario, che dicesi ingombro per un'antica frana del prossimo monte. Le opere furono eseguite intorno al 1830, ma in limitata misura, e quindi con poco effetto. Si sta ora compilando il progetto di un'ulteriore escavazione dell'emissario col quale s'intenderebbe d'abbassare le piene del lago per un metro e mezzo. In tal modo, oltre che sarebbe tolta l'indicata causa d'infezione dell'aria, si verrebbe a bonificare un'estesa superficie di terreno palustre. Per la spesa che sarà necessaria si sono offerti a contribuirvi anche i Comuni Tirolesi.

Laghi di Varese e di Comabbio.

Pei laghi di Varese e di Comabbio nella provincia di Como, che sono di privata proprietà, e formano un sistema unico, vi furono progetti intesi ad abbassarne il livello al fine di bonificare una ragguardevole estensione di terreni palustri, che trovansi per la maggior parte interposti ai due laghi. Alcuni lavori furono a questo scopo intrapresi intorno al 1809 pel lago di Varese, e si sono fatti studj per continuarli. In quanto al lago di Comabbio, che rimane superiore, e si scarica nell'altro, finora non furono fatte che semplici proposizioni, particolarmente per la distruzione di un molino che impedisce il libero deflusso delle acque.

Lago d'Endine o Spinone.

Nel 1837 si escavò l'emissario del lago d'Endine, o Spinone, nella valle Cavallina, provincia di Bergamo, formato dal Cherio, influente dell'Oglio, e si è in pari tempo demolito un molino ivi esistente, il quale ne teneva rialzate le acque. Con quei lavori, pei quali contribuì una somma la pubblica amministrazione, si è ottenuto l'intento di deprimere le piene del lago, e di bonificare un territorio di qualche estensione. Ma sembra che gli effetti non abbiano raggiunto il limite che si sperava, in quanto che si sta ora compilando un nuovo progetto per l'ulteriore escavazione dell'emissario.

Il Tadini, in una nota alla sua relazione sul progetto Diotto per la derivazione di un canale dal lago Maggiore destinato alla irrigazione delle brughiere dell'Alto Milanese (1), parla di una proposizione che vi fu l'anno 1779 di ridurre mediante un regolatore il lago di Spinone a serbatojo artificiale per utilizzare a comodo dell'irrigazione le acque più basse del medesimo, dette impropriamente stagnanti, le quali rimangono infruttuose. Collaudando egli questo pensiero, che sarebbesi riprodotto dall'avvocato Diotto, ne attribuisce il merito ai comuni bergamaschi di Mornico e di Cividate che lo avrebbero fino d'allora proposto.

La stessa idea però avrebbe avuta il padre abate Benedetto Castelli per utilizzare le acque del lago Trasimeno; e siccome non conosco la scrittura in che egli la espose, credo possa bastare a provarlo la seguente lettera di Galileo al quale la comunicò, e da cui venne encomiata (2).

« Con la gratissima sua ho ricevuta la scrittura in proposito del ri-
» mediare all'incomodo, che talora si patisce nel macinare per man-
» camento d'acqua del lago Trasimeno; e credami la P. V. reveren-
» dissima, che n'ho ricevuto grandissimo gusto, vedendo con quanta
» agevolezza e chiarezza ella espone un sì rilevato benefizio, che sarà,
» per mio credere, impossibile, che non sia ricevuto, e messo in opera
» dai padroni: e come accade nei ritrovati bellissimi ed utilissimi, che
» il più delle volte sono facilissimi e brevi, così questo si riduce al-
» l'avvertire quale semplice canovaio, che quando la cannella di mezzo
» della botte non getta più, egli ne rimetta un'altra più a basso, at-
» teso chè la botte non è secca, ma vi resta ancora del vino da trarsi,
» quando vi sia l'esito. Resto col desiderio di sentire gli altri suoi tro-
» vati che in conseguenza di questi primi pensieri ne vengono.....
» D'Arcetri il dì primo settembre 1639. »

(1) Bruschetti. Storia dei progetti e delle opere per l'irrigazione del Milanese, pag. 355.
(2) Raccolta d'autori italiani che trattano del moto delle acque. Bologna, 1822. T. III, p. 127.

Laghi di Mantova.

I laghi di Mantova furono sempre considerati del tutto artificiali, tenendosene rialzate le acque, pel lago superiore colla Diga di Porto, e per l'inferiore, detto anche in parte lago di Mezzo, colla chiusa di Governolo. Ho però dimostrato in altro scritto (1), all'appoggio di validi documenti, come anteriormente al 1188, epoca nella quale i Mantovani eressero quegli edificj per opera dell'architetto Pitentino, il Mincio formasse ivi uno stagno cui davasi il nome di lago di Mantova. Mediante quelle opere si sono in allora rialzate le acque nel modo preaccennato per maggiore difesa della città, e per renderne meno insalubre l'aria coll'aumentare la profondità dell'acqua che ricopre il fondo palustre, e coll'impedire le alterne emersioni di questo. In istato ordinario, dal lago superiore all'inferiore vi ha un salto di $4^m,20$, del quale una metà all'incirca è utilizzata per dare movimento a molti molini, ed altri opificj collocati nella detta diga di Porto.

Ma essendosi coll'andare del tempo elevato il fondo, e le gronde del lago inferiore in conseguenza delle torbide portatevi dai regurgiti del Po, quel provvedimento in questa parte non è più sufficiente, per il che si pensa a rialzarne nuovamente le acque nel tratto più prossimo alla città mediante una seconda diga chiamata *Chasseloup*, dal nome del generale francese che sotto il governo italico ne fece intraprendere l'esecuzione, e della quale è stato ora decretato il compimento. Essa servirà, come quella di Porto, al duplice scopo del risanamento dell'aria, e della difesa di quella piazza; e nel corpo della medesima si costruiranno gli scaricatori o regolatori, ed una conca per la navigazione, la quale non verrà così impedita per soverchia depressione delle acque fino al Porto Catena in Mantova. La lunghezza della diga è di 900^m; e dovendosi rendere insommergibile nelle piene, si alzerà per 9^m sulla massima magra, e dai $8^m,50$ ai 9^m sul fondo del lago. Alla sommità avrà una larghezza di 10^m, e la sua base si estenderà dai 50^m ai

(1) Nuove osservazioni sul Po, pag. 21.

60^{m}, ciò richiedendosi a cagione dei depositi fangosi su cui si deve elevare, e che è mestieri attraversare col nuovo terrapieno fino a raggiungere i sotto-strati più consistenti di ghiaja. La conca deve essere di sufficiente ampiezza per dar passaggio alle più grandi barche ed ai battelli a vapore del Po, e cogli scaricatori si regolerà il deflusso delle acque in modo da conservarle ad una elevazione possibilmente costante, e giammai minore di 3^{m} sulla magra ordinaria, e quindi di 3,90^{m} sulla massima magra, per coprire quanto basta le gronde più elevate del lago, senza però togliere al libero movimento degli opificj preaccennati della diga di Porto. Dai punti ove la conca attraverserà la nuova diga devonsi, a monte, ed a valle, escavare due tratti di canale che si congiungano con quello del Mincio praticabile dalla navigazione.

I lavori, che furono soltanto iniziati prima del 1813 per la costruzione del terrapieno, importarono una spesa di circa 500 mila franchi. E si prevede che il loro compimento sarà per richiedere una somma quadrupla almeno, senza comprendervi quella per le opere fortificatorie che devono accompagnarli.

Al fine poi di liberare Mantova dalle inondazioni cui va soggetta pei regurgiti delle piene del Po, le quali si elevano fino a 6^{m},46 sul livello ordinario del lago inferiore, si sta compilando il progetto di una nuova inalveazione del Mincio che si porterebbe a sboccare a Serravalle in un punto inferiore di 14 chilometri all'attuale sua foce presso Governolo. Per tal modo si calcola di ottenere a Mantova un abbassamento delle piene di 1^{m},70. Il primo progetto d'avviso di quest'opera fu presentato nel 1829 dal defunto ingegnere Luigi Dari, ed in allora si calcolava occorrere presuntivamente una spesa di 1 800 000 lire austriache. Ma si ha luogo di credere che il dispendio effettivo possa oltrepassare un tal limite.

Lago di Wallenstadt.

Suo abbassamento colla nuova inalveazione della Linth.

Il versante settentrionale delle grandi alpi verso la Svizzera è ancor più ricco di laghi che non sia quello meridionale verso la Lombardia;

ed essendo ivi pure avvenute alterazioni simili nella loro condizione, accennerò brevemente, per quanto è venuto a mia cognizione, ciò che è stato od eseguito, o proposto al fine di apportarvi rimedio.

Siccome ebbi a notare precedentemente, sembra che un tempo i laghi di Zurigo e di Wallenstadt formassero un lago solo, il quale sarebbe stato in seguito diviso dai depositi portati dalla Linth, su cui essa stabilì il suo corso fino a sboccare nel primo di essi laghi (1). Quelle alluvioni si saranno disposte sotto una pendenza relativa alla qualità delle materie che le costituiscono, con un conseguente alzamento del lago di Wallenstadt da cui esciva la Maag influente della Linth. Nello scorso secolo tale alzamento giunse al punto da rimanerne costantemente inondata una considerevole estensione di territorio, che divenne paludoso ed insalubre. Le suppliche degli infelici suoi abitanti per ottenere un provvedimento furono finalmente esaudite dai Cantoni Svizzeri, al cui patriottismo fece appello l'illustre Escher che presentò il piano delle opere necessarie per porvi riparo, ed il modo di sostenerne la spesa mediante azioni, assumendo in pari tempo egli stesso la direzione dei lavori, i quali furono eseguiti dal 1807 al 1820. Essi consistettero nel divertire superiormente la Linth dall'antico suo corso, rivolgendola a sboccare nel lago di Wallenstadt, ove va a deporre le copiose materie che trascina. Le sue acque chiarificate e riunite a quelle della Maag s'inalvearono successivamente in apposito canale con tratti rettilinei fino al lago di Zurigo, abbassando per tal modo il livello del lago di Wallenstadt di $1^m,80$, e risanando così tutti quei contorni. Il filantropo al quale è dovuto un tanto beneficio ebbe un contrassegno della pubblica riconoscenza in ciò che per spontaneo impulso venne di poi generalmente chiamato col nome di *Escher de la Linth*.

Al canale di diversione della Linth superiore, lungo 4000^m, pendente circa $\frac{5}{1000}$, fu assegnata una larghezza di 17^m sul fondo, ed una profondità di $2^m,40$, con scarpe inclinate 45°. Lasciata poi da ogni parte una golena di $7^m,50$, su di essa si alzano per $2^m,40$ gli argini laterali con scarpe inclinate 26°. Il fondo, le sponde e le scarpe degli

(1) *Bibl. Univ. de Genève*, T. XI, 1819.

argini sono difese da selciato. Per una parte l'argine destro si è tenuto depresso al fine di lasciare su di esso scaricare le maggiori piene, versandosi in allora una porzione delle acque nell'intervallo rimasto fra il nuovo canale ed il monte, e dirigendosi per quella via al lago. In tal modo rimane sollevato l'argine sinistro, e maggiormente garantito il territorio bonificato.

Il canale inferiore di nuova inalveazione, in conseguenza dei praticati raddrizzamenti, è risultato della lunghezza di 16800^{m}. La differenza di livello dei due laghi, che era di 19^{m},30, venne ridotta a 17^{m},50, e distribuita uniformemente su tutta la lunghezza del nuovo canale. A tal uopo fu mestieri incassarlo per lungo tratto nelle parti superiori sotto il letto della Linth, superando non lievi difficoltà nell'escavazione di estesi banchi di argilla, e nella distruzione con mine di altri banchi di pudinga, per il che si dovette operare fino a cinque metri sotto il livello delle acque.

La cunetta navigabile, che costituisce il letto minore per le acque di magra od ordinarie, ha la larghezza di 24^{m} fra i cigli delle sponde. Il letto maggiore fra gli argini che contengono le piene ha la larghezza di 60^{m}. Le sponde e le scarpe degli argini sono pure rivestite di selciato. La spesa di tutti questi lavori si elevò ad un milione e duecento mila franchi.

Laghi di Morat, Neuchâtel e Bienne.

I laghi di Morat, Neuchâtel e Bienne formano un solo sistema, e col mezzo della Thielle si scaricano dopo breve tratto nell'Aar al di sopra di Buren. Quest'ultimo fiume nel suo tronco superiore è limpido, attraversando i laghi di Brien e di Thun; ma diviene torbido, e trascina copiose materie, dopo che ha ricevuto la Sarine fra Berna ed Arburg. Rialzandosene per questa causa il letto, e facendosi più tortuoso il suo corso, ne venivano regurgitati il lago di Bienne, e quelli superiori di Neuchâtel e di Morat, coll'inondazione di un esteso territorio. A porvi riparo si pensò che potesse giovare il raddrizzamento dell'Aar e della Thielle presso Buren; e dal 1816 al 1817 si rileva-

rono i piani e le livellazioni pel progetto dei lavori a tal uopo necessarj, ritenendosi di ottenere così un abbassamento di 3 o 4 piedi nelle piene di quei laghi; ma finora non mi fu possibile sapere se di poi siasi ciò eseguito.

Lago di Ginevra.

Riduzione del lago a serbatojo artificiale per alimentare il Rodano.

Il corso del Rodano all'escire dal lago di Ginevra veniva qualche volta arrestato dalle piene repentine dell'Arve che vi confluisce presso l'emissario, ove si dirigeva sotto un angolo pressochè retto. Intorno al 1816 il signor Dufour, in allora capitano del genio, vi rimediò portando l'Arve a sboccare in un punto inferiore sotto un angolo più acuto colla direzione del Rodano.

L'ispettore de' ponti e strade signor Vallée, nella Memoria dianzi accennata, propone di ridurre il lago di Ginevra alla condizione di serbatojo artificiale per alimentare il Rodano nel tempo di magra, durante il quale la sua navigazione incontra non pochi ostacoli; su di che premetterò alcune considerazioni.

Il Rodano da Lione al Mediterraneo è forse la più importante linea di navigazione della Francia, particolarmente dopo che il principale de' suoi influenti, la Sonna, è stato riunito, mediante canali navigabili, alla Loira, alla Senna ed al Reno (1). La sua importanza poi s'accrescerebbe non di poco ove si attivasse, come è presumibile, la comunicazione del Mediterraneo col Golfo Arabico, per l'istmo di Suez. Malgrado la considerevole pendenza di quel fiume, e la conseguente rapidità del suo corso, per cui riesce ardua la navigazione a ritroso, questa però è attivissima dopo che venne sussidiata dalla forza del vapore. Al principio del 1843 si contavano di già sul Rodano inferiore sotto Lione 28 battelli a vapore della forza totale di 2233 cavalli (2), e si

(1) La Sonna venne unita alla Loira col canale del Centro; all'Yonne, e quindi alla Senna, col canale di Borgogna; ed al Reno col canale del Doub e dell'Ill, che mediante uno de' suoi rami risale a Basilea, e coll'altro discende a Strasburgo.

(2) Annales des Ponts et Chaussées, 1.° sem., 1843, pag. 43.

ha fondamento di credere che sarà per aumentare il loro numero allorchè, ultimate le opere in corso pel miglioramento della navigazione della Sonna, essi potranno comodamente risalirla fino alla confluenza del Doubs sopra Chalon (1).

Una circostanza favorevole alla navigazione del Rodano si è la sua perennità dovuta principalmente alla natura svariatissima de' principali suoi influenti, le piene e magre dei quali si succedono in stagioni affatto diverse. Ad uno degli estremi della scala stanno la Sonna e l'Ain che, provenienti dalle moderate altezze del Jura e dei Vogesi, e dall'altipiano di Langres, hanno le loro piene in novembre, febbrajo e marzo, nella stagione cioè delle piogge, od al primo sciogliersi delle nevi delle basse regioni; e la loro magra nell'estate. All'altro estremo stanno l'Arve ed il Rodano lacuale, i quali, essendo alimentati da ghiacciaj delle più alte cime alpine che fanno corona al Vallese, hanno al contrario il massimo deflusso in luglio ed agosto, ed il minimo in febbrajo e marzo. In una condizione intermedia si trovano la Durenza e l'Iséra, la prima delle quali, per l'altezza più moderata dei monti cui si estende il suo dominio, ha piene maggiormente precoci in confronto dell'altra, ed una magra estiva più pronunciata. Per tal modo, allo scemare l'afflusso di uno di que' tributarj, s'accresce quello d'un altro, avendosi così quasi sempre nel Rodano una specie di compensazione. Nei mesi però di maggior freddo, ed in quelli di un autunno poco piovoso, esso pure va soggetto ad una magra, la quale per termine medio si calcola durare annualmente in complesso 45 giorni. Ed in allora ne risente sommo danno la navigazione per la difficoltà che incontra a superare i bassi fondi di molte rapide che si formano nel suo corso.

Al fine di porvi riparo si presentò nel 1843 un progetto dei lavori che si richiederebbero per mantenere ivi maggiormente escavato il canale, col raccoglierne le acque in più ristretta sezione mediante dighe sommergibili, e col chiudimento dei rami secondarj del fiume. Ma siccome trattavasi di un dispendio di 25 milioni, e di opere di un esito alquanto incerto, esso non venne approvato, e fu stabilito invece di

(1) Annales des Ponts et Chaussées, 1.° sem., 1845

accordare annualmente una somma per provvedere soltanto ai bisogni più urgenti.

Il signor ispettore Vallée, senza escludere la convenienza di quei lavori, dimostra che a renderli maggiormente proficui, e ad ottenere in gran parte l'intento anche nell'odierna condizione del fiume, gioverebbe assaissimo alimentarlo nelle magre mediante le acque del lago di Ginevra che ridurrebbe, siccome abbiamo detto, alla condizione di serbatojo artificiale. A questo scopo egli ne abbasserebbe l'emissario, e presso Ginevra vi applicherebbe una chiusa, o regolatore, con porte mobili. Egli calcola che per tal modo, senza rialzare le piene del lago, e piuttosto mantenendole ad un livello più depresso, si potrebbe utilizzare uno strato d'acqua della superficie di 600 chilometri quadrati, e dell'altezza di $1^{m},67$, che corrisponderebbe all'enorme quantità di mille milioni di metri cubici. E siccome nelle massime magre non scorrerebbero nel Rodano presso Lione più di 260 metr. cub. per secondo, col sussidio delle acque del lago di Ginevra si porterebbe ivi il deflusso a non meno di 320, e fors'anche di 660 met. cub. per secondo. Si propongono in pari tempo le opere che sarebbero opportune per ridurre navigabile tutta la linea di quel fiume da Ginevra a Lione, e si osserva che, mediante la chiusa summentovata, si potrebbe sospendere per alcuni giorni l'efflusso del lago, e scemare con ciò l'altezza delle piene del Rodano Inferiore.

Io sono per altro d'avviso che dall'esecuzione di un tale progetto si possano bensì ottenere gli sperati vantaggi nei tempi di magra, ma pochissimo effetto nelle piene, in quanto che quelle del Rodano Inferiore sono cagionate dai venti meridionali e piovosi dell'autunno, cui è esposto il suo bacino, meno per la parte che corrisponde all'Arve ed al Lemano, la quale ne rimane difesa dall'altissima catena delle Alpi compresa fra il Monte Bianco ed il San Gottardo. E di fatto, in occasione della straordinaria piena del Rodano avvenuta dal 31 ottobre al 2 novembre del 1840, il Lemano segnava all'idrometro di Ginevra, detto del *Grand Quai*, soli 36 pollici, e non salì a 60 pollici che il giorno 13 novembre (1) quando la piena del

(1) Vedi la tavola delle osservazioni meteorologiche della *Bibliothèque universelle* per quel mese.

Rodano Inferiore si era di già abbassata in notevole misura. Se si consideri che nel primo caso l'efflusso unitario del lago sarebbe stato di circa 280 metri cubici, e di 400 metri cubici in fine, giusta le misure riferite nella Memoria dello stesso signor Vallée, mentre la portata del Rodano nel colmo della piena viene da lui calcolata in met. cub. 5000 a Lione, ed in met. cub. 14000 dopo tutte le confluenze, si potrà di leggieri concludere che poco utile si verrebbe ad ottenere col sospendere per alcuni giorni l'efflusso del Lemano.

Le maggiori difficoltà che si oppongono all'esecuzione di quel progetto non dipenderebbero già dalle condizioni locali, le quali rendano ardua l'opera, ma piuttosto dalla disparità degli interessi delle diverse sovranità che devono concorrere a darvi il loro consentimento.

Laghi dell'Olanda.

Sistema colà seguito pel loro asciugamento.

Un'impresa veramente gigantesca è quella cui si sono accinti gli Olandesi, di asciugare cioè il lago d'Harlem, e di ridurne il fondo a coltivazione. Considerando che questo trovasi per circa 4 metri più depresso del livello medio del mare, e che trattasi di una estensione di 181 chilometri quadrati, eccedente quindi di un terzo la superficie del lago di Como, si avrebbe luogo a dubitare dell'esito di un'opera così ardita, ove non si avessero esempj di altri lavori simili. Tale si è l'asciugamento del lago detto Zuid-Plas presso Rotterdam, più profondo ancora, e della superficie di 46 chilom. quadr., condotto a termine nel 1840; oltre a quello di tanti altri laghi egualmente asciugati, i quali per le sole due provincie d'Olanda misurano niente meno di 700 chilometri quadrati.

Per porgere un'idea adequata di siffatte operazioni, gioverà dare un succinto ragguaglio della natura del terreno costituente l'Olanda, e del sistema d'asciugamento ivi seguito, il quale si stacca totalmente dai metodi che noi conosciamo.

Il suolo dell'Olanda è in generale formato da uno strato di terreno argilloso di circa mezzo metro, cui ne è sottoposto uno di torba di

due a cinque metri, al quale succede l'argilla, ed in alcuni luoghi una terra sabbioniccia. La sua formazione è dovuta principalmente ai depositi portati dalla Mosa, dal Reno e da altri fiumi minori presso le loro foci in mare, comprese fra quelle della Schelda e dell'Ems, e dall'accumulamento delle radici, e d'altre reliquie di piante acquatiche che vegetarono in quei luoghi palustri, e si convertirono in torba.

Di raro il terreno si eleva oltre il livello dell'alta maréa ordinaria, e di solito vedesi più depresso del livello medio del mare, formando estesi laghi ove siffatta depressione sia maggiore.

Lungo le spiagge dell'Oceano l'azione repulsiva delle sue acque, combinata con quella dei venti, ha accumulate le arene in forma di alti argini o dune, le quali si trovano interrotte ove corrisponde la foce dei fiumi, o per rientranze della spiaggia, o per altre cause accidentali.

Talora queste dune hanno ostrutto la foce di qualche fiume, siccome avvenne a Katwyk presso Leida del così detto Vecchio Reno, il quale sembra fosse un tempo il ramo principale, che impoverito di acque per le molte diversioni superiori, e particolarmente per la prevalenza del suo braccio meridionale, denominato il Whaal, sarebbe rimasto chiuso l'anno 840 dalle sabbie accumulatevi dal mare in una tempesta straordinaria. Taluni però pretendono che fino al secolo XV continuasse a sfogarvi le sue acque in occasione di piena.

Ai tempi degli antichi Batavi è verisimile che quella regione fosse generalmente in balìa delle acque, e che fossero abitate soltanto le parti più elevate del suolo. Non vi sono sicure memorie dell'epoca nella quale s'incominciarono le prime dighe, od argini, per difendere dall'invasione delle acque le altre parti maggiormente depresse, e ridurle mediante asciugamento a coltivazione, ma si ha fondamento di credere che tali opere risalgano almeno al IX secolo.

Forse da principio, ed a quanto pare ne' tempi della romana dominazione, quando si operarono in quel paese grandi diversioni di fiumi per lo scopo della navigazione, si pensò eziandio a premunire estesi territorj dalle irruzioni del mare, e dei fiumi stessi, con argini che in alcune località si saranno riuniti alle dune. Ma per liberarli dalle acque interne sembra che posteriormente soltanto s'inventassero

le chiuse con porte angolari a movimento spontaneo, le quali si aprono all'abbassarsi delle acque esterne, e si chiudono allorchè queste si rialzano oltre il livello delle altre per l'azione alternativa delle marée. In tal modo si saranno asciugati i terreni più elevati del livello medio del mare, ed anche altri più depressi di un tal limite, particolarmente nella stagione estiva, col favore dell'evaporazione. Successivamente, e secondo alcuni intorno alla metà del secolo XVI, l'industria pose a profitto la forza dei venti dominanti in quelle spaziose pianure per movere meccanismi atti a rialzare le acque, e ad espellerle dai recinti arginati. Ma pel continuo variare del livello delle acque esterne l'azione delle macchine a tal fine impiegate avrebbe dovuto essere, od intermittente, o regolata giusta la massima elevazione delle acque stesse, con notevole perdita dell'effetto utile allorchè queste erano più basse. Si trovò quindi opportuno di limitare l'asciugamento con quei meccanismi ad una sola parte dei terreni compresi nel recinto arginato, destinando la parte residua, di solito la più depressa, siccome ricettacolo delle acque per tal modo rialzate, alla quale si è dato il nome di bacino (*boezem*). Questo soltanto continuava a scaricarsi direttamente, mediante le chiuse preaccennate, nel fiume o nel mare col favore della bassa maréa, e di altre cause, delle quali si parlerà più avanti, e quindi con intermittenza. E ridotto così il livello del bacino ad essere pressochè costante, l'azione delle macchine veniva a riescire continua ed assai meglio utilizzata. Premessi questi cenni generali sui principj che mossero ad adottare il preaccennato sistema d'asciugamento, passerò ad indicarne in breve alcuni particolari (1).

(1) Chi bramasse una più precisa cognizione di queste cose potrà consultare le seguenti opere, da cui principalmente ho attinto quanto verrò esponendo.

Annales des ponts et chaussées, II semestre, 1842. Desséchement du lac d'Harlem: 1.° Lettre de monsieur le baron de Bois-le-Comte, ministre du roi à la Haye, à monsieur le ministre des Travaux publics (15 luglio 1842); 2.° Notice historique, topographique et hydraulique sur le desséchement du lac d'Harlem par monsieur Merkes, aide de camp du roi Guillaume (maggiore del genio, e membro della Commissione per quella operazione), 30 ottobre 1841; 3.° Sur les desséchements exécutés en Hollande, et sur celui du Zuid-Plas en particulier, mémoire redigé par ordre de S. E. le lieutenant général baron de Koek, ministre de l'intérieur.

Du desséchement du lac d'Harlem par M. Gevers d'Endegeest, conseiller d'état, président de la Commission pour le desséchement du lac d'Harlem. Première partie, avec atlas. Leide, 1844.

Il suolo depresso dell'Olanda è ripartito in un numero considerevole di distretti o consorzj idraulici, ciascheduno de' quali ha una propria amministrazione e particolari regolamenti. Ogni consorzio ha i suoi argini di circondario, che talvolta comprendono anche le dune, nei quali sono collocate le chiuse per lo scarico delle acque interne in un fiume o nel mare. Queste si raccolgono, come si disse, nel bacino, ove si versano col sussidio delle macchine destinate all'asciugamento dei terreni chiamati in generale *polders*. Il bacino rimane separato dai *polders* mediante argini di maggiore o minore robustezza, secondochè maggiore o minore si è la differenza di livello fra l'uno e gli altri. Le acque di un bacino non si mantengono sempre orizzontali, ma sotto l'azione dei venti possono prendere un'inclinazione sensibile, oltre alla pendenza che vengono in alcune parti ad assumere in conseguenza del loro deflusso. Se per la prima di tali cause si alza il loro livello in corrispondenza ad una chiusa, si aumenta in allora l'efflusso di questa, anche per la circostanza, che, dipendentemente dalla stessa azione del vento, si abbassano ivi contemporaneamente le acque esterne. Ma se il vento soffia in direzione opposta, e quindi se viene a diminuire in quel punto l'altezza delle acque interne, e ad accrescersi quella delle esterne, scema in allora lo scarico delle prime, e qualche volta rimane eziandio del tutto sospeso. Per tal modo lo scarico delle acque interne dipende dall'azione combinata del vento e delle marée, come pure dalla copia delle acque de' fiumi, particolarmente per le parti più lontane dalla loro foce in mare. Quanto più è esteso un bacino, tanto più è costante il suo livello, circostanza che di solito è utile, ma che talvolta riesce di danno per la maggior lentezza colla quale si scaricano le acque ivi accumulate. Esso viene in generale costituito da laghi e da canali, i quali servono eziandio per la navigazione mediante conche che li pongono in comunicazione colle acque esterne.

I laghi dell'Olanda hanno origine o da naturale ineguaglianza nella distribuzione dei depositi che ne costituiscono il suolo, o dall'essersi escavato il terreno per irruzione delle acque esterne nei recinti arginati, od anche dall'essersene estratta la torba, della quale si è sempre fatto un uso estesissimo in quel paese, a cagione della scarsezza

di altro combustibile, particolarmente avanti all'introduzione del carbon fossile.

La notte del 19 novembre 1421, in conseguenza di una maréa straordinaria, la Merwede, formata dall'unione del Whaal e della Mosa, avendo rotti gli argini, ed invaso presso Gorkum un paese estesissimo sul confine del Brabante settentrionale e dell'Olanda, ne furono distrutti 72 villaggi, colla sommersione di oltre 100000 abitanti. In quell'occasione si formò ivi il lago detto il Biesbosch della superficie di 240 chilometri quadrati. Esso è ora disseminato d'isole alluviali formate dai depositi di quel fiume che vi ha diretto il suo corso principale.

Al fine di disciplinare l'escavazione delle torbiere, per la quale, come si disse, si formano altrettanti laghi, è stabilito che, avanti di ottenerne la licenza, abbiasi a garantire la percezione delle imposte e la spesa necessaria pel successivo asciugamento del lago. Quello detto Zuid-Plas, del quale si è fatto cenno, e che venne or ora asciugato, era appunto una torbiera della superficie di 46 chilometri quadrati.

I terreni bonificati si distinguono in tre classi, cioè in terreni naturali, che sono più elevati del pelo d'acqua del bacino, in *polders* propriamente detti, ed in terreni d'asciugamento, la cui differenza consiste nella comparativa maggiore depressione degli ultimi, dandosi però tanto agli uni che agli altri il nome comune di *polders*. Ognuno di questi è circondato dai proprj argini, e fornito di molini a vento colle rispettive macchine d'asciugamento, qualunque sia la sua grandezza; ed ha una speciale amministrazione distinta da quella dell'intero consorzio, o circondario, del quale fa parte.

L'acqua dei *polders* si versa nel bacino col mezzo di particolari ruote, o di viti d'Archimede, mosse da molini a vento di maggiore o minore grandezza e forza, a norma delle circostanze. Le ruote sono a palette poste normalmente alla periferia, ossia in direzione dei raggi; od anche inclinate in modo da formare con essa un angolo ottuso nel senso della direzione del loro movimento. Esse si aggirano in una corsia, pescando nell'acqua del *polder*, la quale per impulso delle palette viene spinta nel bacino ad un'altezza da $0^m,80$ ad $1^m,20$. Se la

differenza di livello fra le acque del *polder* e quelle del bacino supera un tal limite, in allora s' impiegano i molini in due, tre e perfino quattro ordini, ponendoli a varie altezze, ed elevando così l' acqua a successive riprese. Colle viti d'Archimede l' acqua si alza anche a due metri. Nel *polder* si escavano poi i fossi e canali necessarj per guidare le acque ai diversi molini d' asciugamento, ripartendolo di solito in figure rettangole; e quando il terreno è molto depresso, la superficie dei fossi e canali giunge all' incirca al decimo del totale. I canali non comunicano tutti fra loro, tenendosi d' ordinario separati quelli delle parti più elevate dagli altri delle parti più basse. Lungo i principali di essi si costruiscono le strade per le comunicazioni coi luoghi vicini, e coll' interno del *polder*, le quali ultime per la maggior parte si hanno contemporaneamente coi canali medesimi. Le case si erigono lungo l' argine principale di circondario, e se il terreno asciugato è di molta estensione, se ne costruiscono eziandio in contatto delle strade che lo attraversano.

Allorchè l' asciugamento di un terreno è ultimato, la prima operazione è quella di lavorarlo, e seminarlo di colza. In seguito si vende, ed i nuovi proprietarj formano una società, coll' approvazione del Governo, alla quale si cedono tutte le macchine ed altri materiali del *polder*.

La scala delle acque è oggetto di somma importanza pel regolamento dei *polders*. In tutta l' Olanda essa parte da un piano, o livello imaginario, corrispondente allo zero dell' idrometro di Amsterdam, il quale coincide col livello medio delle acque dell' Y, che è un braccio del golfo *Zuidersee*, ed eziandio col livello in generale dei terreni naturali dell' Olanda.

Qualunque altezza d' acqua perciò si riferisce sempre a quel piano col segno +, o —, e colle lettere *A. P.* (*Amsterdamsche peil - Idrometro d'Amsterdam.*)

In conseguenza del soverchio concorso delle acque dei *polders* nel bacino, potrebbesi le tante volte elevare questo al punto da farle riversare nei *polders*. È quindi stabilito in varie località un livello per le acque del bacino stesso, raggiunto il quale deve sospendersi

l'azione dei molini, sotto pena di forti multe in caso di trasgressione. Al fine di evitare il danno che deriva da siffatta sospensione, e quindi dall'imperfetto asciugamento dei *polders*, al bacino ordinario si aggiunge talvolta un secondo bacino più elevato, nel quale si versano le acque del primo col sussidio dei molini, potendo così le acque interne continuare a scaricarsi più lungamente. Questa disposizione, quantunque utilissima, riesce però molto dispendiosa.

Nelle due provincie dell'Olanda propriamente detta il punto più basso per la fermata dei molini è quello di $0^m,34$ — *A. P.* nello Scieland, ed il più elevato quello di $0^m,145$ — *A. P.* nell'Amstelland.

Nell' inverno, mancando il sussidio dell' evaporazione, i *polders* sono in generale coperti d' acqua. Nell' estate al contrario, malgrado l' immensa copia delle acque che circondano per ogni parte quei terreni, e la notevole depressione di questi, avviene di solito che risentano assaissimo gli effetti della siccità sotto l' azione del calore e dei venti. In allora è mestieri richiamare mediante apposite chiaviche nei *polders* l' acqua occorrente dal bacino; ed ove il livello di questo dovesse per tal modo deprimersi al punto da derivarne danno alla navigazione, s' impedisce per qualche tempo l' aprimento spontaneo delle chiuse di scarico. Quando poi anche ciò non basti, si rivolgono eziandio nel bacino con altre chiaviche o chiuse le acque esterne, purchè esse sieno dolci. Vi sono talvolta delle chiuse destinate a separare in date circostanze una parte del bacino dall' altra.

Gli argini dei *polders* sono, come si disse, più o meno robusti ed elevati in relazione alla maggiore o minore depressione del terreno, rispetto al livello del bacino. Gli argini meno alti raggiungono appena il livello *A. P.* Quelli che si oppongono alle acque del mare o dei fiumi devono elevarsi sopra le più alte marée, o sopra le massime piene che di solito coincidono con quelle. Le marée straordinarie giungono a $3^m,40$ + *A. P.* nel mare del Nord.

Siccome i fiumi dell'Olanda, o per cause naturali, o per diversioni artificiali, si suddividono in molti rami con rallentamento di corso, ne viene di conseguenza che il loro letto va elevandosi progressivamente per le più copiose deposizioni che da tale causa si promovono, lo che

richiede un corrispondente alzamento degli argini che li accompagnano, e quindi una maggiore spesa per l'asciugamento dei terreni che vi scaricano più difficilmente le loro acque. A peggiorare la condizione di questi concorrerebbe pure l'abbassamento del loro livello, che taluni vogliono sia lento bensì, ma continuo, e corrisponda nell'Olanda settentrionale ad un piede e mezzo per trecento anni. Un effetto simile sarebbesi eziandio riscontrato lungo le coste dell'Adriatico, e particolarmente a Ravenna ed a Venezia, e siccome in tutte quelle località ciò sarebbe avvenuto in terreni d'alluvione di notevole profondità. sembra che, senza ricorrere a cause intestine, possa spiegarsi il fenomeno coll'assettamento degli strati inferiori sotto la pressione dei superiori che si sono loro sovrapposti.

Allorchè le scarpe degli argini devono sostenere l'azione delle onde. o delle correnti, oltre all'avere una dolce inclinazione, come sarebbe di una base quintupla dell'altezza, si premuniscono con opere di difesa che consistono in rivestimenti di pietra o di fascine, od in palafitti. Fuori di questi casi, per la difesa degli argini basta il cotico erboso del quale naturalmente si ricoprono. Taluni di essi poi si tengono appositamente ad un livello più basso, perchè abbiano a servire siccome sfioratori (*overlaten*), nel caso di soverchia elevazione delle acque del bacino che renda necessario di riversarne una parte nei *polders*. Si scelgono a questo fine le località che per tali evenienze riescano meno pericolose, quelle cioè ove i terreni sono meno depressi.

Il Rhynland.

Una succinta descrizione del *Rhynland*, che comprende il lago di Harlem, del quale si parlerà più avanti, gioverà a chiarire meglio ciò che si è detto, e ciò che si verrà successivamente esponendo.

Il *Rhynland* è il più considerevole fra tutti quei consorzj, ed è posto per una parte nella provincia dell'Olanda Meridionale, e per l'altra in quella dell'Olanda Settentrionale. All'ovest ha per confine il mare del Nord; al sud si estende dai contorni dell'Aja a Gouda; al nord, dai contorni di Harlem ad Amsterdam è terminato dal seno di mare denominato

l'Y, appendice del Zuidersee; ed all'est si estende da Amsterdam alla detta città di Gouda, rinchiudendo nel suo circondario anche la città di Leida. Deriva il suo nome dall' antico ramo del Reno, il quale, come dicemmo, rimase chiuso alla sua foce presso Katwyk. Gli indicati limiti riguardano la giurisdizione di quel consorzio; ma viene a formarne parte anche il distretto di Woerden, i cui *polders* si scaricano nel bacino del primo fino dal 1363, dopo che non poterono più farlo nell'Yssel, altro ramo del Reno, per essersi rialzato il suo letto. Verso il mare del Nord il Rhynland è protetto dalle dune; e verso l'Y da un forte argine che venne da pochi anni rialzato, portandolo al livello di 3^m + *A. P.* All'est e al sud esso è separato con argini dagli altri circondarj. La sua superficie si divide come segue, compreso il distretto di Woerden.

Bacino; pertiche metriche, ossieno decari	227000
Terreni naturali, fra i quali si comprendono 114000 decari di dune	307000
Polders	700600
Totale, decari (1) . . .	1234600

Se quindi se ne sottraggano i terreni naturali, che sono all'incirca il quarto del totale, gli altri tre quarti di quella superficie, senza il sussidio dei molini, sarebbero tutti costantemente coperti dalle acque. Nel bacino si comprende il lago d'Harlem, di 181000 decari; ed altri *laghi torbiere* per 30000 decari.

Il bacino si scarica nell'Y per le chiuse di *Sparendam* e della *Mezza via* (*Halfwegen*) in numero di sette, della larghezza complessiva di $41^m,37$; nel mare del Nord per la chiusa di Katwyk, stata ivi aperta nel 1806, in tre luci larghe insieme $16^m,95$; e nell'Yssel a Gouda per altre tre chiuse larghe in tutto $19^m,10$, di modo che in totalità la larghezza delle chiuse misura $77^m,62$.

(1) Ho preferito di esprimere questa superficie in decari, ossieno pertiche metriche di 1000 metri quadrati, in luogo degli ettari di 10000 m. q., perchè quell'unità di misura è più conosciuta presso di noi, siccome adottata pel nuovo censimento. Mille decari corrispondono a 1528 pertiche milanesi.

Il livello medio del bacino è in estate $0^m,65$ — *A. P.*, e nell' inverno $0^m,39$ — *A. P.* La bassa maréa dell' Y non giunge che a $0^m,26$ — *A. P.*, mentre quella del mare del Nord a Katwyk discende d' ordinario a $0^m,70$ — *A. P.*; e quindi in quest' ultimo punto lo scarico è di solito assai più felice, malgrado l' interposizione di un canale più lungo, e quindi la maggior pendenza che, a pari circostanze, devono prendervi le acque. Ma quando soffia il vento di sud giovano assai anche le chiuse sull' Y in quanto che, mentre in allora si abbassano ivi le acque esterne del mare, si alzano invece per oltre un mezzo metro quelle del bacino. Lo stesso avviene coi venti d' est per la chiusa di Katwyk. Attesa l' accennata elevazione del letto dell' Yssel, lo scarico in quel fiume è ormai pressochè nullo.

Le città ed i villaggi del Rhynland sono posti sui terreni naturali i più elevati, i quali sono i più feraci per praterie e cereali. Quelli prossimi al lago Harlem sono depressi e coperti d' acqua nell' inverno, lo che non toglie che producano fieno in estate.

I *polders* sono in numero di 193, dell' accennata superficie complessiva di 700600 decari. Di essi 28 sono terreni d' asciugamento della superficie di 150000 decari, profondi circa $4^m,50$ — *A. P.*, di modo che si trovano per termine medio a $3^m,50$ sotto l' alta maréa ordinaria. Gli altri 170 *polders* sono ad un livello che varia dai $0^m,80$ — *A. P.* ad $1^m,20$ — *A. P.*

Quei *polders* possiedono insieme 261 molini per lo scarico delle loro acque nel bacino, i quali, quando sono tutti in azione in circostanze favorevoli, alzerebbero ad un metro per ogni secondo circa 254 m. c. d' acqua, e quindi verserebbero nel bacino oltre a m. c. 153 per secondo, ossia un triplo della portata del Naviglio Grande; stando ai dati che vengono indicati sul loro effetto dinamico (1).

(1) Secondo il signor maggiore Merkes (*Annal. des ponts et chaussées*, vol. precit., p. 119) un buon molino alzerebbe un metro cubico d' acqua, ossia 1000 chilogrammi, in un secondo all' altezza di un metro. Questa quantità supererebbe di molto quella calcolata da Coulomb, giusta le esperienze da lui fatte nei contorni di Lilla, indicando egli per termine massimo 890 chilogrammi innalzati ad un metro nel caso di un vento fortissimo, la cui velocità sia di $9^m,10$ per $1''$. Conviene perciò supporre che i molini dell' Olanda sieno di maggior forza e perfezione in confronto di quelli della Fiandra.

Dicesi che in tutta l'Olanda esistano 9000 molini, i quali, a 1500 franchi di spesa annuale per ciascheduno, richiederebbero in complesso quella di oltre 13 milioni (Lettera precitata del Ministro Bar. de Bois-le-Comte). Io dubito però che quest' ultima cifra sia piuttosto esagerata in quanto che la spesa di 1500 franchi, per ciò che concerne la sola manutenzione, è relativa ai molini di forza ordinaria, mentre è noto che molti ve ne sono di un' azione più limitata i quali vengono adoperati per i *polders* meno depressi. Ma calcolati anche solo i due terzi dei 9000 molini per supporli nella condizione di quelli di forza ordinaria, ove fossero posti tutti in azione, alzerebbero ad un metro 6000 m. c. d' acqua per ogni secondo, quantità che supererebbe la portata del Po in massima piena.

Fra i 261 molini del Rhynland 124 sono vincolati ad un punto di fermata, e gli altri sono liberi, cioè possono agire continuamente.

Il bacino del Rhynland, allorchè le sue acque si alzano oltre il livello normale, o quando sono spinte dal vento d'est, viene temporariamente separato in diverse parti mediante chiuse che ne attraversano i canali, con che se ne impedisce la soverchia elevazione nella parte meridionale. Una separazione simile ha luogo d'estate, in tempo di siccità, mediante la chiusa che attraversa il vecchio Reno presso Bodegraven, per non lasciare deprimere di troppo, con danno della navigazione, il bacino del distretto di Woerden, alquanto più elevato di quello del Rhynland. In tali circostanze vi si introduce eziandio l' acqua derivata dall' Yssel.

Nelle Memorie degli Annali precitati, pagina 129, dicesi che un molino valga a tenere asciutti da 4000 a 5000 decari di *polders* ordinarj. E siccome nel Rhynland vi sarebbero 700600 decari di *polders*, de' quali 150000 sono di asciugamento, e 550600 ordinarj, ritenuta la profondità media dei primi di 4^m sotto il livello del bacino, e per gli altri di un metro, ne risulterebbe l' occorrenza di 134 molini, della forza preaccennata per quelli, e di 120 per gli ultimi, quindi in tutto di 254 molini, i quali alzerebbero appunto i 254 m. c. d'acqua per 1" nella massima loro azione. Ma siccome una quarta parte soltanto di quelli impiegati nei terreni di asciugamento verserebbe le acque immediatamente nel bacino, si verrebbe così a ridurre la quantità d'acqua sollevata in questo a 153 m. c. per secondo, giusta quanto venne indicato.

Asciugamento del lago d'Harlem.

Il lago d'Harlem, che occupa la parte settentrionale del bacino del Rhynland, si vuole che in origine sia stato formato da una irruzione del mare, avvenuta dopo la metà del secolo XV. In esso si scarica il *vecchio Reno* dopo che venne ostrutta, come si disse, la sua foce nel mare del Nord, ed al concorso delle acque di questo da altri si attribuisce principalmente l'origine di quel lago. Esse ne escono nell'Y per due canali forniti delle chiuse che furono di già descritte. Il più occidentale di questi bagna, sotto il nome di Spaarn, la città di Harlem. Abbiamo veduto come nel 1806 a quei canali di scarico siasi aggiunto l'altro di Katwyk colle sue chiuse, ove corrispondeva l'antica foce del Reno nel mare del Nord.

Una carta del 1531 rappresenta il lago d'Harlem diviso in quattro piccoli laghi fra loro comunicanti, della totale superficie di 60 chilometri quadrati, fra i quali trovavansi tre villaggi di qualche importanza. Ma per l'azione delle correnti e delle onde, venendone corrose le rive costituite di un terreno torboso e leggiero, si ingrandirono mano mano quei laghi colla distruzione dei villaggi preaccennati, al punto di formare oggidì un lago solo di una tripla superficie, ossia di 181 chilometri quadrati, profondo circa 4^m sotto il livello medio del mare (1). Sembra che le materie corrose sieno state trasportate, per la loro leggerezza, dalle correnti al mare; raccogliendosi oltre di ciò in copia quelle galleggianti sulla superficie delle acque siccome ottimo concime per i vivaj e per gli orti.

Dopo il 1767 si sono eseguite molte opere per impedire il progresso della corrosione delle sponde, particolarmente ove era minacciata l'unione di questo lago colle torbiere d'Aalsmeer, le quali opere importarono un dispendio di oltre sei milioni di franchi.

(1) In una delle tavole che accompagnano la precitata Memoria del signor Endegeest si dà il disegno di questo lago, colla indicazione delle sue sponde, quali si trovavano nel 1531 ed in altre epoche posteriori, dal che rilevasi il progressivo avanzamento della loro corrosione.

Da molto tempo si fecero progetti per asciugare quel lago, e ridurne il fondo a coltivazione; ed uno de' più rimarchevoli fu quello presentato nel 1643 da certo Leeghwater fabbricatore di molini, del quale si fecero tredici edizioni. Senza tener dietro alla serie di tali progetti, darò un succinto ragguaglio di quello che ora si sta eseguendo, il quale venne adottato nel 1839, e soggiacque di poi ad alcune modificazioni. I lavori in esso proposti sono i seguenti:

L' escavazione di un canale di circondario, separato mediante robusto argine dal lago, e dai polders che verrà ad intersecare, e comunicante colla residua parte del bacino del Rhynland. Esso servirà per lo scolo delle acque e per la navigazione.

L' asciugamento del lago, che sarà da eseguirsi col mezzo di trombe aspiranti mosse da macchine a vapore.

Il raddrizzamento ed ampliamento del canale di Katwyk e delle chiuse ivi esistenti, e l' aggiunta di una nuova chiusa verso l' Y alla *Mezza via* fra Harlem ed Amsterdam.

L' escavazione dei depositi che ingombrano lo Spaarn, e la costruzione di un secondo bacino con apposita chiusa sull' Y presso Sparendam, per innalzarvi le acque del bacino principale mediante una macchina a vapore di 180 cavalli di forza, dalla quale sarebbero mosse le ruote idrauliche d' espulsione.

Queste ultime due opere si eseguirebbero per rimediare in qualche modo al danno che sarà per derivare al Rhynland dall' asciugamento del lago, e quindi dal diminuire di molto la superficie del suo bacino.

Ove poi l' esperienza avesse a dimostrare che per tal causa in occasione di siccità vi fosse deficienza d'acque, queste si deriverebbero in allora con appositi canali dall' Yssel.

Nella primavera del 1840 si è dato incominciamento al nuovo canale d' asciugamento e di navigazione lungo 60 chilometri, largo in superficie dai 38^m ai 45^m, profondo $5^m,80$. Esso venne separato dal lago con un robusto argine, che si alza per ora a $2^m,30 + A.P.$ con scarpe, a base doppia verso il canale, ed a base quintupla verso il lago stesso. Una golena di 6 metri fra l' argine ed il canale è destinata siccome strada dell' alzaja. Ove il canale attraversa i *polders*, gli argini

laterali sono di minori dimensioni, ed alti $0^m,75$ + *A. P.* con un fosso all'esterno, rimanendo esso da questa parte in libera comunicazione coi canali e laghi del bacino del Rhynland. Terminato l'asciugamento, ed ottenuto il perfetto assettamento dell'argine principale, la sua sommità verrà abbassata fino a $0^m,78$ + *A. P.* La terra di escavazione, quantunque torbosa, ha servito utilmente per la costruzione degli argini. Gravi difficoltà si dovettero superare per la formazione di questi nell'acqua, particolarmente quando s'incontrava un fondo di torba galleggiante, che conveniva espellere sino al fondo resistente coll'aggiunta di nuova terra, e di poi escavare per la parte corrispondente al canale ove veniva spinta. Gli argini da costruirsi nell'acqua corrispondono ad un ventesimo del totale. Di solito si fa in allora precedere la costruzione di due argini subacquei composti di zatteroni di fascine, i quali s'immergono a strati di una larghezza che va progressivamente scemando, caricandoli di terra e sassi. Essi formano così una incassatura che serve a contenere la terra del nuovo argine, la quale senza di ciò, sciogliendosi in fango, si espanderebbe a molta distanza. In qualche punto a quegli argini di fascine si è con ottimo successo sostituito un argine (*jetée*) di sabbia, condotta con molto dispendio dalle dune alla parte orientale del lago. Espulsa la materia fangosa del fondo col peso della sabbia, questa sostenne senza alcun cedimento la spinta del terrapieno che di poi fu elevato (1). Al principio del 1844 poco rimaneva ad eseguirsi pel compimento del canale e de' suoi argini.

Nel 1841 e 1842 fu escavato il letto dello Spaarn, e nel 1843 si sono intrapresi i lavori per l'aggiunta di una nuova chiusa a Sparendam, larga 14^m, profonda 3^m — *A. P.* Per essa devesi scaricare una parte delle acque del bacino del Rhynland, quando esse saranno troppo elevate, e ciò coll'intermezzo di un secondo bacino e di una macchina a vapore che metta in movimento 10 ruote della totale larghezza di 22 metri. La macchina è a cilindro orizzontale del diametro di $1^m,52$;

(1) Sulla proprietà della sabbia di resistere senza cedimento sensibile all'azione di pesi enormi, e sull'utile applicazione di questa proprietà nelle fondazioni degli edificj, veggasi la Memoria inserita nel volume X, anno 1835, degli *Annales des ponts et chaussées*, ove si dà un ragguaglio delle belle esperienze fatte a tal fine, particolarmente a Bajona.

lo stantuffo ha la corsa di $3^m,04$, e farà 10 colpi in un minuto. Il diametro del volante che deve regolare il movimento delle ruote è di $8^m,55$. Essa macchina viene costrutta nella fabbrica Dixon e Comp. di Amsterdam.

Per l'asciugamento del lago si è calcolato che sarebbero occorsi 114 molini a vento, il costo di ciascheduno de' quali è di circa 36000 franchi per la costruzione, oltre alla spesa annuale di 1500 franchi per la loro manutenzione. E siccome con questo mezzo l'operazione avrebbe durato quattro anni, attesa la loro azione intermittente che si calcola di 60 giorni all'anno, si è quindi riconosciuto più opportuno l'impiego delle macchine a vapore e delle trombe, con che si spera di compiere l'asciugamento in quattordici mesi.

Alla prima di esse macchine, che deve servire di campione e di esperimento per la costruzione di altre due, si è dato il nome di *Leeghwater,* in memoria dell'autore del più antico e pregevole progetto d'asciugamento di quel lago, ed anche perchè il vocabolo esprime appunto in olandese un apparato d'aggottamento. Presso il villaggio di Kaag, ove si dirama il canale di Katwyk, la nuova macchina viene collocata nel centro di un grandioso edificio in forma di torre cilindrica, dai muri del quale, mediante apposite feritoje, escono undici bilancieri di ghisa che muovono altrettante trombe. Un'appendice all'edificio stesso, a base rettangola, contiene la caldaja della macchina. Essa è a doppio effetto, ad alta pressione, con espansione, e di una struttura affatto particolare. Ha due cilindri, uno centrale del diametro di $2^m,13$, e l'altro a base anulare che circonda il primo, del diametro esterno di $3^m,66$. I due stantuffi che in essi si movono sono fra loro aderenti ed uniti con cinque aste verticali che sorreggono un cilindro cavo superiore, ove è collocato un contrappeso, ossia zavorra. Imperciocchè il colpo utile di essa macchina è nella discesa de' suoi stantuffi, dovendo in allora innalzare l'acqua delle trombe, che sono aspiranti. Una parte però della zavorra è immediatamente applicata sul coperto di essi stantuffi. I due cilindri possono comunicare fra loro nella parte superiore soltanto. Introdotto il vapore nel cilindro centrale sotto lo stantuffo, questo si alza insieme all'altro, ed a tutto il

peso sovrapposto. Ad un dato punto della corsa cessa l'entrata del vapore, ed il rimanente del colpo si compie per espansione. Contemporaneamente gli stantuffi delle trombe discendono pel proprio peso indipendentemente dalla macchina, portando così l'estremo opposto del bilanciere, che ivi è libero, sotto il cilindro della zavorra stato rialzato. Allora si apre la valvola d'equilibrio nello stantuffo centrale della macchina, e con ciò è posta in comunicazione la parte inferiore del cilindro di mezzo colla superiore d'entrambi. Lo stantuffo centrale rimane quindi in equilibrio fra due pressioni eguali nel colpo retrogrado. Quello anulare invece è spinto al basso dalla forza del vapore che continua ad agire per espansione, trovandosi inferiormente in comunicazione col condensatore. Gli stantuffi delle trombe vengono quindi elevati coll'abbassarsi l'estremo opposto del bilanciere, in parte per l'azione del vapore sullo stantuffo anulare, ed in parte per la discesa del contrappeso, o zavorra. Dopo il colpo retrogrado la valvola d'equilibrio si chiude, il vapore utilizzato si fa comunicare col condensatore, e viene introdotto di nuovo il vapore come dapprima sotto lo stantuffo centrale.

La corsa degli stantuffi della macchina e di quelli delle trombe è di 3^m, ed il diametro degli ultimi di $1^m,60$. Una tromba quindi alzerà 6 metri cubici d'acqua per ogni colpo. Esse sono disposte simmetricamente in modo da poterne ridurre il numero conservando sempre una uniforme distribuzione di peso sull'edificio.

Da principio, quando sarà minore l'altezza alla quale si eleverà l'acqua, le trombe potranno operare tutte contemporaneamente, scemandosene di poi il numero mano mano che si accrescerà l'altezza stessa, la quale per limite massimo deve giungere a 5^m. Supposto che le trombe fossero tutte in attività, e che facessero 10 colpi in un minuto, esse alzerebbero in quell'intervallo di tempo 660 metri cubici d'acqua, che corrispondono a 264 once magistrali, ossia ad una portata equivalente ad una volta e tre quarti quella del Naviglio di Pavia. Le trombe versano l'acqua in un serbatojo, il quale comunica col bacino mediante alcune chiuse a porte angolari che si aprono da se ove il livello del primo prevalga a quello del secondo. Per tal modo si ha il

vantaggio di ottenere tutto l'effetto utile dalle trombe coll'elevare l'acqua di un sol getto per un'altezza minima sul livello del bacino, qualunque sia la variazione di questo e di quello eziandio delle acque del lago, locchè non sarebbesi ottenuto colle altre macchine adoperate colà per gli asciugamenti.

La forza della macchina si calcola in 350 cavalli vapore. Essa, insieme alle trombe, venne costrutta sui disegni dei signori Dean e Gibbs dalle ditte Fox e Comp., ed Harvey e Comp. del Cornwallis. I bilancieri e le caldaje si forniscono dalle fabbriche nazionali.

Il *Leeghwater* doveva essere attivato sul principio del corrente anno 1845; ciò per altro che non avvenne fino al mese di luglio, siccome è stato riferito da persona che ebbe a visitare quei luoghi (1). Si ritiene che il lago abbia ad essere perfettamente asciugato entro l'anno 1847.

La spesa viene sostenuta dallo Stato mediante prestito, e si calcola che possa essere rimborsata colla vendita dei terreni bonificati. Essendosi riscontrato dopo numerosi scandagli che il fondo del lago è costituito di argilla coperta in generale da uno strato di terriccio vegetale, sembra quindi indubitato che debba essere suscettibile di un'ottima produzione.

Nelle discussioni che vi furono sul punto, se fosse preferibile per l'asciugamento l'impiego dei molini, o quello delle macchine a vapore, calcolata in 26 000 fiorini dei Paesi Bassi (fr. 55 380) la spesa della costruzione d'ogni molino, ed in fior. 750 (fr. 1 597) quella dell'annuale sua manutenzione, come pure l'occorrenza di 114 molini da impiegarsi per quattro anni consecutivi, si determinò in 3 741 622 fior. (fr. 7 969 655) il dispendio del primo asciugamento.

Coll'impiego del vapore e delle trombe questa spesa verrebbe invece a limitarsi ad 1 218 690 fior. (fr. 2 595 680) (2), motivo pel quale si è data la preferenza a quest'ultimo partito.

Anche per mantenere successivamente asciutto il nuovo *polder* si è

(1) I giornali inglesi del 1.° ottobre annunziano essersi dipoi attivata quella macchina col più soddisfacente effetto.

(2) Merkes, Mem. precit.

calcolato che mediante il vapore e le trombe la spesa annuale si limiterebbe a 54 000 fior. (fr. 115 000), mentre coi molini, partendo dai dati precedenti, essa si aumenterebbe di una metà. V'ha quindi tutta la presunzione di credere che coll'andare del tempo abbiansi a sostituire nell'Olanda le macchine a vapore ai molini, siccome avvenne pei terreni palustri presso Bedford in Inghilterra, della estensione di 485 chilometri quadrati, i quali dapprima si erano asciugati con molini a vento costrutti da Olandesi che vi furono appositamente chiamati.

Supposto che la spesa totale del primo asciugamento del lago d'Harlem non oltrepassi i 18 milioni di franchi, quella di ogni pertica metrica, ossia decaro, sarebbe di 100 franchi. La spesa per l'asciugamento del lago Zuid-plas, più profondo ancora, ascese invece a 140 fr. per ogni decaro, impiegandovi i molini insieme a due macchine a vapore.

Siccome con un molino si possono conservare asciutti 4500 decari all'incirca di polders ordinarj, calcolando la spesa di manutenzione d'ogni molino col dato suesposto, essa verrebbe ad essere di circa 56 centesimi per ogni decaro, o pert. metr., e pressochè quadrupla pei terreni d'asciugamento. Supposto perciò che i 9000 molini dell'Olanda, indicati nella lettera precitata del Ministro Barone de Bois le Comte, si riducano a 6000, per considerarli tutti di una forza ordinaria, la spesa annuale della loro manutenzione supererebbe ancora i nove milioni di franchi, oltre ad altri otto milioni che richiederebbero, secondo lui, le riparazioni degli argini dei soli *polders* e loro bacini.

Con questi pochi cenni ci possiamo formare un'idea degli immensi capitali impiegati in quel paese per sostenere una lotta continua contro un elemento che ad ogni istante ne minaccia la distruzione.

Dei laghi chiusi.

Lago Albano.

L' opera più antica che si conosca per dar escita alle acque di un lago chiuso mediante un emissario artificiale è quella del lago Albano posto presso la piccola città di questo nome fra Velletri e Roma. Quel lago, della superficie di circa 7 chil. q., occupa, a quanto sembra, il cratere di un antico vulcano; e siccome la superficie dell'intero bacino in esso scolante è assai limitata, egli è perciò verisimile che venga principalmente alimentato da infiltrazioni. Secondo Tito Livio, l' anno 357 di Roma essendosi elevato il livello di quel lago ad una misura straordinaria senza alcuna causa apparente, fu ciò considerato siccome un prodigio. Le predizioni di un aruspice, confermate di poi dall'Oracolo di Delfo con un accordo non difficile a spiegarsi, annunciarono non potere i Romani vincere la città di Vejo che stringevano d'assedio, se prima non avessero dato escita alle acque del lago, disperdendole per proprio uso senza che defluissero al mare. L'opera di un emissario, od acquidotto sotterraneo, fu tosto intrapresa, e compiuta nel buon giro di un anno, e poco dopo i Romani condotti dal dittatore Furio Camillo soggiogarono i loro nemici.

Qual fosse la causa dello straordinario alzamento delle acque del lago Albano, che taluni dicono essere in allora giunte a soverchiare il labbro di quel cratere, versandosi sulle vicine campagne, si può desumere dai seguenti fatti. L'anno precedente vi fu, giusta lo stesso Tito Livio, un inverno straordinariamente freddo, pel quale gelò il Tevere, e secondo un frammento di Dionisio, scoperto non ha guari dal Mai, la neve sarebbe in allora caduta in altezza di 7 piedi ($2^{m},03$) [1].

Stando all' ordine della narrazione di Tito Livio, il prodigio del lago Albano, quantunque indicato per l'anno posteriore a quel rigido

(1) Nibby. Analisi storico-topografica-antiquaria della carta dei dintorni di Roma. Roma, 1837, T. I, pag. 101.

inverno, sembra avvenisse nell'estate consecutiva (1). Non è quindi a meravigliare se col disgelo di quella strabocchevole quantità di neve il lago si alzasse ad una misura insolita, da principio per le acque che direttamente vi affluivano dalle prossime pendici, e di poi per le infiltrazioni che si saranno rese oltre modo copiose. Basta considerare che il suo livello è di 97^m più depresso di quello del laghetto di Nemi, distante un miglio e mezzo soltanto.

Fa invero stupore come in quei tempi si intraprendessero opere di tale difficoltà, e si eseguissero con tanta precisione e prontezza. Imperciocchè l'escavazione, senza il sussidio della polvere e degli istromenti geodetici che ora possediamo, fu condotta con tutta esattezza in linea retta in lunghezza di 2230^m nella roccia chiamata peperino, ove si vede ancora l'impronta dello scalpello.

La luce dello speco è della larghezza di $1^m,30$, e dell'altezza di $1^m,80$. Sembra che l'esperienza dimostrasse in seguito essere soverchia l'ampiezza della sezione combinata colla pendenza, per il che si sarebbe ristretta alzando il fondo del condotto, il quale non rimase così praticabile chè pel primo tratto di 240^m di lunghezza, partendo dal suo incile. Ivi esiste ancora una camera che un tempo era coperta da vôlta, ove si trova la chiusa colle porte che regolano l'efflusso delle acque.

La massima altezza del colle sul fondo dello speco è di 128^m, e dalle tracce dei pozzi tuttora esistenti si argomenta dal Nibby che fossero in numero di 62, nel qual supposto sarebbero stati alla limitata distanza di 35^m, ciò che sembra inverisimile, specialmente per la parte del colle maggiormente elevata.

(1) Lib. V. « Insignis annus hieme gælida ac nivosa fuit; adeo ut viæ clausæ, Tiberis innavigabilis fuerit . . . . . Tristem hiemem sive ex intemperie cœli raptim mutatione in contrarium facta, sive alia qua de caussa gravis pestilensque omnibus animalibus æstas excepit . . . . . Priore anno intolerandam hiemem prodigiisque divinis similem coortam: proximo non prodigia, sed jam eventus, pestilentiam agris urbique illatam » . . . . . E tosto dopo: « In unum omnium curæ versæ sunt, quod lacus in Albano nemore sine ullis cœlestibus aquis, caussave qua alia, quæ rem miraculo eximeret, in altitudinem insolitam erevit ».

Lago Fucino.

Storia delle opere eseguite per la costruzione ed espurgo del suo emissario.

Un' opera assai più ardua e grandiosa fu quella che impresero i Romani per dare scolo alle acque del lago Fucino, posto fra i monti degli Abruzzi nella regione degli antichi Marsi. Questa popolazione guerriera, che erasi sempre conservata amica a Roma, faceva continue istanze perchè una parte del suo territorio venisse liberata dalle inondazioni di quel lago; e l'imperatore Claudio vi diè finalmente ascolto, non tanto per favorire que' popoli, quanto per la speranza di guadagno coll' acquisto delle terre che avrebbe così prosciugate.

Secondo Dione Cassio e Svetonio sembra che da principio si avesse intenzione di dirigere le acque del lago nel fiumicello Salto, in quanto che venivasi così ad attraversare un colle non mai più alto di 80^{m} sul livello del sotterraneo che si sarebbe escavato. Ma fu di poi prescelto il partito di rivolgerle al Liri perchè, influendo il Salto nella Nera, e questa nel Tevere, temevasi che col primo progetto avessero ad aumentare le inondazioni a danno di Roma.

La storia dice che il lavoro si eseguì sotto la direzione dell' architetto Narciso, e fu compito in undici anni coll' opera di trenta mila schiavi, numero che in vero sembra esagerato, dappoichè non lo comporterebbe la natura dell' opera e del luogo.

Non si sa precisare in qual tempo abbia cessato l'uso di quell' emissario per guasti in esso avvenuti; raccogliendosi soltanto da documenti storici che vi fecero operare per restaurarlo Trajano, Adriano, Federigo II, Alfonso I d'Aragona, e nel secolo XVII anche i principi Colonna, ma sempre, a quanto pare, con poco o nessun effetto.

Ridotto quindi ancora il Fucino alla condizione di lago chiuso, va come dapprima soggetto a notevoli oscillazioni a lungo periodo. Dai cenni che si danno su questo particolare dal sig. commendatore Afan de Rivera nella interessante Memoria da lui pubblicata nel 1836 sul progetto di restaurazione dell' emissario e dello scolo del Fucino, rilevasi che nel

1732 l'abbassamento delle acque fu così grande che ne emersero gli avanzi della parte inferiore dell'antica Maruvio, ove in uno scavo si rinvennero le statue di Claudio, di Agrippina e di Nerone, le quali furono portate ad abbellire la reggia di Caserta. Quindi prese ad elevarsi il lago, e nel 1787 giunse ad un'altezza considerevole, d'onde continuò di poi a scemare fino al 1795. Da quell'anno al 1806 si mantenne pressochè stazionario, dopo di che si è nuovamente rialzato fino alla piena straordinaria del 1816, la quale superò di $5^m,26$ la precedente del 1787. Aggiunge l'autore che dal 1816 al 1835 il lago *alternando rapidi decrescimenti con lenti ingrandimenti, specialmente negli ultimi anni per le continue secche stagioni, si è trovato abbassato per palmi* 47 ($12^m,41$) *in circa, depressione di cui non si conserva memoria o tradizione.* Con ciò possiamo formarci un'idea delle oscillazioni annuali e di quelle a lungo periodo dei laghi chiusi, di già menzionate precedentemente. Un fatto meritevole d'osservazione quello si è che nella parte occidentale del lago, poco lungi dall'emissario, avvi un inghiottitojo denominato della Petogna, di portata tale che se ne impiegava la forza per dare movimento ad un molino. Esso rimase in asciutto in occasione della straordinaria magra del 1835. In questa circostanza poi si manifestarono due copiose sorgenti nella parte orientale, presso Ortucchio l'una, e fra i villaggi di Venere e S. Benedetto l'altra, all'altezza di circa 2^m sul livello del lago, delle quali non si aveva alcuna memoria. Questi fatti verrebbero a confermare quanto si è di già indicato circa all'influenza della elevazione del lago sulla copia delle infiltrazioni ed effiltrazioni.

Avvenuta la piena del 1787, Ferdinando I ordinò che si praticasse l'espurgo dell'emissario; ma l'opera rimase sospesa per le vicende politiche che susseguirono, ed anche perchè dal 1795 al 1806 le acque, come si è detto, si erano ridotte in ristretti confini. Rialzatesi poi queste progressivamente fino alla memorabile piena del 1816, si ordinò un nuovo progetto di espurgo, del quale vennero successivamente incaricati diversi architetti. Dopo i tanti dispareri che insorsero circa al piano da seguirsi, ed all'entità del dispendio che sarebbesi richiesto, venne finalmente affidata l'impresa al commendatore

Afan de Rivera, direttore generale dei ponti e strade, che la condusse a termine, e ne diede ragguaglio nella Memoria precitata.

L'acquidotto escavato sotto al monte Salviano ed ai Campi Palentini, e che termina nel Liri con uno sbocco elevato 11^m sul fondo di questo fiume, è della lunghezza di 5605^m. La sua sezione normale ha la larghezza di $2^m,50$, ed i piedritti sostenenti la volta semicircolare sono alti 3^m, avendo essa così una superficie di circa 10,50 met. q. Lo speco è intagliato nella roccia per 3335^m; attraversa massi agglomerati per 436^m, e per 858^m concrezioni di ciottoli; ed è escavato nella terra con rivestimento di muro per 906^m.

Dall'incile allo sbocco nel Liri il fondo dell'acquidotto ha la caduta di $7^m,26$, giungendo essa ad $1^m,05$ per l'ultimo tratto di 225^m. La pendenza media viene così a riescire di circa $\frac{1,50}{1000}$; ma essa non è equabilmente ripartita, avendosi anche, dopo il primo tratto, una sensibile acclività. L'andamento si scosta per poco dal rettilineo, scorgendosi alcune lievi tortuosità, rese forse necessarie al fine di superare gli ostacoli che si incontravano all'atto dell'esecuzione dei lavori. Per la costruzione di quell'acquidotto furono praticati 52 pozzi verticali, oltre a sei cunicoli inclinati pel più comodo passaggio dei lavoratori, servendo poi e gli uni e gli altri a procurare la ventilazione dello speco. Partendo dallo sbocco nel Liri fino alle falde del Monte Salviano, i primi 20 pozzi hanno una profondità che varia dai 65^m ai 90^m; i due successivi al piede del detto monte giungono alla profondità di 106^m, e di 129^m; e gli ultimi dieci che, oltrepassato il monte, si approssimano al lago, hanno una profondità da 60^m a 15^m. Il monte si eleva per termine massimo 281^m sul fondo dello speco.

I principali guasti cui questo soggiacque dipendevano dalla rovina di alcune sue parti, cagionata, a quanto pare, dalla infiltrazione delle acque. Esse vi si dirigevano particolarmente dai Campi Palentini, ove i pozzi si facevano servire a smaltirvi lo scolo delle campagne. Per porvi un provvisorio riparo, e per sgombrare l'acquidotto dalle materie che vi si erano accumulate, si richiese l'opera indefessa di otto anni, dal 1826 al 1834, con una spesa di 100000 ducati (425000 franchi). Notevoli furono le difficoltà incontrate, specialmente per le

acque che invadevano lo scavo. A difendersi da queste, per un tronco di quattro chilometri si dovette costruire un' impalcatura di legnami più elevata dal fondo, e sui travicelli longitudinali di essa si facevano scorrere i veicoli che trasportavano le materie. Qualche tratto dovette escavarsi al bujo, tenendosi carponi i lavoratori, e cambiandosi ad ogni mezz' ora, per mancanza d' aria respirabile. A favorire l' esecuzione di queste opere giovò il considerevole abbassamento del lago, il quale, come si disse, nel 1833 giunse alla massima misura.

All' incile vi è una vasca di forma trapezia, della lunghezza di $6^{m},84$, circondata di robusti muri. Il lato di essa normale all' asse dell' acquidotto, e contiguo all' incile, è lungo $10^{m},78$, e l' altro opposto e parallelo $15^{m},52$. All' ingresso dello speco vedonsi negli stipiti le scanalature nelle quali scorreva la paratoja per chiuderlo. Alla vasca suddescritta altra ne succede, la quale però non venne esaminata, perchè sepolta a considerevole profondità sotto i depositi di terra. È probabile che in essa vi fossero le porte, o paratoje regolatrici.

Preso per livello normale quello dell' accennata magra del 1833, il lago avrebbe avuta in allora la superficie di chilometri quadrati 133,3. Nella magra ordinaria contemplata dal catastro per limite delle adjacenti proprietà private, più elevata dell' altra di $3^{m},45$, la superficie sarebbe di chil. quadr. 145, prossimamente eguale a quella del lago di Como; ma nella piena del 1816 sarebbe giunta a chil. q. 165.

Il fondo più depresso del lago trovasi a $10^{m},50$ sotto la massima magra, e sovrasta di $3^{m},45$ alla soglia dell' emissario presso il suo incile. L' autore è d' avviso che in diciotto secoli i depositi abbiano elevato il fondo stesso per oltre $7^{m},60$. Questo alzamento sarebbe dimostrato anche dal fatto di sopra riferito d' essersi trovata la traccia dell' antica Maruvio ad un livello assai prossimo a quello della massima magra, mentre è a ritenersi che in origine siasi edificata la città stessa ad un livello superiore a quello delle piene.

Esame dei progetti pel parziale o totale prosciugamento del lago.

Nella Memoria precitata l'autore proponeva di abbassare da principio il livello del lago per 6^{m} sotto a quello della suindicata magra del 1835, riducendone la superficie a 72 chil. quadr. A tal uopo egli avrebbe approfittato dell'antica vasca all' incile, lastricandone la platéa.

Dopo due tratti di canale inclinato, della lunghezza di 30^{m}, e della caduta di 5^{m} in totale, accompagnati da robusti muri, sarebbe succeduta una seconda vasca lunga 15^{m},84, larga 14^{m}, alla cui imboccatura si sarebbero formate cinque luci separate da pilastri, larghe per ciascheduna 1^{m},58, da chiudersi con paratoje scorrevoli fra incastri. La derivazione delle acque del lago però sarebbesi fatta con altro edificio all' estremo del canale da escavarsi in lunghezza di 3115^{m} fino a raggiungere quella depressione delle gronde del lago, ove ciò potesse effettuarsi coll' accennato abbassamento di 6^{m} sotto il livello della massima magra. Esso doveva avere quindici aperture di fronte, e quattordici nelle due ali paralelle al canale, della larghezza di 1^{m},58 per ciascheduna, da chiudersi con paratoje, e sarebbesi congiunto agli argini del canale; venendo poi protetto verso il lago dalle burrasche mediante un frangi-onde di palafitti. Il canale avrebbe avuto la larghezza di 11^{m},62 sul fondo, con scarpe inclinate a 45°, lasciata da ambi i lati una golena pel caso di un maggiore approfondamento e dilatamento della sezione. La pendenza del canale sarebbe stata di 0,10 per 1000.

Supposto uno stato d'acqua di 1^{m},71 sulla massima magra all' incominciamento dei lavori, egli proponeva di eseguire l'abbassamento del lago fino ai 6^{m} sotto la magra stessa in cinque riprese, ed in altrettanti anni consecutivi. A tal uopo, partendo dalla vasca superiore, e precisamente dal punto ove le acque incomincerebbero a coprire le gronde del lago, avrebbe per ogni volta costrutte due dighe longitudinali composte di un doppio tavolato sostenuto da palafitti, in forma di cassone, e riempiute di argilla, le quali avrebbero terminato con altra diga frontale tutta di legname, ove si sarebbero collocate le paratoje regolatrici. Chiuse queste, e scaricata l'acqua del recinto,

avrebbe in esso intrapresa l'escavazione del canale di derivazione, dando successivamente scolo al lago fino alla misura prestabilita pel suo primo abbassamento. Ottenuto questo nella state, e fino all'autunno di quell'anno, sarebbesi proceduto nell'egual modo per gli anni successivi, prevalendosi sempre per la costruzione delle nuove dighe dei materiali di già impiegati anteriormente, e quindi rimossi. Abbassato finalmente il lago sino al limite preaccennato di 6^m, per difendere i terreni bonificati dalle inondazioni avrebbe costrutto lungo tutto il suo perimetro un argine alto $1^m,32$, largo in sommità egualmente, e con scarpe aventi una base, doppia verso la campagna, e corrispondente a dodici volte l'altezza verso il lago, nel qual argine si sarebbero praticate le cateratte di scarico. Dopo che si fosse restaurato l'emissario, correggendone l'andamento in qualche tratto, ed ampliando le sezioni troppo ristrette in modo da renderlo suscettibile di scaricare 18,50 met. c. per 1″, l'erogazione si sarebbe regolata colle paratoje di derivazione all'estremo superiore del canale; e le altre collocate nella vasca più elevata presso l'incile avrebbero servito per sicurezza al fine di chiudere l'emissario nel caso di qualche rottura degli argini o d'altro.

Le spese per tutte queste opere si calcolavano in 430000 ducati (fr. 2040000), e si sarebbero rimborsate, in parte col contributo di 20 mila decari di possessi privati, che verrebbero con ciò liberati dalle inondazioni, e pel rimanente colla vendita di 75 mila decari di terreni di nuovo acquisto.

Per moderare l'afflusso delle piene, e scemare in pari tempo gli interramenti del lago, egli proponeva eziandio il rimboschimento de' monti. Quando poi ciò si fosse ottenuto, avrebbe ridotto il lago alla sola superficie di circa 14 chil. quadr., cingendolo mediante un argine, ed un canale circolare, in quella parte maggiormente depressa della conca, il cui fondo si troverebbe però ancora, come si disse, più elevato di $3^m,43$ in confronto della soglia all'incile dell'emissario, con che si sarebbero acquistati altri 53 mila decari di terreni. Per operare i successivi abbassamenti onde raggiungere un tal limite, si sarebbe seguito un metodo analogo a quello dianzi indicato di dighe provvisorie di

legnami fino a tanto che, dopo il totale abbassamento, si fosse costrutta la chiusa stabile di derivazione sul canale circondante il nuovo bacino.

Tali erano le proposizioni fatte dall' autore nella citata Memoria del 1836. In una nuova opera stata ora pubblicata intorno al bonificamento del lago Salpi, e ad altri miglioramenti simili operati in quel regno(1), l' autore avverte che, sottoposto il progetto del prosciugamento del lago Fucino alla Consulta di Stato, lo ha questa riconosciuto utilissimo, avvisando di affidarne l' esecuzione a d una società di azionisti, la quale avrebbe coll' industria fatto valere le terre bonificate.

(1) Il così detto lago Salpi è una laguna lungo le coste dell'Adriatico fra Manfredonia e Barletta, nella quale l'Offanto debordava in occasione di piene, e ne rialzava progressivamente co' suoi depositi il fondo. Separata dal mare da una duna di sabbie, nella stagione estiva se ne abbassavano le acque per evaporazione, e si rendevano oltre modo salmastre. Morendo per siffatta causa i pesci, la loro putrefazione, e quella eziandio di altre sostanze vegeto-animali, davano origine alle più micidiali esalazioni. Si cristallizzava in pari tempo sui lembi della laguna una quantità considerevole di sal marino che porgeva occasione ad un esteso contrabbando a danno del regio erario. L'autore, in una Memoria pubblicata l' anno 1838, propose un piano d' opere, il quale dopo il 1839 venne eseguito con ottimo effetto. Esso consiste principalmente nel riaprire quattro foci, o boeche, le quali pongono in comunicazione la laguna col mare, e nel trattenere le torbide dell'Offanto e della Carapella in recinti di colmata ai due estremi di essa laguna, scaricandosene in questa le acque chiarificate. Introdottevi per tal modo acque sempre fresche, principalmente per l' azione delle marée, cessarono i disordini preaccennati. In occasione poi di venti burrascosi, sollevandosi le torbide del fondo, esse vengono esportate in gran parte al mare col riflusso, e così si aumenta mano mano la profondità delle acque che dapprima erasi perduta.

Di queste operazioni l' autore dà ragguaglio nell' interessante scritto non ha guari pubblicato, il quale venne distribuito nella circostanza della settima riunione degli Scienziati in Napoli. In esso si estende a parlare eziandio di una quantità di bonificamenti operati presso la costa occidentale lungo il Mediterraneo, particolarmente nel bacino del Volturno, e dei miglioramenti di alcuni porti marittimi. Fra questi è meritevole di speciale attenzione il metodo da lui seguito per facilitare l' escavazione della foce in mare di alcuni fiumi, quello cioè di accompagnarla con due *guardiani* composti di soli pali isolati; metodo che ebbe un pieno successo, e che potrebbe tornare utilissimo anche per la foce de' fiumi soggetti a marée. Di quei lavori, e di molti altri, egli aveva dimostrata l'utilità in un'opera pregevolissima pubblicata nel 1832 sotto il titolo: *Considerazioni sui mezzi di restituire il valore proprio a doni che ha la natura largamente conceduti al regno delle Due Sicilie.*

Ella è somma fortuna per un paese il possedere uomini di tale portata che sanno sostenere le proposizioni di pubblica utilità coll' autorità della scienza corroborata da quella di una lunga esperienza; e più di tutto quando un governo è abbastanza saggio per apprezzarne il merito, affidar loro la direzione delle pubbliche cose, e rimovere così gli ostacoli che senza di ciò si opporrebbero sempre all'eseguimento di simili progetti.

In occasione poi dell' offerta di un imprenditore, che intendeva eseguire per conto del Governo una parte del progetto approvato, venne incaricata dell' esame della cosa una commissione composta, dello stesso autore, del generale del genio don Ferdinando Visconti, e dell' ispettore generale de' ponti e strade don Luigi Giura, la quale doveva inoltre additare il metodo d' esecuzione. Considerando l' immenso utile ottenibile dai terreni prosciugati, il cui valore si calcolò in ragione di 32 ducati il moggio legale (franchi 193 il decaro), ossia franchi 128 la pertica milanese (1), ed i miglioramenti di già introdotti, o che in breve andrebbero ad introdursi nelle comunicazioni coll'Adriatico, la commissione si è pronunziata per la convenienza di eseguire l' intero prosciugamento del lago. Ecco le parole dell' autore (pag. 617): « Poste a calcolo tutte le accennate circostanze, la commissione non ha esitato affatto nel dare il suo avviso di doversi prosciugare interamente il lago, qualunque potesse essere la spesa per conseguire nel modo più compiuto questo scopo. È però necessario che si dia maggior pendenza al fondo del canale scoperto, poichè si deve reputare come molto scarsa l' altezza di 13 palmi dal fondo della conca depressa sulla soglia dell' incile. Nè questa operazione riuscirebbe molto dispendiosa. Imperocchè il rabassare il fondo dell' emissario ne' tratti puntellati apporta una facilità di esecuzione. Nel lungo tratto nuovo sotto i Campi

(1) È il prezzo ordinario de' terreni irrigui del Cremonese, di mediocre qualità, che si coltivano a vicenda a frumento, prato, lino e frumentone. Esso è superiore a quello de' terreni simili del Mantovano, ed inferiore a quelli del Lodigiano, Pavese e Milanese, e può quindi ritenersi corrispondere ad $\frac{8}{10}$ del prezzo medio de'terreni irrigui della Bassa Lombardia (fr. 160 la pert.) Ma ove si deduca da questo il capitale che rappresenta il valore dei caseggiati colonici e civili annessi ai poderi, delle acque irrigue, dei canali, fossi ed edificj idraulici, delle folte piantagioni a taglio periodico e d'alto fusto che circondano le campagne, e di quelle di gelsi; come pure le spese di congnagliamento del suolo e della costruzione delle strade comunali, il valore primitivo del suolo nudo si ridurrebbe sicuramente a meno della metà. A questo limite era il prezzo di quei terreni quarant' anni sono, in conseguenza della mancanza delle strade, della minor copia dei capitali, dei minori perfezionamenti agricoli, ed anche della notevole quantità di poderi demaniali che in allora furono posti in vendita. Nella Provincia di Cremona si calcola ora un chilometro di strada in istato di perfetta manutenzione per ogni chilometro quadrato di territorio. Quelle strade vennero per la maggior parte costrutte nel breve giro di vent' anni dopo il 1807.

Palentini non si richiederebbe grande aumento di spesa. Rispetto a' tratti intagliati nella roccia compatta che sono di piccola sezione, si otterrebbe grande risparmio nell' abbassare il fondo, invece di cavare nella volta dello speco. Nel progetto del 1836, dopo i convenevoli calcoli per lo scolo del lago, si stabilì di 150 palmi quadrati (met. quad. 10.40) la sezione dell' emissario. Per diminuire il tempo delle inondazioni nelle conche più depresse del fondo del lago, conviene che la sezione si aumenti alquanto, formando il canale di figura ovale. Statuito il prosciugamento intero del Fucino, ed ingrandita la sezione dell' emissario, conviene rendere più ampia la vasca dell' incile, ed innanzi ad essa formare un altro incile munito di saracinesche per regolare ed arrestare lo scolo quando occorra. All'azione delle acque si lascerebbe la cura di scavare in gran parte il canale di scolo a traverso del fondo del lago ».

» Finchè non si rimboschiranno i monti da' quali sono trasportate nel lago copiose alluvioni, conviene trarne profitto per rialzare le conche più depresse. Nella pianta annessa al progetto pubblicato nel 1836 è segnata una vasca di quattro miglia quadrate (14 chil. quad.) che comprenderebbe tali conche. Si proponeva cingerla tutto all'intorno di un argine per contenere un grosso volume d' acqua in tempo di dirotte piogge, o di rapido scioglimento delle nevi, affinchè per breve tempo solamente fossero rimaste inondate le campagne adjacenti. Facendosi maggiore di 150 palmi quadrati la sezione dell' emissario, sarebbe sempre più breve il tempo delle inondazioni. Rivestite di alberi silvani le falde elevate de' monti, e di ulivi, di alberi da frutto e di gelsi quelle men alte, le acque in minor volume e con minor celerità discenderebbero nel bacino. Allora il loro volume non supererebbe quello che può smaltirsi per l' emissario; e per conseguenza si metterebbe anche a coltura l'anzidetta vasca di deposito. Secondo queste modificazioni la commessione ha calcolato la spesa del progetto di prosciugare interamente il Fucino, e crede non potersi mai trovare in difetto la somma di due milioni di ducati (fr. 8500000), mentre il valore delle terre prosciugate non potrebbe essere minore di sei milioni (fr. 25500000) ».

Il voto di una commissione d' uomini cotanto distinti è indubbiamente di molto peso, e potrebbe forse reputarsi temerità il farvi osservazioni, particolarmente ove non si conoscano esattamente le circostanze dei luoghi. Malgrado ciò, io mi permetterò di esporre in proposito il mio avviso, e se le considerazioni che verrò a soggiungere potessero per avventura meritare soltanto qualche schiarimento, la discussione che ne conseguisse tornerebbe sempre profittevole alla scienza, e fors' anche a chi avesse ad impegnare la propria fortuna in un' impresa di tanto momento.

Nella memoria del 1836 si indicava che la portata dell' emissario sarebbe stata di circa 18,50 metri cubici per ogni secondo (palmi cubici 1010), ed ora si osserva che coll' ingrandimento della sua sezione essa verrebbe aumentata al punto di rendere assai brevi le inondazioni anche col totale prosciugamento del lago, particolarmente dopo che si saranno rivestite di piante le pendici de' monti. Il bacino scolante, giusta quanto è detto nella precitata memoria del 1836 (pagina 15), non sarebbe minore di cinque volte la superficie ordinaria del lago, e ritenuta questa di 145 chilom. quad., si avrebbero per tutto il bacino, compreso il lago, 870 chilom. quad. Supposto che avvenisse una pioggia corrispondente a 6 centimetri in 24 ore, e che una metà sola dell' acqua concorresse in quell' intervallo di tempo direttamente al lago, locchè sembra ammissibile per essere quel bacino costituito da una regione tutta montuosa, si avrebbe in allora un afflusso di 30450000 metri cubici in un giorno, che darebbe per ogni secondo metri cubici 352. Una quantità di pioggia anche maggiore sarebbe caduta in cinque volte dal 1796 al 1801 a Roma, posta in prossimità del Fucino, ed a poca elevazione sul livello del mare, essendo colà giunta fino a 126 millimetri il 6 aprile 1797 (1).

(1) Prony. Description hydrographique et historique des Marais Pontins, pag. 112.

Dai calcoli dell' illustre idraulico signor professore Venturoli sulla misura delle acque del Tevere, confrontata con quella delle piogge dell' intero suo bacino pel periodo dal 1823 al 1832, risulterebbe il deflusso medio del fiume corrispondente a $\frac{5}{7}$ della quantità della pioggia, desunta questa dalle osservazioni fatte a Perugia, ad una mezzana altezza sul livello del mare. *Novi Commentarii Academiæ scientiarum Instituti Bononiensis*, T. II, 1836.

N. B. Ne' *Cenni idrografici*, che fanno parte delle *Notizie naturali e civili su la Lombardia*,

Non è quindi inverisimile che ciò possa avvenire anche pel bacino del Fucino, e supposto che la portata dell'emissario si aumentasse fino a 50 met. cub. per secondo, dovrebbero sempre decorrere almeno sette giorni avanti che si scaricasse la massa dell'acque ivi accumulate in un sol giorno, fatta astrazione dall'altra che, o prima, o dopo, vi si fosse aggiunta. Questo inconveniente però si verificherebbe principalmente nell'inverno quando sarebbe minore il danno d'una inondazione, e nell'estate dovrebbe essere passeggiero. Ad ogni modo sarà sempre partito assai prudente il riservare, siccome erasi dapprima proposto, nella parte più depressa del lago una conca arginata per limitare possibilmente l'estensione dell'inondazione.

Un ostacolo di gran lunga più grave al totale prosciugamento del lago lo vedrei nel modo di smaltire le materie trasportate dai torrenti. Fino a tanto che essi si rivolgeranno a colmare le conche maggiormente depresse, la difficoltà non sarà di gran momento; ma, compiuta la colmata, sarà pur mestieri convogliare direttamente tutte quelle acque torbide all'emissario. Sorge innanzi tutto il dubbio che questo possa avere bastevole declivio per impedirne le deposizioni. Egli è vero che in esso la velocità dell'acque si potrebbe aumentare fino al punto che a ciò si richiedesse, mediante un sufficiente carico, ossia battente, all'incile. Ma in tal caso, per la rallentata velocità dell'acque stesse nel tratto di canale immediatamente superiore, si potrebbero ivi aumentare le deposizioni, la cui rimozione riescirebbe assai costosa per la notevole elevazione delle campagne circostanti. La difficoltà poi sembra debba accrescersi pel modo di condurvi i torrenti dall'altro estremo del lago verso oriente. La linea più breve che avrebbero a per-

dopo aver detto (pag. 128) che, tanto il sig. Dufour, quanto il sig. professore Venturoli avevano intrapreso una serie di osservazioni giornaliere per le altezze delle acque del Lemano e del Tevere, ho aggiunto: *E a sperarsi che le rendano più fruttuose alla scienza coll' associarvi la misura dei deflussi del Rodano e del Tevere nelle varie altezze, giusta il metodo da noi qui tenuto.* Consultata di poi la raccolta accademica precitata, ove mi venne detto essersi inserite le osservazioni dell'illustre professore, ebbi a rilevare che il mio concetto era inesatto. E di fatto egli pure aveva determinata la misura dei deflussi giornalieri del Tevere nelle varie sue altezze, desumendola da una misura effettiva, e dalle note formole del moto equabile delle acque, ed aggiungendovi molte considerazioni di sommo interesse ne' confronti preaccennati colla quantità della pioggia.

correre sarebbe di 15 a 16 chil., e la caduta, dal livello di massima magra del lago a quello della soglia all'incile dell'emissario, non sarebbe che di $13^{m},72$, locchè darebbe una pendenza di 0,80 ad 1 per 1000, supposta distribuita uniformemente, e dedotti $0^{m},72$ per la profondità del letto. Ove pure si aumentasse questa pendenza fino ad 1,20 od anche ad 1,50 per 1000, con un corrispondente abbassamento del fondo dell' emissario, essa sarebbe con tutto ciò assai lontana da quella che ivi hanno presentemente i torrenti preaccennati. Imperciocchè, giusta le tracce date sulla carta generale del lago circa al livello della magra ordinaria, e della straordinaria inondazione del 1816, risulterebbe la pendenza del terreno formato dai loro depositi, e quindi quella del loro letto in prossimità della foce, del 10, ed anche del 20 per 1000. Alcuni di essi, quali sarebbero il Giovenco, e la Forma di Civita, per non allungare di troppo il loro corso, dovrebbero attraversare le conche più depresse nel mezzo del lago, e sarebbe quindi mestieri tenerne elevato il letto per quattro o cinque metri. Che se il loro regime avesse a richiedere un aumento di pendenza, per esempio di uno per mille, alfine di convogliare fino all' emissario le materie che trasportano, in allora converrebbe sostenerli all' enorme elevazione di 16^{m} o 18^{m} sul livello delle campagne bonificate. Verrebbero insomma a rinnovarsi le difficoltà cui si andò incontro col bonificamento della Val di Chiana, ma colla differenza che colà si può sempre guadagnare nel declivio dei torrenti mediante l' abbassamento della chiusa de' Monaci, mentre non si potrebbe fare altrettanto per l' emissario del Fucino.

Convengo che coll' imboschimento de' monti abbia a scemare la copia delle materie trascinate da quei torrenti, e con ciò la pendenza necessaria al lor regime, ma per quanto questa si voglia portare ad un minor limite, troppa si è la distanza che rimarrebbe ancora per approssimarsi a quella che si potrebbe effettivamente assegnar loro. In luogo di esporsi al pericolo che un giorno abbiansi a ridurre quei bonificamenti ad una condizione affatto precaria, cui l'arte difficilmente potrebbe apportare rimedio, io preferirei ancora il primo progetto col quale l'autore proponeva un abbassamento del lago per

soli 6^{m} sotto il livello di massima magra. Con esso viene liberata dalle inondazioni un'estensione di terreni di 20 mila decari, e se ne acquisterebbero 73 mila, i quali si potrebbero portare anche ad 85 mila, ove l'abbassamento si aumentasse di circa mezzo metro. Per tal modo il bonificamento si opererebbe con una spesa assai più modica; esso verrebbe tosto utilizzato nella totale sua estensione, e la condizione idraulica di quel bacino avrebbe tutta la stabilità desiderabile per l'azione benefica del lago, rispetto al rendere innocue le piene d'afflusso, al moderare quelle d'efflusso, ed all'arrestare le materie trascinate dai torrenti. Che se dopo un lungo ed attento studio sul regime di questi, e sugli effetti dell'imboschimento de' monti, si riconoscesse in seguito la convenienza di portar più oltre l'abbassamento del lago, ciò si potrebbe fare in allora con maggior cognizione di causa, ed il valore che avrebbero di già acquistato i terreni bonificati sarebbe un mezzo efficacissimo per sostener la spesa dei nuovi lavori, mentre coll'aumentare tutto ad un tratto la massa de' terreni da alienarsi, altro non si farebbe che scemare la concorrenza al loro acquisto, e quindi il loro prezzo.

Supposto che si dovesse effettuare il prosciugamento di una sola parte del lago nel modo preaccennato, giusta la primitiva proposizione dell'autore, mi sembra che per ottenere il migliore effetto dal bonificamento sarebbero a seguirsi le seguenti regole:

1.° Eseguire l'arginamento sul perimetro del lago nel modo già da lui indicato.

2.° Inalveare per la più breve linea i torrenti fino al lago, contenendoli fra argini.

3.° Separare i bonificamenti più elevati che possono scolare liberamente nel lago, dagli altri più depressi sul margine estremo con tratti di canali di circondario accompagnati da un argine ad uso di strada, negli intervalli fra due torrenti consecutivi. Condotti questi canali lungo un perimetro di eguale livello, colla sola deviazione che si richiedesse per assegnar loro la necessaria pendenza, raccoglierebbero gli scoli superiori d'acque chiare, avrebbero uno sbocco separato da quello dei torrenti, e servirebbero, mediante opportuni incastri, per l'irrigazione de' terreni più bassi, senza che questi rimanessero infestati dalle acque provenienti in tempo di piogge dai terreni più alti.

4.° Esclusa la parte orientale compresa fra Venere e Colle Arneno, ove i bonificamenti pel forte declivio del terreno sono di limitata estensione, ed ove confluiscono i fiumi Giovenco e Forma di Civita, pel rimanente si escaverebbero due canali di scolo colla pendenza di circa 0,15 per 1000, prossimi e paralelli all'argine del lago, i quali mediante tombe a sifone passerebbero sotto a tutti i torrenti e canali confluenti in esso, ed uno de' medesimi sotto il canale di derivazione, ove si congiungerebbero entrambi per scaricarsi nella vasca più depressa dell'emissario. L'argine del lago potrebbesi quindi costruire in gran parte colla terra d'escavazione di quel colatore, tenendo questo alla distanza che si trovasse necessaria per non dar luogo a pregiudizievoli filtrazioni nel recinto bonificato.

5.° Al fine d'impedire le mefitiche esalazioni, sempre temibili dalle alterne emersioni delle gronde del lago, nella stagione estiva si potrebbe regolare lo scolo dell'emissario in modo da mantenerle coperte con $0^m,50$, o $0^m,60$ d'acqua, giovandosi a tal uopo dell'argine di circondario, salvo a deprimerne il livello all'avvicinarsi della stagione delle piogge. Le acque del lago in tal modo rialzate potrebbero servire eziandio per l'irrigazione de' terreni più bassi, mediante acquidotti di legname sottoposti all'argine, i quali si terrebbero abbastanza depressi per servire nell'inverno allo scarico delle acque interne fino a tanto che non si fosse scavato il canale di scolo.

Siccome questo canale importerebbe un dispendio considerevole per tutte le tombe a sifone, e particolarmente per l'ultimo suo tronco dal lago alla vasca dell'emissario, che dovrebbesi incassare ad una notevole profondità; avanti d'intraprenderne l'esecuzione sarebbe a consultarsi l'esperienza intorno agli effetti dell'evaporazione nella stagione estiva sui terreni più bassi, per rilevare se realmente possa esservi la convenienza di tali perfezionamenti. Imperciocchè abbiamo di già veduto come in Olanda vada in allora soggetto all'arsura il fondo dei laghi stati prosciugati, quantunque si trovi per 3^m o 4^m sotto il livello del mare. Si potrebbe pure esaminare se non fosse preferibile, per quella zona di terreni depressi, alla bonificazione per asciugamento, quella per colmata, giovandosi delle materie dei prossimi torrenti.

Lago Trasimeno.

Il lago Trasimeno, posto negli Apennini fra Cortona e Perugia, è della superficie di circa 125 chil. quad. Gli antichi non fanno menzione di questo lago se non per rammentare la famosa battaglia nella quale i Romani, condotti dal console Flaminio, furono disfatti da Annibale.

Il padre abate Castelli ci dice che l'emissario artificiale di quel lago fu fatto escavare da Braccio Fortebraccio, quindi sul principio del secolo XV. Ma quel canale essendo in seguito andato in rovina, sarebbesi risarcito due secoli dopo con opere grandiose da monsignor Maffeo Barberini, in allora prefetto delle strade, e di poi Sommo Pontefice sotto il nome di Urbano VIII. Dai pochi cenni dati da quel celebre matematico appare che l'incile dell'emissario è fornito di paratoje per regolare l'efflusso del lago; e che egli ebbe a trovarvisi in occasione di una siccità ostinata, per la quale la superficie del lago erasi abbassata di $1^{m},17$ sotto il suo livello ordinario, e di circa quattro centimetri sotto la soglia dell'emissario, di modo che rimasero inoperosi i ventidue molini che vengono animati dalle acque di quel canale. Si fu appunto in tale circostanza che egli comunicò al Galileo il suo pensiero di provvedere a siffatto disordine coll'estrarre le acque dal lago nella parte più depressa della soglia dell'emissario, pensiero che il sommo filosofo ebbe ad encomiare siccome nuovo e bellissimo, giusta quanto appare dalla lettera di risposta di lui dianzi riportata.

In questo caso, senza alterare il livello ordinario del lago, sarebbe stato mestieri estenderne le oscillazioni pel caso di magra, abbassando in tutto od in parte la soglia dell'emissario, e regolandone l'efflusso a seconda del bisogno. Supposto che per dare movimento a que' molini fosse stato necessario un corpo d'acqua di 100 once milanesi, ossia di 4 metri cubici per secondo, ritenuta la superficie del lago di già indicata in 125 chil. quad., coll'abbassamento di essa per un solo decimetro si avrebbe potuto alimentare quel canale per trentasei giorni. Quindi con due o tre decimetri di abbassamento sarebbesi provveduto pel caso di siccità la più insistente.

Laghi del Messico.

Storia delle opere proposte od eseguite per scaricare le loro acque.

La valle del Messico, giusta la descrizione che ne dà l'illustre Humboldt, è un vasto bacino di forma ellittica della circonferenza di circa 300 chilometri, misurata sulle creste de' monti che le fanno corona. Sul suo fondo, posto a 2277^{m} sopra il livello del mare, costituito di un'estesa pianura disseminata di colli poco elevati, trovansi cinque laghi, de' quali il più depresso è il Tezcuco, della superficie di 200 chil. quad., presso cui si è fondata la capitale del Messico. Nella parte settentrionale vi succede il lago S. Christobal, della superficie di 71 chil. quad., più elevato di quello di 3^{m},20; ed il lago di Zumpango, della superficie di 26 chil. quad., e più alto del primo di 8^{m},80. Nella parte meridionale vi sono i due laghi Xochimilco e Chalco, divisi l'un dall'altro mediante una diga, della complessiva superficie di 128 chil. quad., e più elevati di quello di Tezcuco di 1^{m},10. Gli Aztecchi che occuparono quella valle intorno al 1325, avevano fondata la loro capitale, sotto il nome di Tenochtitlan, sopra un gruppo d'isole del lago di Tezcuco, unendola alla terra ferma col mezzo di tre grandi argini.

Dopo la conquista spagnuola, la nuova capitale fu edificata sulle rovine dell'antica; ma per le alterazioni avvenute nel sistema idrografico di quel paese, le condizioni de' luoghi cangiarono essenzialmente. Imperciocchè dopo la distruzione de' boschi che coprivano quella valle, e particolarmente la regione montuosa, si è abbassato il livello del lago di Tezcuco, rimanendone ora distante la città del Messico per oltre quattro chilometri. Esso e gli altri laghi vanno tuttavia soggetti ad escrescenze pel più rapido afflusso delle piene de' fiumi che vi concorrono. La città, la quale un tempo era tutta intersecata di canali come quelle dell'Olanda, prese ora il carattere di città di terra ferma, rimanendo però ancora esposta alle inondazioni, per essere il suo livello medio al disopra di quell'ordinario del lago di Tezcuco di soli 1^{m},10.

Gli Indiani si premunivano, per quanto potevano, da tali inondazioni con un sistema d'argini che separavano i diversi laghi; ma non reputandosi dagli Spagnuoli sufficiente questo mezzo di difesa, pensarono a procurare un'escita alle acque mediante un emissario artificiale.

Fino dal 1580 il licenziato Obregon, ed il maestro Arciniega avevano proposto di perforare con una galleria sotterranea il colle di Nochistongo, e nel 1607, dopo una memorabile inondazione, venne incaricato il cosmografo reale Enrico Martinez di presentarne il piano. Egli sottopose due progetti, uno più economico per scaricare il solo lago più elevato di Zumpango, e l'altro più completo, ma richiedente un dispendio assai maggiore, il quale comprendeva anche lo scolo dei laghi più depressi di S. Christobal, e di Tezcuco. Fu data la preferenza al primo, perchè meno dispendioso, e perchè, partendo dalle regole di Vitruvio che determinerebbe per limite minimo la pendenza dei canali in ragione di 3 per 1000, si reputava troppo tenue quella assegnata al nuovo canale nell'altro progetto.

Piegando Martinez alle decisioni di chi poteva, e che sicuramente non era giudice competente in tale materia, diede mano all'esecuzione del primo progetto nello stesso anno 1607, ed in soli undici mesi, coll'opera di quindici mila Indiani, ultimò tutto lo scavo. La parte sotterranea di questo era larga $3^m,30$, alta $4^m,20$, lunga 6600^m, e le succedeva un taglio a cielo aperto lungo 8600^m, che sboccava nel Rio di Tula fuori della Valle del Messico. A quel canale si diede il nome di Desague Real di Huehuetoca. Ad esso metteva capo il fiume Guatitlan, che è il più poderoso della valle, e con un canale apposito, che in breve rimase abbandonato ed ostrutto, vi si scaricava direttamente anche il lago di Zumpango.

Il terreno nel quale venne escavato il canale è costituito di strati alterni di argilla e di marna compatta, e per impedirne i dirupamenti fu mestieri sostenerlo con armature di legnami, alle quali mano mano se ne sostituivano altre di muro, ma di costruzione alquanto imperfetta.

Attesa la ristrettezza della sezione, e quindi l'insufficienza dello scarico dell'acque, ed in vista delle difficoltà che s'incontravano

nell'impedire i franamenti, vi furono nel 1608 lunghe discussioni sul punto se non convenisse ingrandire il sotterraneo e ridurlo a cielo aperto, oppure sostituirvi, od aggiungervi altro canale più depresso, il quale scaricasse anche le acque del Tezcuco.

Alonso de Arias eseguì a tal fine nel 1611 nuove livellazioni, dopo le quali sembra propendesse in favore del piano di Martinez. Concludendosi nulla in mezzo alle discussioni che susseguirono, la Corte di Madrid nel 1614 spedì sul luogo l'olandese Adriano Boot, il quale si pronunciò pel sistema indiano degli argini, consigliando a costruirne intorno alla capitale. Il Desague però non venne del tutto abbandonato che nel 1625.

Poco dopo si ordinò a Martinez di ripigliare i lavori, i quali furono continuati fino al 1629. Ma sopravvenuta in allora una pioggia dirottissima, dubitando egli che per la soverchia copia dell'acque non avvenisse la rovina del canale, lo fece chiudere, e preferì di esporre così la città ad una inondazione che si lusingava dovesse essere passeggiera. Contro una tale aspettativa essa durò invece cinque anni continui, portando la desolazione e la miseria al paese. Martinez fu posto prigione, e solo con molta difficoltà potè giustificarsi della rettitudine delle sue intenzioni, ed esserne liberato. Durante quella calamità si fecero parecchi progetti, fra' quali fermò l'attenzione quello di Simone Mendez. Esso consisteva nell'escavare un apposito canale pel lago più depresso di Tezcuco all'est dei laghi di S. Christobal e di Zumpango, perforando i colli con un sotterraneo che mettesse capo nel Rio Tequisquiac, influente di quello di Tula, a destra ed inferiormente allo sbocco del Desague. Si diede mano all'opera, e si erano di già costrutti quattro pozzi per eseguire il sotterraneo, quando per l'irresoluzione del governo i lavori rimasero sospesi.

Vi fu pure in que' tempi la proposizione del gesuita Francesco Calderon, di ampliare un inghiottitojo che un'antica tradizione indiana assicurava esistere sul fondo del lago di Tezcuco, e di farlo servire per sfogarvi le acque. Il vicerè incaricò dell'esame di questo progetto i superiori di tutti gli ordini monastici, ma dopo tre mesi di continui scandagli, dal settembre al dicembre 1635, le ricerche di quei religiosi tornarono vane.

Fino dal 1609 Martinez aveva incominciato a ridurre una parte del sotterranneo a taglio aperto, ma dopo la memoranda inondazione del 1634, avendo egli ripigliato quel lavoro, gli fu ordinato di sospenderlo siccome troppo dispendioso. Egli continuò quindi ad ampliare la sezione della galleria, procedendo lentamente fino al 1637.

In quell'anno il vicerè marchese di Villena affidò la direzione del Desague al padre Luigi Florez, commissario generale dell'ordine di San Francesco, lodato per la sua attività; e questi ritornò ancora all'idea di convertire il sotterraneo in taglio aperto. I monaci francescani continuarono dopo di lui ad avere la sovrintendenza de' lavori, e siccome questi avanzavano lentamente, il fiscale Martino de Solis, annojato di ciò, fece la proposizione, che venne accettata dalla Corte di Madrid, di condurre a termine il taglio in due mesi. Seguendo i consiglj dell'ingegnere Francesco Posuelo de Espinosa, calcolò per altro di troppo sulla forza dell'acque per esportare la terra, senza considerare i guasti che ne potevano derivare allo scavo. E ne gettò in tale quantità che ne rimase chiuso il canale, al punto che nel 1769 si vedevano ancora le vestigia dei dirupamenti cagionati dall'imprudenza di quel giureconsulto. Dopo questo disordine, nel 1687 fu nuovamente affidata ai monaci la direzione di que' lavori, che progredirono colla lentezza consueta, e solo con qualche celerità nelle circostanze in che temevasi qualche inondazione.

Nel 1762 il canale era in generale ridotto a taglio aperto, meno un tratto di 1938^{m} di sotterraneo che rimaneva ancora, e che aveva una sezione alquanto ristretta. Nel 1767 il vicerè fiammingo marchese di Croix fece un contratto col corpo de' negozianti del Messico, rappresentati dal *Consulado* della capitale, per condurre a termine l'opera, concedendogli di rimborsarsi colla percezione di alcuni dazj. Il lavoro era stato valutato 6 milioni di franchi, ed il *Consulado* l'eseguì per 4 milioni; ma in luogo di condurlo a termine in cinque anni, continuò l'opera fino al 1789, e mentre al canale dovevasi dare la larghezza di 8^{m} sul fondo, si conservò quella soltanto che gli aveva assegnato Martinez di 4^{m} all'incirca.

Vedemmo di già come questi fin da principio avesse escavato un

canale per cui il lago di Zumpango si scaricava direttamente nel Desague, e come si fosse in seguito abbandonato, lasciando che si colmasse. Per tal modo nelle grandi piene il Guatitlan si sfogava in parte nel Zumpango, di già ingrossato dagli affluenti di S. Matteo e di Pachuca, e versandosi le acque di questo lago nel S. Christobal, imminente diveniva il pericolo che di là irrompessero nel Tezcuco, ed inondassero la capitale. Per prevenire un tale disordine, nel 1796 don Cosmo de Mier y Trespalacios, sovrintendente generale del Desague, vi diresse nuovamente il canale derivato dal lago di Zumpango, lungo 8900^{m}, che congiunse ad altro escavato nel 1798, proveniente dal lago di S. Christobal, lungo 13000^{m}. Questi due canali hanno costato circa un milione, e sono stati escavati da 8^{m} a 12^{m} sotto il livello del terreno circostante, ma con sponde troppo ripide, le quali vanno soggette a continui franamenti. Vi si sono applicate alcune chiuse per regolare lo scarico dell'uno e dell'altro di essi laghi.

Il Desague propriamente detto, esclusi gli accennati due canali che vengono da que' laghi, è della lunghezza di 20385^{m}. La larghezza del fondo è dai 3^{m},50 ai 4^{m}; per 800^{m} di lunghezza trovasi incavato nel terreno all'enorme profondità di 45^{m} a 60^{m}; e dai 50^{m} ai 30^{m} per altri 3500^{m} di lunghezza. La larghezza superiore del taglio giunge in alcuni punti a 110^{m}. Alla sua imboccatura è attraversato da chiusa con porte detta di Vertideros che, ove lo si voglia, serve a rivolgere le acque del Guatitlan nel lago di Zumpango, ed a porre in asciutto il Desague.

Le spese sostenute per quelle opere fino al 1804 si fanno ascendere ad oltre 30 milioni di franchi.

Nel 1774, dopo diligenti livellazioni, erasi richiamato dal signor Velasquez a nuovo esame il progetto che Simone Mendez, come vedemmo, aveva incominciato ad eseguire dal 1629 al 1634. Egli assicurava che con una galleria sotterranea di 13000^{m} di lunghezza, e con 28 pozzi nella montagna di Citlaltepec, si condurrebbero le acque del lago di Tezcuco nel Rio Tequisquiac. Ma da ultimo si sarebbe invece data la preferenza al primitivo progetto di Martinez, a quello cioè di condurre al Desague anche le acque del lago di Tezcuco con un canale appo-

sito lungo 32 chilometri fino alla chiusa di Vertideros. Quivi però si richiederebbe un notevole approfondamento del Desague che sarebbe mestieri continuare per oltre dieci chilometri, e quindi anche nel tratto ove i colli sono tagliati per la massima loro altezza. La pendenza che in origine, sull'autorità di Vitruvio, si pretendeva in ragione di 5 per 1000, si limiterebbe ora a 0,20 per 1000, ossia ad $\frac{1}{25}$ di quella.

Il signor barone di Humboldt ha assistito alle discussioni di un tale progetto, del quale erasi in seguito intrapresa l'esecuzione, dichiarando però che a suo avviso riconosceva ancora preferibile ad esso quello di Mendez. Le turbolenze politiche cui soggiacque di poi il Messico impedirono che fossero continuati i lavori, e fecero sì che andassero in deperimento anche gli altri già dapprima eseguiti. Il signor ingegnere Gaetano Moro di Mantova, che ha soggiornato molti anni in quel paese, ove in breve dovrà ritornare (1), nell'occasione in che ebbi a trattenermi di queste cose con lui, mi ha assicurato che il Desague per difetto di riparazioni è ormai totalmente inoperoso, non scorrendovi quasi più acqua.

Osservazioni sulle opere eseguite e su quelle che rimarrebbero ad eseguirsi.

Il più grand'errore che siasi commesso dagli Spagnuoli quello si fu di collocare la nuova capitale del Messico in una posizione cotanto depressa, per il che la Corte di Madrid, dopo l'inondazione del 1607, e durante quella del 1629, aveva ordinato di trapiantarla nella pianura di Tacuba e Tacubaja maggiormente elevata. Ma venne dimostrato che il materiale della città rappresentava un valore, nella prima circostanza

(1) Egli è l'autore dell'interessantissima relazione sul suo progetto di un canale attraversante l'istmo di Tehuantepec fra l'Atlantico ed il Pacifico, intitolata: *Reconocimiento del istmo de Tehuantepec practicado en los años* 1842 *y* 1843 *con el objeto de una comunicacion oceanica, por la comision cientifica que nombrò al efecto el empresaro Don Josè de Garay. Londres,* 1844.

La quistione economica è poi trattata più estesamente in un'appendice pubblicata in idioma inglese sotto il titolo: *Communication between the Atlantic and the Pacific Oceans through the isthmus of Tehuantepec - Additional observations, cc. London,* 1845.

di 150 milioni di franchi, e nella seconda di 200 milioni, di modo che non eravi più la convenienza di un tale cambiamento.

Si è fatta l'osservazione che le maggiori inondazioni del Messico avvenivano ad ogni periodo di circa 25 anni. Esse di solito provengono dalle piene de' fiumi della parte settentrionale della valle, a scaricar le quali serve particolarmente il Desague. Ma talvolta sono cagionate anche dagli altri fiumi che gonfiano i laghi meridionali di Chalco e di Xochimilco, i quali poi si versano nel Tezcuco, malgrado gli argini costrutti per trattenerne le acque. Per tale circostanza appunto si pensava di procurare uno sfogo anche a quest'ultimo lago.

Il Tadini, nell'opera postuma intitolata: *Di varie cose all'idraulica scienza appartenenti* (1), prende ad esaminare la condizione idrografica della Valle del Messico, ed osserva che, ritenuta la superficie di que' laghi di 21 $\frac{1}{2}$ leghe quadrate (425 chil. quad.), e l'evaporazione media di due centimetri al giorno, questa corrisponderebbe a 98 metri cubici per secondo, equivalenti al deflusso della Muzza, o della Senna avanti alla sua unione colla Marna (2). Tant'acqua esala dai laghi, e tanta, secondo lui, ne' tempi ordinarj ed asciutti ne somministrerebbero ad essi le sorgenti, delle quali tutto il piano della valle del Messico sotto l'esterna sua crosta è un bulicame. Quindi, in confronto di ciò, considera il fiume Guatitlan che si scarica mediante il Desague, come una cosa di poco momento. Egli nota che colla tenue pendenza di 0,20 per mille il nuovo canale del Tezcuco dovrebbe avere $7^m,40$ di larghezza sul fondo, l'altezza di 3^m, e le sponde inclinate a 45^0 per scaricare l'indicata quantità d'acqua; e che ne sono assai lontane le attuali dimensioni del Desague. Siccome poi in piena il deflusso de' fiumi e torrenti diviene dieci o quindici volte maggiore dell'ordinario, e nel lago entrerebbero in allora dieci o quindici Muzze o Senne, quel canale perciò che non sarebbe atto per una sola di tali quantità, molto meno lo sarebbe per dieci o quindici insieme unite. Egli quindi

(1) Pag. 189.

(2) La competenza estiva della Muzza è di 1475 once magistrali, che corrisponderebbero a 61 metri cubici per 1''. In fatto la sua portata sarà maggiore, particolarmente all'incile, per supplire ai successivi disperdimenti, ma si dubita che possa giungere al limite di 98 metri cubici.

conclude che i Messicani abbiano a deporre ogni speranza di provvedere col Desague alla difesa della loro metropoli dalle inondazioni, delle quali quella del 1629 durò, come egli osserva, cinque anni, e che pensino piuttosto a premunirsi con argini alti circa $0^m,80$ sulla massima piena giusta l'antico sistema, prevalendosi con maggiore utilità del Desague per uso della navigazione e dell'irrigazione.

Su questo particolare è da osservarsi che la superficie dell'intero bacino scolante del Messico è di circa 6600 chil. quad., de' quali due terzi, ossieno 4400 chil. quad., corrisponderebbero alla parte piana, e di essa un decimo prossimamente sarebbe occupato dai laghi. La quantità della pioggia che cade al Messico in uno degli anni più scarsi è di circa $1^m,30$, e supposto il doppio per la sommità de' monti che circondano la valle, si potrà ritenere per termine medio in tutto il bacino $1^m,75$, la quale quantità corrisponde ad un deflusso unitario di 566 met. cub. E siccome dopo l'accennato deperimento del Desague tutta quest'acqua non ha quasi più scarico per l'emissario, essa perciò verrebbe consumata, parte per evaporazione, e parte per effiltrazione. Le piogge periodiche del Messico durano intorno a tre mesi dal giugno al settembre, e di solito tre o quattr'ore ogni giorno dopo le due pomeridiane, cadendo in forti acquazzoni (1). Se si consideri che quella pianura ha un declivio assai tenue, ed è in generale costituita d'un terreno argilloso poco permeabile, si potrà persuadersi che la maggior parte dell'acqua di pioggia va ad evaporarsi senza giungere al lago, avuto anche riguardo alla notevole altitudine di quella regione, circostanza che influisce in sommo grado a promovere l'evaporazione.

Ma non sempre però avviene la notata intermittenza delle piogge, essendo talvolta continue al pari di quelle autunnali presso di noi, nel qual caso si aumenta d'assai l'afflusso nei laghi per la scemata evaporazione, e pel minore assorbimento del terreno. Tali esse furono nel 1845, nel qual anno si ebbe appunto a temere un'inondazione della capitale.

Il livello de' laghi varia nelle diverse stagioni a seconda della mag-

(1) Questa regolarità delle piogge ha dato colà origine al proverbio: *Sciocco chi si bagna.*

giore o minor affluenza dell'acque, e dell'azione pure variabile dell'evaporazione, e quindi non starebbe l'equilibrio fra questa e le acque che provengono dalle sorgenti, stato accennato dal Tadini. Potrà poi darsi benissimo che in qualche circostanza entrino nei laghi 10 o 15 Muzze, o Senne, ma non è necessario per impedire le inondazioni che altrettanta quantità ne debba contemporaneamente escire, dappoichè una gran parte può esaurirsi anche col rialzare i laghi senza superare il limite oltre il quale rimane inondata la capitale. Abbiam veduto come nei laghi aperti di considerevole capacità l'afflusso sia talvolta triplo o quadruplo dell'efflusso massimo. E supposta pure pei laghi del Messico una maggior sproporzione fra l'uno e l'altro col mezzo del Desague, ritenuto operativo, non è tolto con ciò che tutta l'acqua scaricata da quel canale non venga sottratta alla piena, ed influisca, se non ad impedire del tutto, a scemare almeno l'estensione e la durata dell'inondazione. Dal profilo puramente grafico del Desague che ne dà il barone di Humboldt, esso avrebbe nel tratto della più profonda escavazione un declivio di 3 a 4 per 1000. Egli poi osserva che in occasione di piogge ordinarie l'acqua vi scorreva con una sezione della superficie di otto a dieci metri quadrati, la quale si portava a trenta ed anche a quaranta in occasione di piogge straordinarie. Supponendo una larghezza del fondo di tre metri e mezzo, e le scarpe di altezza doppia della base, se ne deduce che per piogge ordinarie lo scarico sarebbe di circa 50 met. cub. per secondo, e di oltre a 100 met. cub. nelle piogge straordinarie, la qual misura corrisponde a circa nove milioni di metri cubici al giorno.

La superficie di tutti que' laghi in istato ordinario è di 425 milioni di metri quadrati, e supposto che nelle grandi inondazioni essa si porti anche oltre al doppio, se ne potrà di leggieri inferire che lo scarico continuo dell'acque nella misura preaccennata deve tornare di sommo vantaggio, particolarmente quando in un tempo piovoso ed umido minimo si è l'effetto dell'evaporazione. E se nel 1629 fosse stato attivo un emissario capace di scaricare un centinaio di metr. cub. d'acqua per secondo, l'inondazione non sarebbe sicuramente durata cinque anni.

Anch'io sono d'avviso che gli argini tornerebbero opportunissimi, ma senza escludere con ciò l'utilità d'un emissario artificiale, che può in molti casi provvedere all'inefficacia dei primi. Difatto, in una piena di lunga durata, accompagnata da piogge continue, e quindi in circostanze poco favorevoli all'evaporazione, la difesa degli argini riescirebbe di poco effetto, attesa la copia delle acque sortilizie che invadono in allora il recinto, le quali potrebbero giungere, se non a pareggiare il livello dell'acque esterne, ad approssimarvisi almeno, ritenuto quanto ammette lo stesso Tadini rispetto alla quantità delle scaturiggini di quel terreno.

Dacchè si sono spesi tanti milioni per l'escavazione del Desague, sarebbe il caso di conservarlo attivo per lo scarico del fiume Guatitlan, e dei due laghi settentrionali di Zumpango e di S. Christobal. In quanto al Tezcuco, convengo io pure nell'avviso del barone di Humboldt che, qualora sussistano le circostanze di fatto indicate da Velasquez dopo le livellazioni da lui praticate, possa essere preferibile il progetto di Mendez, di escavare per quel lago un nuovo canale, portandolo a sboccare nel Rio Tequisquiac. Imperciocchè volendolo invece dirigere nel Desague, sarebbe mestieri approfondarne ed ampliarne la sezione in notevole misura, attesa la tenue pendenza che gli si assegnerebbe, e ciò anche per la parte ove il taglio è maggiormente profondo, ed ove si devono superare le maggiori difficoltà per impedire i dirupamenti del terreno. Un canale separato invece, il quale passerebbe in prossimità dei due laghi di S. Christobal e di Zumpango, potrebbe giovare anche a sfogare una parte delle acque di questi quando il Desague fosse di già occupato da quelle del fiume Guatitlan, ed ove si potesse sospendere innocuamente lo scarico del Tezcuco, il cui gonfiamento non dipende di solito da cause contemporanee.

Se si avesse ad intraprendere oggidì quel lavoro, sicuramente non si ricorrerebbe al partito di praticare un taglio di 2000 a 3000 metri quadrati di superficie ove poteva bastare un sotterraneo murato la cui sezione libera ne fosse la centesima parte. Ma oltrecchè la scienza idraulica era in allora bambina, il lavoro doveva procedere sotto l'influenza di tante volontà, le quali, per ciò che si è detto, non erano

sempre le più ragionevoli. È poi da osservarsi che a cagione del soverchio costo de' trasporti e della mancanza de' combustibili, anche nel prezzo delle murature necessarie per praticare il sotterraneo in un terreno di poca consistenza si sarebbe incontrata una difficoltà non lieve (1).

La pianura del Messico avanti alla conquista spagnuola aveva l'aspetto il più ameno, ed era coperta di praterie naturali; ma dopo l'avvenuto sboschimento si è per la maggior parte convertita in un'arida steppa, resa sterile anche per le efflorescenze saline. L'irrigazione si potrebbe agevolmente praticare colle acque de' laghi più elevati, e dilavato con esse il terreno, sarebbe questo restituito alla primitiva sua condizione, temprandosi eziandio la soverchia siccità dell'aria. Ma il Governo spagnuolo ebbe sempre avversione a dirigere la benchè menoma quantità d'acqua nel mezzo della valle, temendo di accrescere con ciò il pericolo d'inondazione della metropoli. Siccome però l'irrigazione si praticherebbe soltanto prima della stagione delle piogge, in circostanza quindi nella quale si avrebbe la massima azione dell'evaporazione, ne consegue che per tal modo quasi tutta l'acqua irrigua si disperderebbe, e ben poca ne concorrerebbe ai laghi.

Anche nel render navigabili i canali escavati o da escavarsi per lo scarico delle acque di que' laghi, il paese otterrebbe l'utile rilevantissimo di facili comunicazioni delle quali ora è del tutto privo. Se esso fosse posseduto dalla razza inglese, la quale con incredibile rapidità va operando miglioramenti veramente giganteschi nelle regioni più settentrionali dell'America, que' progetti si sarebbero di già eseguiti. Ma altrettanto non può aspettarsi dalla razza spagnuola, cui l'avita grandezza altro retaggio non ha lasciato fuorchè l'avversione

(1) Il commercio della capitale del Messico colle città e porti circonvicini impiega da 50 a 60 mila bestie da soma, consistenti per la più parte in muli. Lo stereo essiccato di questi animali è il combustibile che in generale viene adoperato. Da Huehetoca al Messico, per una distanza di 50 chilometri, il trasporto di un quintale di merce importa quasi tre franchi, ossia il triplo o quadruplo di quanto costa, a pari distanza, sulle strade ordinarie della Lombardia. Nella stagione delle piogge, il terreno di natura argilloso diviene ivi talmente lubrico, che i muli non possono reggervisi in piedi. Si hanno per altro le materie trasportate dai prossimi torrenti, colle quali si potrebbero costruire ottime strade, ma a ciò non si è finora pensato.

all' operosità, uno spirito cavalleresco ed una fatale tendenza alla distruzione, particolarmente dopo che al governo dei vicerè, il quale non era sicuramente il migliore, succedette colà l'anarchia del poter militare.

Dai cenni che ho dato sui lavori intrapresi o proposti per regolare l'efflusso di alcuni laghi vien dimostrato quanto sia importante lo studio di quest'argomento. Mi reputerei quindi fortunato se le osservazioni da me fatte al fine di stabilire alcune regole in tale materia avessero a servire di stimolo ad altri per darvi maggiore sviluppo, e riempire così la lacuna che finora ha presentato in questa parte la scienza delle acque.

PROSPETTI

PROSPETTO I.

Dei principali laghi di Lombardia, e di quello di Ginevra col confronto della rispettiva loro capacità.

	Lago di Garda	Lago di Como	Lago di Mezzola	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Varese	Lago di Comabbio	Lago d' Orta	Lago d' Iseo	Lago d' Idro	Lago di Ginevra
Superficie del lago . . . . . chil. q.	300	142	8	200	48	16	4	13	60	14	600
		150				281					
Superficie dell' intero bacino . . . »	2044	4330				6271			1918	640	8198
Rapporto della prima colla seconda .	$\frac{1}{6,8}$	$\frac{1}{28,8}$				$\frac{1}{22,3}$			$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{45,4}$	$\frac{1}{13,6}$
Altezza della massima piena sulla massima magra . . . . . metri	1,88	4,17	3,00	6,30	2,80	1,80	1,40	1,60	2,80	2,00	2,98
Altezza media sulla mass. magra, metri	0,87	1,25	0,60	1,21	0,84	0,54	0,42	0,80	0,84	0,60	1,16
Prodotto della superficie del lago nell' altezza media in milioni di m. c.	261,0	177,5	4,8	242,0	40,3	8,6	1,7	6,4	80,4	8,4	696,0
		182,3				299					
Modulo, ossia deflusso unitario medio . . . . . metri cub.	67	187				314			67	20	333
Rapporto di que' due numeri esprimente la capacità rispettiva	3,90	0,98				0,95			0,75	0,42	2,11
Rapporto delle capacità, presa per unità quella del lago di Garda	1,00	0,25				0,24			0,19	0,11	0,54

PROSPETTO II.

Estratto delle osservazioni contemporanee praticate nel **1835** *ai due idrometri di Como e di Colico posti alle estremità del lago di Como, per determinarne lo slivellamento nelle varie circostanze. Le osservazioni si sono praticate al mezzodì.*

Mese e Giorno	Altezze sull' idrometro di Como (metri)	Altezze sull' idrometro di Colico (metri)	Differenza di livello fra Colico e Como (metri)	Vento, e stato dell' atmosfera e del lago
Magg. 16	+0,390	0,455	+0,065	Nord-Ovest, pioggia.
» 17	0,460	0,610	0,150	Pioggia, lago tranquillo
» 18	0,680	0,710	0,030	Sereno, idem.
» 19	0,800	0,840	0,040	O. Sereno.
» 20	0,910	0,910	0,000	S. O.
» 21	0,965	0,980	0,015	O.
» 22	1,040	1,100	0,060	O.
» 23	1,105	1,250	0,145	Sereno, lago tranquillo.
» 24	1,155	1,340	0,185	Idem.
» 25	1,165	. . .	. . . .	O.
» 26	1,180	1,610	0,430	S. O. Sereno.
» 27	1,200	1,590	0,390	Idem.
» 28	1,235	1,655	0,420	O. Pioggia.
» 29	1,590	1,730	0,340	Piogg. forte, lago tranq.
» 30	1,840	1,950	0,110	Pioggia, temporale.
» 31	2,080	2,110	0,030	Variabile.
Giug. 1	2,155	2,160	0,005	O. Temp. variabile.
» 2	2,160	2,200	0,040	Idem.
» 3	2,130	2,195	0,065	Sereno, lago tranq.
» 4	2,088	2,180	0,095	Idem.
» 5	2,075	2,145	0,075	S. O. Pioggia.
» 6	2,075	2,150	0,055	O.
» 7	2,070	2,105	0,025	Sereno, lago tranq.
» 8	2,060	2,060	0,000	Idem.
Giug. 9	+2,040	2,040	+0,000	Sereno, lago tranq.
» 10	2,000	2,000	0,000	Idem.
» 11	1,960	1,980	0,020	Idem.
» 23	1,640	1,640	0,000	Idem.
» 24	1,660	1,630	−0,030	Pioggia, lago tranq.
» 25	1,660	1,640	0,020	Temporale.
» 26	1,670	1,660	0,010	N. E. Sereno
» 27	1,680	1,660	0,020	Idem.
» 28	1,720	1,630	0,090	N. fortissimo, sereno.
» 29	1,780	1,600	0,180	N. Sereno.
» 30	1,800	1,570	0,230	Calma, sereno.
Lugl. 1	1,660	1,530	0,130	O. Sereno.
» 2	1,525	1,515	0,010	Idem.
» 3	1,480	1,486	+0,006	Idem.
» 4	1,445	1,455	0,010	Idem.
» 5	1,420	1,425	0,005	Calma
» 6	1,400	1,405	0,005	Idem.
Sett.e 30	1,180	1,180	0,000	Calma, pioggia.
Ottob. 1	1,300	1,580	0,280	Idem.
» 2	1,600	1,610	0,010	Idem.
» 3	1,750	1,770	0,020	Idem.
» 4	1,920	1,900	−0,020	Calma, nuvolo.
» 5	2,020	2,010	0,010	Idem.
» 6	2,040	2,040	0,000	Idem.

Per tutto il quadrimestre gennaio-aprile il lago si è conservato in istato di magra con poche variazioni fra i limiti di $+0^m,05$ e di $-0^m,12$ a Como. Le differenze fra i due idrometri erano in generale pressochè nulle, e solo dal 16 al 19 marzo si ebbe una contropendenza di circa $0^m,04$ in conseguenza di un forte vento di Nord.

PROSPETTO III.

Altezze medie mensili del lago di Ginevra riferite allo zero del Limnimetro *del Grand Quais.*
Massima magra $-0^m,027$; *massima piena del* 1792 $+2^m,726$.

Anno	Genn.	Febb.	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Novem.	Dicem.	Media
	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri
1838	....	0,393	0,341	0,708	0,947	1,546	2,065	1,813	1,303	1,097	0,923	0,831	
1839	0,681	0,506	0,414	0,533	0,685	1,311	1,892	1,946	1,689	1,516	1,015	0,687	
1840	0,625	0,619	0,273	0,186	0,543	1,064	1,245	1,512	1,632	1,151	1,411	1,091	
1841	0,632	0,611	——	0,777	1,124	1,638	2,098	1,968	1,721	1,585	1,288	1,148	
1842	0,809	0,414	0,549	0,820	0,988	1,481	2,017	2,063	1,724	1,269	1,124	1,077	
1843	1,043	1,148	0,909	0,880	1,088	1,632	1,841	2,220	1,878	1,481	1,311	0,817	
1844	0,590	0,606	0,763	0,776	1,034	1,237	1,710	1,689	1,449	1,280	0,955	0,658	
1845	0,530	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——	——	
Media mensile	0,683	0,585	0,575	0,669	0,911	1,411	1,838	1,887	1,686	1,340	1,147	0,894	1,133
Media assoluta	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	1,133	
Differenze . .	−0,450	−0,548	−0,558	−0,464	−0,222	+0,278	+0,705	+0,754	+0,553	+0,207	+0,014	−0,239	

Altezze massime e minime.

Massime . . .	1843	1843	1843	1843	1841	1841	1841	1843	1843	1841	1840	1840
	1,064	1,218	1,096	1,001	1,576	1,868	2,226	2,288	2,166	1,665	1,658	1,446
Minime . . .	1839	1839	1840	1840	1840	1840	1840	1840	1838	1838	1839	1844
	0,341	0,232	0,176	0,095	0,320	0,718	1,259	1,383	2,326	0,882	0,733	0,341

PROSPETTO IV.

Altezze medie mensili del lago di Garda riferite allo zero dell' idrometro di Desenzano.
Massima magra dell'aprile 1835 $-0^m,06$; *massima piena del* 1816 $+1^m,94$.

Anno	Genn.	Febb.	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Novem.	Dicem.	Media
	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri	metri
1835	0,160	0,110	0,103	0,085	0,240	0,860	0,640	0,697	0,784	0,850	0,695	0,515	0,481
1836	0,388	0,370	0,698	0,835	1,009	1,292	1,387	1,183	1,108	1,330	1,165	0,852	0,966
1837	0,671	0,586	0,806	0,618	0,889	1,242	1,404	1,268	1,115	0,850	0,682	0,593	0,867
1838	0,511	0,448	0,650	0,801	0,954	1,270	1,382	1,147	1,111	1,066	0,974	0,932	0,958
1839	0,704	0,560	0,832	0,881	0,731	1,041	1,031	0,940	0,901	0,890	1,431	1,801	0,931
1840	1,482	1,144	0,884	0,670	0,791	1,008	1,135	1,096	1,030	1,074	1,224	1,122	1,080
1841	0,877	0,784	0,780	0,748	0,807	0,992	1,122	0,960	0,869	0,882	1,137	0,992	0,910
1842	0,889	0,686	0,866	0,813	0,690	0,928	1,046	0,938	0,815	0,967	1,023	1,074	0,816
1843	0,897	0,840	1,036	1,002	1,126	1,463	1,540	1,461	1,272	0,928	0,762	0,656	1,081
1844	0,470	0,394	0,380	0,320	0,373	0,592	0,738	0,782	0,748	1,022	1,380	1,373	0,727
Media mensile	0,699	0,586	0,603	0,614	0,761	1,039	1,139	1,044	0,972	0,982	1,064	0,987	0,873
Media assoluta	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	0,873	
Differenze . .	−0,174	−0,287	−0,270	−0,259	−0,112	+0,166	+0,264	+0,171	+0,099	+0,109	+0,191	+0,114	

Altezze massime e minime.

Massime . . .	1840	1840	1843	1843	1843	1843	1843	1843	1843	1836	1839	1839
	1,700	1,250	1,060	1,002	1,300	1,800	1,880	1,470	1,400	1,400	1,640	1,880
Minime . . .	1835	1835	1835	1835	1835	1835	1835	1835	1844	1837	1835	1835
	0,140	0,090	0,080	0,060	0,130	0,570	0,620	0,670	0,700	0,740	0,620	0,430

PROSPETTO V.

Deflussi medj dell'Adda lacuale in metri cubici per 1″
dal 1° gennajo 1834 a tutto il 1845,
desunti dalle osservazioni giornaliere praticate agli idrometri di Como e di Paderno.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Nov.	Dicem.	Media annua	Piog-gia
	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	m. c.	mill.
1834	27,00?	24,00?	20,00?	19,17	124,71	203,00	261,80	260,00	283,80	136,10	93,00	88,60	126,04	804
1835	36,40	32,70	27,00	28,80	97,40	338,30	243,30	219,10	212,00	311,70	123,00	60,26	148,24	941
1836	33,80	36,80	126,00	130,18	219,43	308,20	380,99	232,00	248,61	423,12	168,28	92,93	201,10	1096
1837	62,78	44,67	44,33	88,00	181,81	334,18	346,16	298,42	263,88	119,82	78,87	61,16	160,90	1160
1838	42,33	37,04	72,86	110,16	166,48	389,01	348,81	206,30	287,64	188,82	123,60	111,19	171,80	1297
1839	67,89	39,83	43,34	87,19	178,08	327,94	281,18	186,69	328,78	278,12	426,08	307,28	206,90	1348
1840	117,20	81,47	47,74	42,64	191,18	327,33	319,38	344,23	333,36	242,68	483,00	169,60	229,61	899
1841	74,40	92,03	111,03	105,87	258,30	302,89	346,86	228,61	247,30	418,37	338,92	189,32	219,46	969
1842	108,09	88,28	80,30	60,38	164,42	308,89	298,99	202,73	194,74	318,86	184,24	167,00	176,99	1389
1843	71,12	87,62	121,18	106,18	242,60	476,21	808,74	448,68	281,90	138,70	193,87	92,12	230,81	1180
Media. .	62,80	83,34	66,37	74,08	180,44	328,30	330,29	262,68	264,73	256,64	221,16	130,64	186,88	1108
Modulo.	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88	186,88		
Differen.	−124,08	−133,54	−120,48	−112,80	− 6,41	+141,42	+143,41	+75,80	+77,85	+69,76	+34,28	−56,24		

Deflussi massimi e minimi

	1840	1845	1845	1836	1841	1845	1843	1843	1840	1841	1840	1839
Massimo	164,01	177,03	173,26	165,20	407,78	872,00	872,00	827,40	842,00	606,00	616,00	418,80
	1834	1834	1834	1834	1834	1834	1835	1839	1842	1837	1837	1834
Minimo.	25,00?	22,00?	18,00?	16,28	22,30	182,10	218,60	181,73	140,02	86,39	88,82	37,90

NB. I deflussi si sono ricavati dalla scala idrometrica del lago anteriore all'intraprendimento de'lavori per la sistemazione del suo emissario, la quale vien data nel seguente Prospetto VI. Durante la loro esecuzione si è fatto uso delle osservazioni contemporanee praticate all'Idrometro di Paderno sull'Adda, i cui punti omologhi colla scala primitiva del lago vedonsi riportati nel Prospetto precitato. Pel primo trimestre 1834 le osservazioni sono incomplete, e le altezze medie si sono esposte per semplice approssimazione, essendo per altro assai tenui le variazioni avvenute in quel periodo.

PROSPETTO VI.

Scala degli efflussi del lago di Como anteriore alle opere per la sistemazione del suo emissario, coi punti omologhi dell' idrometro di Paderno sull' Adda.

ALTEZZE sullo zero dell' idrometro di Como	ALTEZZE sullo zero dell' idrometro di Paderno	Efflussi in m. c. per 1"	ALTEZZE sullo zero dell' idrometro di Como	ALTEZZE sullo zero dell' idrometro di Paderno	Efflussi in m. c. per 1"	OSSERVAZIONI
−0,20	—	16,28	2,00	1,69	363,63	Chiamato e l'efflusso unitario, ossia per un secondo, in metri cubici; y l'altezza dell'acqua sul fondo dell'emissario, ritenuto questo a cent. 80 sotto lo zero dell' idrometro di Como, partendo dai dati di fatto conosciuti, se n'è ricavata la seguente formola, colla quale fu calcolata la scala degli efflussi: $e = 100\, y^{\frac{5}{2}}(1 - 0{,}052\, y)$. Si aggiunge il confronto dei risultamenti per tal modo ottenuti, coi dati assunti, chiamata A l'altezza dell'acqua sopra, o sotto lo zero.
−0,10	—	24,97	2,10	1,78	384,33	
0,00	0,15	34,78	2,20	1,88	408,46	
0,10	0,23	48,61	2,30	1,93	426,46	
0,20	0,33	87,30	2,40	1,99	447,94	
0,30	0,42	69,66	2,50	2,06	469,71	
0,40	0,48	82,93	2,60	2,12	491,86	
0,50	0,58	96,80	2,70	2,18	514,09	
0,60	0,62	111,38	2,80	2,27	536,68	
0,70	0,68	126,41	2,90	2,36	558,62	
0,80	0,78	141,97	3,00	—	582,16	
0,90	0,84	158,17	3,10	—	604,43	
1,00	0,94	174,93	3,20	—	627,87	
1,10	1,01	192,08	3,30	—	650,26	
1,20	1,07	209,81	3,40	—	673,97	
1,30	1,14	227,88	3,50	—	697,60	
1,40	1,23	248,88	3,60	—	721,49	
1,50	1,31	264,70	3,70	—	748,26	
1,60	1,39	285,90	3,80	—	769,64	
1,70	1,46	305,42	3,90	—	792,96	
1,80	1,53	323,09	3,946	3,60	804,18	
1,90	1,61	345,21	4,00	—	816,96	

	A	Valore di e col fatto	Valore di e colla formola
	m.	m. c.	m. c.
	— 0,080	27,00	26,84
	0,000	33,00	34,78
	+ 2,448	486,40	486,60
	3,700	700,00	748,26
Misura dell' ottobre 1836	3,946	800,00	804,18
Piena del 1810			
Piena del 1829			

PROSPETTO VII.

Nuova scala idrometrica del lago di Como dopo le opere per la sistemazione del suo emissario, col confronto della scala primitiva.

Altezze riferite allo zero dell' idrometro di Como	Altezze riferite allo zero dell' idrometro di Paderno	Punti omologhi della scala primitiva di Como	Abbassamento ottenuto	Efflusso unitario	A pari altezza: Efflusso primitivo	A pari altezza: Aumento di efflusso
metri	metri	metri	metri	metri cubici	metri cubici	metri cubici
−0,40	0,00	−0,151	0,249	20,49	— —	— —
−0,30	−0,12	−0,031	0,269	31,78	— —	— —
−0,20	0,21	+0,080	0,280	43,44	16,28	27,16
−0,10	0,32	0,190	0,290	56,20	24,97	31,23
0,00	0,41	0,290	0,290	68,48	34,78	33,67
0,10	0,50	0,427	0,327	86,49	48,61	40,88
0,20	0,59	0,550	0,350	104,07	87,30	46,77
0,30	0,68	0,700	0,400	126,41	69,66	56,75
0,40	0,77	0,823	0,423	146,08	82,93	63,12
0,50	0,88	0,911	0,411	159,84	96,80	63,04
0,60	0,94	1,000	0,400	174,93	111,38	63,38
0,70	1,03	1,133	0,433	197,88	126,41	71,47
0,80	1,14	1,300	0,500	227,88	141,97	85,88
0,90	1,24	1,412	0,512	248,22	158,17	90,05
1,00	1,33	1,523	0,523	269,44	174,93	94,51
1,10	1,45	1,649	0,549	293,44	192,08	101,36
1,20	1,53	1,800	0,600	323,09	209,81	113,28

Altezze riferite allo zero dell' idrometro di Como	Altezze riferite allo zero dell' idrometro di Paderno	Punti omologhi della scala primitiva di Como	Abbassamento ottenuto	Efflusso unitario	A pari altezza: Efflusso primitivo	A pari altezza: Aumento di efflusso
metri	metri	metri	metri	metri cubici	metri cubici	metri cubici
1,30	1,64	1,936	0,636	380,64	227,88	125,09
1,40	1,71	2,021	0,621	368,45	248,88	122,38
1,50	1,79	2,112	0,612	386,95	264,70	122,25
1,60	1,87	2,228	0,628	410,64	285,90	126,74
1,70	1,94	2,320	0,620	450,80	305,42	127,38
1,80	2,01	2,442	0,642	486,76	323,09	153,67
1,90	2,08	2,540	0,640	478,64	345,21	133,43
2,00	2,16	2,670	0,670	507,39	363,63	143,76
2,10	2,24	2,769	0,669	529,67	384,33	145,34
2,20	2,33	2,870	0,670	551,91	408,46	146,45
2,30	2,41	2,949	0,649	570,19	426,46	143,73
2,40	2,49	3,009	0,609	584,00	447,94	136,06
2,50	2,56	3,078	0,578	598,84	469,71	129,13
2,60	2,64	3,141	0,541	614,00	491,86	122,14
2,70	2,72	3,209	0,509	629,76	514,09	115,67
2,80	2,79	3,267	0,467	642,69	536,68	106,01
2,87	2,88	3,317	0,447	654,10	552,05	102,07

PROSPETTO VIII.

Scale delle variabili capacità del lago di Como anteriore e posteriore alle opere di sistemazione del suo emissario.

STATO ANTERIORE DEL LAGO.

Altezza sullo zero dell'idrometro di Como (metri)	Incremento di altezza (metri)	Efflusso unitario in metri cubici: corrispondente	Efflusso unitario in metri cubici: medio	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie lacuale in chilometri quadrati: corrispondente	Superficie lacuale in chilometri quadrati: media	Volume d'aumento delle acque in milioni di metri cubici V	Afflusso integrale in milioni di metri cubici A	Capacità parziali $\frac{V}{A}$
−0,20		16,28			136,788				
0,00	0,20	34,78	25,53	2,206	136,788	136,788	27,381	29,587	0,928
+0,20	0,20	57,30	46,04	3,978	137,788	137,288	27,481	31,429	0,873
0,40	0,20	82,93	70,12	6,058	138,788	138,288	27,681	33,709	0,822
0,60	0,20	111,38	97,14	8,395	139,788	139,288	27,881	36,244	0,768
0,80	0,20	141,97	126,66	10,943	140,788	140,288	28,081	38,994	0,719
1,00	0,20	174,93	158,48	13,690	141,788	141,288	28,281	41,941	0,674
1,20	0,20	209,81	192,37	16,620	142,788	142,288	28,481	45,071	0,632
1,40	0,20	245,88	227,83	19,685	143,788	143,288	28,681	48,336	0,593
1,60	0,20	283,90	264,87	22,888	144,788	144,288	28,881	51,736	0,558
1,80	0,20	323,09	303,50	26,222	148,788	146,788	29,381	55,573	0,528
							(281,910)	(412,890)	(0,683)
2,00	0,20	363,63	343,36	29,666	152,788	150,788	30,181	59,847	0,504
2,20	0,20	405,46	384,54	33,224	156,788	154,788	30,981	64,178	0,481
2,40	0,20	447,94	426,70	36,867	157,788	157,288	31,481	68,318	0,460
2,60	0,20	491,86	469,90	40,599	158,788	158,288	31,681	72,280	0,438
2,80	0,20	536,63	514,26	44,432	159,788	159,288	31,881	76,283	0,417
							(156,088)	(340,843)	(0,458)
3,00	0,20	582,16	559,40	48,332	160,788	160,288	32,081	80,383	0,399
3,20	0,20	627,87	605,01	52,273	161,788	161,288	32,281	84,524	0,382
3,30	0,10	650,26	639,06	27,607	162,288	162,008	16,208	43,812	0,370
							(80,807)	(208,719)	(0,386)

Continuazione del Prospetto VIII.

STATO ODIERNO DEL LAGO.

Altezza sulla zero dell'idrometro di Como	Incremento di altezza	Efflusso unitario in metri cubici		Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie lacuale in chilometri quadrati		Volume d'aumento delle acque in milioni di metri cubici	Afflusso integrale in milioni di metri cubici	Capacità parziali	Rapporto colla capacità primitiva
		corrispondente	medio		corrispondente	media				
metri	metri						V′	A′	$\frac{V'}{A'}$	$\frac{V'A}{A'V}$
−0,4373		16,28			136,788					
0,2742	0,1631	34,78	28,53	2,206	136,788	136,788	22,510	24,304	0,918	0,992
0,0911	0,1831	37,30	46,04	3,978	136,788	136,788	28,040	29,018	0,828	0,948
+0,0803	0,1714	82,93	70,12	6,038	137,187	136,986	23,474	29,832	0,793	0,967
0,2326	0,1523	111,53	97,14	8,393	137,918	137,837	20,947	29,340	0,714	0,930
0,3799	0,1473	141,97	126,66	10,943	138,685	138,336	20,377	31,320	0,651	0,905
0,6000	0,2201	174,93	158,48	13,690	139,785	139,203	30,639	44,329	0,691	1,025
0,7402	0,1402	209,81	192,37	16,620	140,486	140,105	19,643	36,263	0,542	0,858
0,8885	0,1483	245,85	227,83	19,688	141,199	140,827	20,885	40,570	0,515	0,868
1,0692	0,1717	285,90	264,87	22,885	142,086	141,627	24,317	47,202	0,515	0,925
1,2000	0,1398	323,09	303,50	26,222	142,788	142,405	19,908	46,130	0,428	0,811
							(227,834)	(338,214)	(0,636)	(0,931)
1,3730	0,1730	363,63	343,36	29,666	143,620	143,187	24,771	54,437	0,455	0,903
1,5782	0,2052	403,46	384,54	33,224	144,646	144,133	29,875	62,799	0,471	0,979
1,7660	0,1878	447,94	426,70	36,867	148,078	146,360	27,486	64,383	0,427	0,929
1,9667	0,2007	491,86	469,90	40,589	152,089	150,082	30,121	70,680	0,426	0,973
2,1314	0,1647	536,68	514,26	44,432	155,383	153,736	25,320	69,782	0,363	0,871
							(157,273)	(322,021)	(0,427)	(0,932)
2,3840	0,2226	582,16	559,40	48,332	157,525	156,454	34,827	83,159	0,419	1,030
2,6880	0,3340	627,87	605,01	52,273	159,195	158,360	52,892	105,165	0,521	1,364
2,8466	0,1586	650,26	639,06	27,607	159,988	159,592	25,311	52,918	0,478	1,290
							(113,030)	(241,242)	(0,468)	(1,212)

PROSPETTO IX.

Calcolo degli efflussi ed afflussi del Lario durante la piena del **1829**.

Mese e giorno	Ore	Altezza del lago sullo zero dell'idrometro di Como	Differenze d'altezza	Intervallo fra due osservaz.	Superficie media del lago	Incremento delle acque del lago	Decremento delle acque del lago	Efflusso unitario medio	Efflusso integrale	Afflusso integrale	Afflusso unitario medio
		metri	metri	ore	in chil. quadr.	in milioni di metri cubici		metri cubici	in milioni di metri cubici		in metri cubici
Settembre 8	a. 8	1,634									
9	» 8	1,785	+0,151	24	146,945	22,189	— —	508,80	26,598	48,884	862,51
10	» 8	1,926	0,141	24	149,863	21,151	— —	554,47	28,898	80,029	879,04
11	» 8	2,054	0,128	24	152,533	19,527	— —	561,57	31,240	80,767	887,58
12	» 8	2,284	0,230	24	155,503	35,766	— —	598,90	34,465	70,231	812,85
13	» 8	2,363	0,079	24	157,372	12,432	— —	451,47	37,279	49,711	878,16
14	» 8	2,446	0,083	24	157,777	13,093	— —	449,03	38,796	51,891	600,38
15	» 7	3,166	0,720	23	159,785	115,045	— —	838,68	44,603	159,648	1928,85
16	» 7	3,396	0,230	24	162,160	37,297	— —	648,69	86,047	93,344	1079,99
17	» 7	3,343	−0,053	24	162,612	— —	8,617	669,30	57,828	49,211	869,57
18	» 7	3,223	0,120	24	162,170	— —	19,465	646,82	55,885	36,422	421,40
19	» 7	3,223	0,000	24	161,870	0,000	0,000	656,80	54,994	54,994	656,28
—	p. 8	3,318	+0,092	10	162,100	14,915	— —	647,15	25,297	38,210	1061,40
20	a. 7	3,698	0,383	14	165,287	62,338	— —	699,33	55,257	97,795	1940,25
—	p. 7	3,860	0,162	12	164,680	26,675	— —	765,92	33,001	59,674	1580,86
21	a. 7	3,946	0,086	12	165,270	14,215	— —	793,85	34,280	48,495	1122,89
—	m. 12	3,946	0,000	5	165,485	0,000	— —	804,15	14,474	14,474	801,70
—	p. 6	3,938	−0,008	6	165,465	— —	1,323	805,14	17,547	16,024	741,85
22	a. 7	3,938	0,000	13	165,445	0,000	— —	802,14	37,540	37,540	802,23
23	a. 7	3,883	−0,055	24	165,307	— —	9,092	798,64	68,745	59,651	690,16
—	m. 12	3,864	−0,019	5	165,122	— —	3,157	786,56	14,158	11,021	611,22
						594,819	41,652		744,827	1097,714	
						−41,652			353,187		
						353,187			1097,714		

PROSPETTO XI*.

Calcolo degli efflussi ed afflussi del lago di Como durante la piena dell'ottobre 1844; e confronto cogli effetti che si sarebbero avuti ove fosse avvenuta avanti che si eseguissero le opere di sistemazione del suo emissario. Le osservazioni sono tutte fatte al mezzodì.

* La disposizione tipografica dei Prospetti ha richiesto che il presente avesse a precedere il Prospetto X.

Giorno	Altezza sullo zero dell'idrometro di Como (metri)	Differenze di altezza (metri)	Efflusso unitario corrispondente (metri cub.)	Efflusso unitario medio (metri cub.)	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie corrispondente del lago (chil. quadr.)	Superficie media del lago (chil. quadr.)	Aumento delle acque del lago in milioni di metri cubici	Diminuzione delle acque del lago in milioni di m. cub.	Afflusso integrale in milioni di metri cubici	Afflusso unitario medio (metri cubici)	Abbassamento ottenuto (metri)	Rapporto coll'efflusso primitivo	Diminuz od aumen. dell'efflusso unitario medio (metri cub.)
												0,670		
18	2,180		847,46			186,388								
19	2,100	−0,080	829,67	838,56	46,832	184,788	185,888	— —	12,444	34,088	594,84	0,671	1,000	− 0,26
20	2,080	−0,020	826,22	827,48	48,872	184,388	184,888	— —	3,091	42,481	491,48	0,672	0,999	− 0,31
21	2,105	+0,025	830,58	827,90	48,611	184,888	184,605	3,865	— —	49,476	572,68	0,671	0,999	− 0,35
22	2,170	+0,065	843,24	837,81	46,467	186,188	188,105	10,108	— —	31,378	684,80	0,669	0,999	− 0,54
23	2,340	+0,170	878,71	860,47	48,428	187,488	186,803	26,657	— —	78,082	869,00	0,665	0,993	− 3,82
24	2,370	+0,030	879,86	877,78	49,920	187,608	187,830	4,726	— —	84,646	632,47	0,688	0,986	− 7,85
25	2,780	+0,380	656,22	608,04	52,858	189,808	188,888	60,231	— —	112,786	1308,59	0,639	0,965	−21,81
26	2,870	+0,120	684,10	648,16	55,741	160,108	189,808	19,177	— —	74,918	867,12	0,617	0,948	−37,72
27	2,830	−0,040	647,38	630,84	56,235	189,908	160,008	— —	6,400	49,835	876,81	0,598	0,946	−36,66
28	2,740	−0,090	634,95	641,26	55,404	189,488	189,680	— —	14,571	41,033	474,98	0,585	0,939	−27,12
29	2,600	−0,140	614,00	624,46	55,985	188,788	189,108	— —	22,278	31,678	366,64	0,580	0,974	−18,17
30	2,480	−0,120	591,42	602,71	52,074	188,008	188,380	— —	23,787	28,317	327,76	0,580	0,994	− 3,29
31	2,320	−0,130	572,93	582,18	50,300	187,388	187,680	— —	20,498	29,802	344,93	0,587	1,011	+ 7,60
					638,767			124,784	102,836	680,718				
					+ 21,948			−102,836						
					680,718			21,948						

Stato anteriore del lago.

18	2,8493		847,46			160.000								
19	2,7713	−0,0780	830,18	838,82	46,864	159,611	159,806	— —	12,468	34,089				
20	2,7817	−0,0196	828,78	827,96	48,616	159,813	159,862	— —	3,127	42,489				
21	2,7786	+0,0239	831,18	828,48	48,658	159,633	159,873	3,814	— —	49,472				
22	2,8587	+0,0631	848,18	838,18	46,496	159,948	159,790	10,082	— —	86,578				
23	3,0030	+0,1643	882,83	865,99	48,729	160,770	160,359	26,349	— —	78,078				
24	3,0282	+0,0252	888,44	888,63	80,898	160,896	160,833	4,085	— —	84,651				
25	3,5889	+0,3607	671,34	629,89	84,428	162,700	161,798	58,361	— —	112,786				
26	3,4866	+0,0977	694,43	682,88	89,001	163,188	162,944	18,919	— —	74,920				
27	3,4279	−0,0587	680,86	687,80	89,400	162,893	163,041	— —	9,570	49,830				
28	3,3231	−0,1028	656,21	668,38	87,748	162,380	162,637	— —	16,719	41,029				
29	3,1793	−0,1486	625,06	639,63	85,264	161,632	162,016	— —	23,889	31,675				
30	3,0304	−0,1491	588,93	606,00	82,358	160,907	161,280	— —	24,047	28,311				
31	2,9069	−0,1238	560,24	574,58	49,644	160,290	160,598	— —	19,854	29,810				
					671,491			118,678	109,581	680,718				
					+ 9,227			−109,581						
					680,718			9,227						

PROSPETTO X.

Calcolo degli efflussi ed afflussi del lago di Como durante la magra dal novembre **1843** *al maggio* **1844**, *e confronto cogli effetti che si sarebbero avuti ove fosse avvenuta anteriormente alle opere di sistemazione del suo emissario.*

NB. Per i confronti si sono sostituiti i numeri semplicemente chiusi fra parentesi a quelli segnati coll'asterisco.

STATO ODIERNO DEL LAGO

Mese e giorno	Altezza sopra o sotto lo zero	Differenze di altezza	Tempo in ore	Efflusso unitario corrispondente (metri cubici)	Efflusso unitario medio (metri cubici)	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie corrispondente del lago (chil. quadr.)	Superficie media del lago (chil. quadr.)	Aumento o diminuzione delle acque del lago in milioni di metri cub.	Afflusso integrale in milioni di metri cubici	Rapporto coll' efflusso primitivo
Novem.											
28	+0,420			148 80			138,855				
Dicem.											
10	0,180	−0,240	* 288 —	101 55	125,170	*129,776	137,655	137,755	− 33,061	96,715	0,973
			*(184,39)	(80,00)							
20	0,040	0,140	* 240 —	75 67	88,610	* 76,559	136,955	137,305	19,223	57,336	0,926
Genn.			(55,61)	(75,67)	(77,885)	(15,582)					
2	−0,100	0,140	312 —	56 20	65,930	74,053	136,755	136,855	19,160	54,893	0,927
10	0,180	0,080	192 —	50 32	53,260	36,815	136,755	136,755	6,837	29,976	0,954
18	0,210	0,060	192 —	42 27	46,290	31,996	136,775	136,755	8,205	23,791	0,961
Febbr.											
6	0,320	0,110	456 —	29 52	35,890	58,917	136,755	136,755	15,045	43,874	0,962
25	0,330	0,010	456 —	28 39	28,930	47,824	136,755	136,755	1,368	46,456	0,981
Marzo											
8	0,330	0,000	288 —	28 39	28,390	29,435	136,755	136,755	— —	29,435	0,994
29	0,370	0,040	504 —	23 88	26,130	47,410	136,755	136,755	5,470	41,940	0,984
Aprile											
15	0,370	0,000	360 —	23 88	23,880	30,948	136,755	136,755	— —	30,948	0,989
			*3288 —			*363,431			108,367	455,064	
			(2815,61)			(372,678)				108,367	
										363,431	
13	−0,370			23,88			136,755				
14	0,330	+0,020	24 —	26,10	24,990	2,159	136,755	136,755	+ 2,735	4,894	0,991
18	0,330	0,000	96 —	26,10	26,100	9,020	136,755	136,755	— —	9,020	0,000
26	0,290	0,060	192 —	32,95	29,820	20,404	136,755	136,755	8,205	28,609	0,012
28	0,250	0,060	48 —	39,95	36,450	6,299	136,755	136,755	8,205	14,504	1,031
Maggio											
3	0,180	0,050	120 —	45,99	42,970	18,563	136,755	136,755	6,838	25,401	1,035
4	0,180	0,050	24 —	49,82	47,910	4,139	136,755	136,755	4,103	8,242	1,036
5	0,140	0,010	24 —	51,08	50,450	4,356	136,755	136,755	1,368	5,724	1,037
10	0,140	0,000	120 —	51,08	51,080	22,067	136,755	136,755	— —	22,067	1,030
16	0,090	0,050	144 —	57,43	54,260	28,126	136,755	136,755	6,838	34,964	1,023
17	0,060	0,030	24 —	61,10	59,260	5,120	136,755	136,755	4,103	9,223	1,021
18	0,050	0,010	24 —	62,82	61,960	5,353	136,755	136,755	1,368	6,721	1,024
21	+ 0,140	0,190	72 —	93,82	78,170	20,262	137,455	137,105	26,050	46,312	1,057
			(70,69)	(100,00)	(96,760)	(24,624)					
25	+0,190	0,050	*96	102,32	97,920	*33,841	137,705	137,580	6,879	40,720	1,072
			(49,18)	(100,00)	(100,000)	(17,694)					
26	0,220	0,030	*24	108,54	105,430	* 9,109	137,855	137,780	4,138	13,244	1,077
			*1032,00			*188,818			80,827	269,645	
			(1031,84)			(188,185)			188,818		
						(181,869)			269,645		
						(+ 6,316)					

Continuazione del Prospetto X.

STATO ANTERIORE DEL LAGO.

Mese e giorno	Altezza sopra o sotto lo zero	Differenze di altezza	Tempo in ore	Efflusso unitario corrispondente	Efflusso unitario medio	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie corrispondente del lago	Superficie media del lago	Aumento o diminuzione delle acque del lago in milioni di metri cub.	Afflusso integrale coi dati precedenti in milioni di metri cub.
				metri cubici	metri cubici		chil. quadr.	chil. quadr.		
Novem.										
28	+0,8422			148,80			140,966			
Dicem.										
10	0,5807	0,2615	*288 —	108,84	128,670	*133,408	139,658	140,312	— 36,692	96,713
			(93,00)	(80,00)		(26,784)				
20	0,3988	0,1819	*240 —	82,79	95,670	*82,689	138,759	139,204	28,321	57,338
Genn			(274,61)	(89,51)	(69,75)	(68,953)				
2	0,2179	0,1809	*312 —	89,51	71,15	*79,916	137,844	138,301	28,019	54,897
10	0,1554	0,0625	192 —	52,15	55,830	38,590	137,532	137,688	8,606	29,984
18	0,0864	0,0690	192 —	44,14	48,150	33,281	137,187	137,359	9,478	23,803
Febbr.										
6	−0,0402	0,1266	456 —	30,43	37,290	61,215	136,735	136,971	17,340	43,875
25	−0,0870	0,0168	456 —	28,61	29,520	48,460	136,735	136,735	2,297	46,163
Marzo										
8	−0,0382	0,0012	288 —	28,49	28,550	29,600	136,735	136,735	0,164	29,436
29	−0,1057	0,0435	504 —	24,60	26,545	48,163	136,735	136,735	6,222	41,941
Aprile										
13	−0,1082	0,0025	360 —	24,15	24,375	31,551	136,735	136,735	0,615	30,936
			*3288,00			*886,840			131,784	455,086
			(2815,61)			(386,599)				131,784
						(372,678)				886,840
						(+13,921)				
13	−0,1082			24,15			136,735			
14	−0,0884	+0,0198	24 —	26,11	25,130	2,171	136,735	136,735	+ 2,718	4,889
18	−0,0884	0,0000	96 —	26,11	26,110	9,024	136,735	136,735	— —	9,024
26	−0,0265	0,0619	192 —	32,18	29,150	20,148	136,735	136,735	8,465	28,613
28	+0,0348	0,0613	48 —	38,55	35,360	6,110	136,928	136,842	8,388	14,498
Maggio										
3	0,0895	0,0545	120 —	44,45	41,500	17,928	137,202	137,068	7,470	25,398
4	0,1202	0,0309	24 —	47,99	46,220	3,993	137,386	137,279	4,243	8,236
5	0,1312	0,0110	24 —	49,29	48,640	4,202	137,411	137,385	1,311	5,713
10	0,1360	0,0048	120 —	49,86	49,570	21,414	137,438	137,423	0,659	22,073
16	0,1902	0,0542	144 —	56,25	53,050	27,501	137,705	137,570	7,436	34,937
17	0,2207	0,0305	24 —	59,86	58,050	5,016	137,858	137,781	4,202	9,218
18	0,2315	0,0108	24 —	61,19	60,520	5,229	137,912	137,885	1,489	6,718
21	0,4275	0,1962	72 —	86,74	73,960	19,170	138,892	138,402	27,184	46,324
25	0,4934	+0,0659	96 —	95,88	91,310	31,557	139,229	139,057	9,164	40,721
			(23,84)	(100,00)	(97,940)	(8,406)				
26	0,5278	0,0341	*24 —	100,50	97,900	*8,501	139,392	139,307	4,730	13,231
			*1032,00			*181,964			87,669	269,633
			(1031,84)			(181,869)			181,964	
									269,633	

PROSPETTO XII.

Calcolo degli efflussi ed afflussi di una piena del Lario che nella primitiva condizione del suo emissario, partendo da uno stato di permanenza di **1^{m},10** *sullo zero dell'idrometro di Como, ne elevasse giornalmente il livello per* **0^{m},10** *fino a* **3^{m},40**.

Giorno	Altezza sullo zero a Como	Efflusso unitario corrispondente in metri cubici	Efflusso unitario medio in metri cubici	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie corrispondente del lago (chilom. quadrati)	Superficie media del lago (chilom. quadrati)	Aumento delle acque del lago in milioni di metri cubici	Afflusso integrale in milioni di metri cubici
1	1, 10	192, 08	———	———	142, 255	———	———	———
2	1, 20	209, 81	200, 95	17, 362	142, 755	142, 505	14, 251	31, 613
3	1, 30	227, 55	218, 68	18, 894	143, 255	143, 005	14, 301	33, 195
4	1, 40	245, 85	236, 70	20, 451	143, 755	143, 505	14, 356	34, 807
5	1, 50	264, 70	255, 27	22, 035	144, 255	144, 005	14, 401	36, 456
6	1, 60	283, 90	274, 30	23, 700	144, 755	144, 505	14, 456	38, 156
7	1, 70	305, 42	295, 66	25, 572	146, 755	145, 755	14, 576	39, 948
8	1, 80	325, 09	315, 25	27, 065	148, 755	147, 755	14, 776	41, 841
9	1, 90	345, 21	335, 15	28, 784	150, 755	149, 755	14, 976	43, 760
10	2, 00	363, 65	383, 42	30, 858	152, 755	151, 755	15, 176	45, 711
11	2, 10	384, 35	373, 98	32, 512	154, 755	155, 755	15, 376	47, 688
12	2, 20	405, 46	394, 90	34, 119 (280, 649)	156, 755	155, 755	15, 576	49, 695
13	2, 30	426, 46	415, 96	35, 959	157, 255	157, 005	15, 701	51, 640
14	2, 40	447, 94	437, 20	37, 774	157, 755	157, 505	15, 756	53, 530
15	2, 50	469, 71	458, 82	39, 642	158, 255	158, 005	15, 801	55, 443
16	2, 60	491, 86	480, 78	41, 559	158, 755	158, 505	15, 856	57, 395
17	2, 70	514, 09	502, 97	43, 437	159, 255	159, 005	15, 901	59, 388
18	2, 80	536, 65	525, 37	45, 392	159, 755	159, 505	15, 956	61, 348
19	2, 90	558, 62	547, 63	47, 315	160, 255	160, 005	16, 001	63, 316
20	3, 00	582, 16	570, 39	49, 282 (540, 540)	160, 755	160, 505	16, 056	65, 338
21	3, 10	604, 43	593, 30	51, 261	161, 255	161, 005	16, 101	67, 362
22	3, 20	627, 87	616, 15	53, 238	161, 755	161, 505	16, 156	69, 391
23	3, 30	650, 26	639, 06	55, 218	162, 255	162, 005	16, 201	71, 416
24	3, 40	673, 97	662, 12	57, 207 (216, 718)	162, 755	162, 505	16, 256	73, 463
				857, 907			383, 963	1191, 870
				333, 963				
				1191, 870				

Continuazione del Prospetto XII.

Calcolo simile per una piena eguale, nel supposto che avvenisse nell' odierna condizione del lago.

Giorno	Altezza sullo zero a Como (metri)	Differenze di altezza (metri)	Abbassamento ottenuto (metri)	Efflusso unitario corrispondente in metri cubici	Efflusso unitario medio in metri cubici	Efflusso integrale in milioni di metri cubici	Superficie corrispondente del lago (chil. quadr.)	Superficie media del lago (chil. quadr.)	Aumento delle acque del lago in milioni di metri cubici	Efflusso integrale ricavato dai dati precedenti in milioni di metri cubici	Rapporto coll' efflusso primitivo
1	0, 675	——	0, 425	192, 08	— —	——	140, 130	— —	— —	— —	——
2	0, 774	0, 099	0, 426	219, 86	205, 97	17, 796	140, 623	140, 377	13, 897	31, 693	1. 023
3	0, 868	0, 094	0, 432	241, 65	230, 75	19, 937	141, 093	140, 860	13, 241	33, 178	1, 088
4	0, 961	0, 093	0, 439	260, 16	251, 40	21, 721	141, 560	141, 327	13, 143	34, 864	1, 062
5	1, 053	0, 092	0, 447	282, 16	271, 66	23, 471	142, 020	141, 790	13, 048	36, 516	1. 064
6	1, 143	0, 090	0, 457	306, 19	294, 17	25, 416	142, 470	142, 248	12, 802	38, 218	1, 072
7	1, 230	0, 087	0, 470	331, 35	318, 77	27, 541	142, 905	142, 687	12, 414	39, 933	1, 085
8	1, 316	0, 086	0, 484	355, 49	342, 42	29, 585	143, 335	143, 120	12, 308	41, 893	1, 095
9	1, 404	0, 088	0, 496	369, 17	361, 33	31, 219	143, 775	143, 555	12, 655	43, 882	1, 084
10	1, 493	0, 091	0, 505	386, 01	377, 59	32, 625	144, 230	144, 002	13, 104	45, 728	1, 068
11	1, 588	0, 095	0, 512	407, 79	396, 90	34, 292	144, 695	144, 462	13, 453	47, 727	1, 061
12	1, 682	0, 094	0, 518	427, 20	417, 50	36, 072	145, 165	144, 930	13, 623	49, 698	1, 087
						(299, 673)					(1, 067)
13	1, 775	0, 093	0, 525	451, 80	439, 50	37, 975	145, 265	146, 715	13, 644	51, 617	1, 057
14	1, 867	0, 092	0, 533	471, 45	461, 61	39, 885	149, 090	148, 677	13, 678	53, 861	1, 088
15	1, 958	0, 091	0, 542	495, 31	485, 37	41, 765	151, 915	150, 502	13, 698	55, 459	1, 055
16	2, 047	0, 089	0, 555	517, 87	506, 59	43, 769	153, 645	152, 780	13, 597	57, 367	1, 055
17	2, 136	0, 089	0, 564	537, 66	527, 76	45, 598	155, 475	154, 560	13, 786	59, 334	1, 049
18	2, 226	0, 090	0, 574	556, 66	547, 16	47, 278	156, 885	156, 180	14, 056	61, 350	1, 041
19	2, 318	0, 092	0, 582	572, 68	564, 67	48, 787	157, 545	157, 215	14, 483	63, 242	1, 051
20	2, 413	0, 097	0, 585	586, 23	579, 45	50, 064	157, 850	157, 587	15, 287	65, 350	1, 015
						(335, 112)					(1, 043)
21	2, 517	0, 102	0, 585	601, 42	593, 87	51, 310	158, 340	158, 085	16, 125	67, 458	1, 001
22	2, 622	0, 105	0, 578	617, 47	609, 44	52, 656	158, 865	158, 602	16, 685	69, 508	0, 989
23	2, 731	0, 109	0, 569	633, 76	625, 61	54, 085	159, 410	159, 137	17, 286	71, 559	0, 979
24	2, 844	0, 113	0, 556	649, 33	641, 54	55, 429	159, 975	159, 692	18, 045	73, 474	0, 968
						(215, 448)					(0, 988)
						868, 255			323, 922	1192, 188	1, 036
						323, 922					
						1192, 188					

NB. I numeri fra parentesi si sono introdotti soltanto per i confronti, e quindi per gli efflussi non fanno parte delle somme finali.

PROSPETTO XIII.

Profilo dell'emissario del lago di Como da Pescarino alla chiusa di Brivio.
Lunghezza metri **14500.**

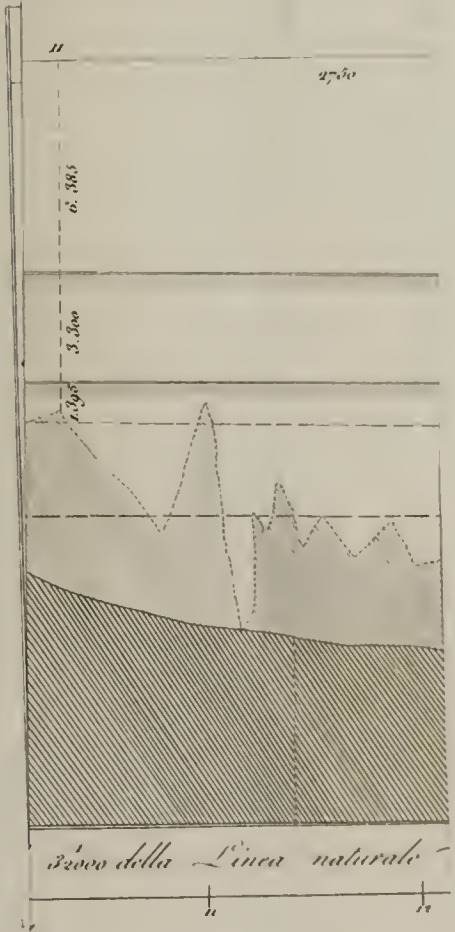
IDROMETRI

di Como	di Lecco	del Ponte di Lecco a monte	del Ponte di Lecco a valle	di Pescate	di Pescalino e della Gueglia	del Cancello Testori	del Rondeau d'Adda	di S. Maria di Lavello	del Ponte di Capiate	della Fornasetta	dei Molini di Brivio
Riferimento dello zero degli idrometri all' orizzontale comune.											
metri 4,71	metri 4,74	metri 4,77	metri 4,77	metri 4,83	metri 5,07	metri 5,12	metri 5,30	metri 5,33	metri 7,78	metri 7,90	metri 8,03
Osservazioni contemporanee posteriori al Marzo 1844.											
−0,37	−0,36	−0,43	−0,44	−0,57	−0,70	−0,87	−0,98	−0,99	−0,43	−0,73	−0,91
(1) −0,27	−0,28	−0,34	−0,38	−0,50	−0,60	−0,77	−0,84	−0,85	−0,33	−0,62	−0,81
0,00	+0,02	−0,10	−0,11	−0,28	−0,38	−0,48	−0,56	−0,60	−0,20	−0,41	−0,63
0,50	0,53	+0,41	+0,40	+0,16	+0,18	+0,12	+0,05	−0,05	+0,40	+0,13	−0,13
1,00	1,02	0,92	0,91	0,62	0,74	0,64	0,62	+0,41	0,97	0,66	+0,38
1,50	1,54	1,33	1,34	1,07	1,23	1,09	1,02	0,81	1,44	1,22	0,77
2,00	2,03	1,82	1,81	1,60	1,68	1,51	1,46	1,22	1,85	1,59	1,12
(2) 2,33	2,37	2,13	2,12	1,76	2,04	1,84	1,80	1,54	2,15	1,94	1,39
(3) 2,87	2,90	2,62	2,61	2,46	2,46	2,34	2,24	2,00	2,63	2,27	1,89
Altezze dalla massima magra alla piena 1844.											
3,24	3,26	3,03	3,03	3,03	3,16	3,21	3,22	2,99	3,06	3,00	2,80

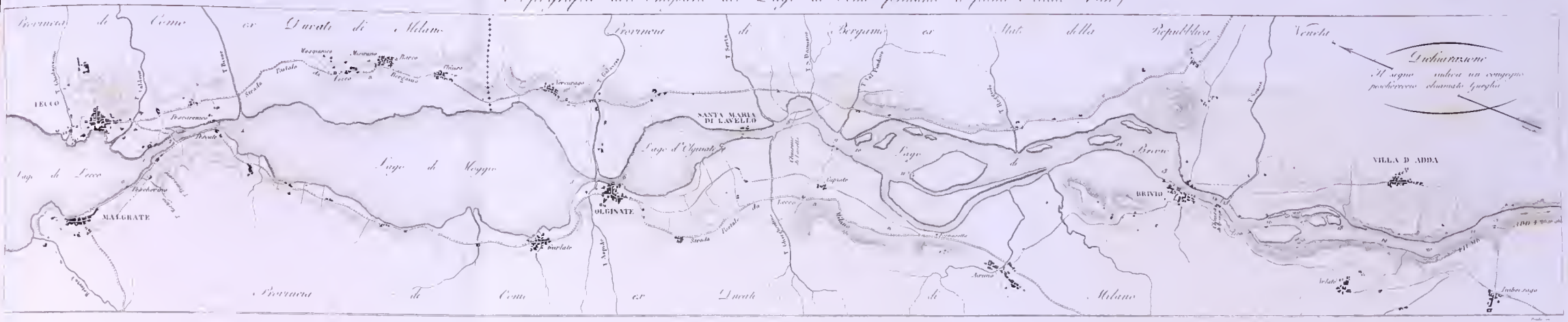
Stato delle acque	Canale di Lecco Lunghezza m. 5380 caduta	Lago di Moggio Lunghezza m. 3530	Canale di Olginate Lunghezza m. 510 caduta	Lago di Olginate Lunghezza m. 960	Canale di Lavello Lunghezza m. 1280 caduta	Lago di Brivio Lunghezza m. 6200 caduta	Caduta totale dell'emissario
−0,37	0,67		0,51		1,67	0,21	3,06
−0,27	0,68		0,47		1,70	0,22	3,07
0,00	0,73		0,41		1,77	0,25	3,16
0,50	0,68		0,36		1,84	0,29	3,17
1,00	0,61		0,38		1,88	0,31	3,18
1,50	0,66		0,44		1,72	0,48	3,30
2,00	0,68		0,48		1,79	0,50	3,42
2,33½	0,66		0,47		1,78	0,58	3,49
2,87	0,77		0,45		1,89	0,41	3,52

(1) Stato cui corrisponde lo zero primitivo degli idrometri e l'altezza di +0,18 all'idrometro di Paderno. Le altezze indicano per ogni località l'abbassamento ottenuto in questo stato d'acqua in conseguenza delle opere eseguite. — (2) Piena del 24 giugno 1843. — (3) Piena del 26 ottobre 1844.

...rente delle acque ne...



Topografia dell'Emissario del Lago di Como formante il fiume Adda (1870)

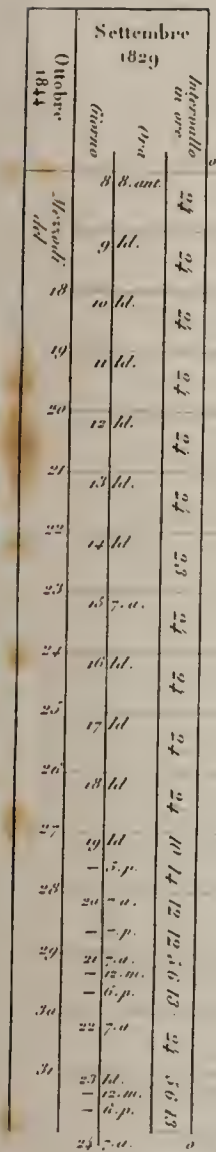


Profili sul filone di delle fiume e sulla linea del più sensibile movimento delle acque nell'Emissario

Orizzontale
Pelo della massima piena dell'anno 1870
Pelo della magra attuale
Livello a cui si progetta di ridurre il pelo della magra
Livello a cui è possibile di ridurre il pelo della magra
Al Ponte di Lecco
Al Vignale
Al Ponte di Lavello
Al Ponte di Brivio
della Linea di Brivio

Scala per la Topografia e le lunghezze del Profilo di Chilometri 25, o metri 10000 eguale ad 1/400 della Linea naturale

Scala di metri 25 per le altezze del Profilo 100 della linea naturale


Settembre 1829
Ottobre 1829
Giorno
Ora
Altezza dell'acqua in once
Metri Cub
1300
1400
1500
1600
1700
1800
i in metri cubici
ri cubici
Metri

INDICE

DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Elenco dei Membri attuali dell'I. R. Istituto Lombardo . . Pag. v

Storia del genere Gordius, *e di un nuovo Elminto* Autoplectus protognostus *detto volgarmente* gringo o filo *dai contadini lombardi, di* Giuseppe Balsamo Crivelli . . . . . » 3

Della Lampreda marina, di Bartolomeo Panizza. . . . . » 23

Sul moto permanente dell'acqua, di Gabrio Piola . . . . . » 33

Sopra un nuovo metodo di gettare le fondamenta degli edifizj in acqua, di Giuseppe Antonio Borgnis . . . . . » 143

Dell'orbita ellittica della cometa ultimamente osservata e di alcune leggi che appariscono nella distribuzione de' corpi del sistema solare, di Francesco Carlini. . . . . » 153

Sui terreni di sedimento inferiore dell'Italia settentrionale, di Giulio Curioni. . . . . » 185

Alcune idee sopra le vicende del diritto nella storia, di Francesco Rossi . . . . . » 211

Allegorie etniche e cristiane considerate sotto l'aspetto della loro verità storica, *di* Bartolomeo Catena . . . . . Pag. 255
Ricerche intorno le arti divinatorie e le scienze occulte del medio evo: loro origine per entro all'antichità de' popoli pagani, *di* Bartolomeo Catena . . . . . » 269
Delle primarie altitudini del globo, *di* Adriano Balbi . . . . . » 305
Della natura dei laghi, e delle opere intese a regolarne l'efflusso, *di* Elia Lombardini . . . . . » 393

Pagina	linea	ERRORI	EMENDAZIONI
207	17	ben evidenti, e	ben evidenti, ossia
211	2	rinnovamento e di controversia	rinnovamento o di controversia
212	17	spirito e nei	spirito o nei
215	9	di sè stessi	di sè stesso
221	15	assorbisce	assorbe
226	25	tribù o gente	tribù o genti
228	30	nascere ed il tenere	nascere od il tenere
232	4	di questa	di questo
236	31	si conferma	si conserva
244	7	e il minorenne	il minorenne
247	11	vuole	suole
266	12	χόρτης	κόρτης
274	27	imbellicità	imbecillità
360	26	*Apice* dell' isola *Maonna* 430	*Apice* dell' isola *Pola* . . . . 1400?
368	29	*Schouw* alla *Specola* delle *Scuole Pie* 34	*Schouw* alla *Specola* delle *Scuole Pie* . . . . . (33 1/3) — 33
375	23	apponendogli	opponendogli
ivi	33	270 miglia	260 miglia
376	19	*Cimborazo*	*Chimborazo*
437	27	in 2817 ore $\frac{61}{100}$	in 2815 ore $\frac{61}{100}$
486	18	nel buon giro	nel breve giro
491	3	più elevata dal fondo	più elevata del fondo
511	30	piovoso ed umido	piovoso od umido
518	3	a tutto il 1845	a tutto il 1843
477	15	lago Harlem	lago d' Harlem
517	23	— 0^m,06	+ 0^m,06
527 col. 11, lin. 1		Efflusso integrale ricavato	Afflusso integrale ricavato

TIPOGRAFIA BERNARDONI